Міністерство освіти і науки України

Запорізький національний університет

О. Г. Спиця, І. В. Зіновєєв, Н. І.-В. Манько

**ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ**

**Методичні вказівки**

**до виконання індивідуальних завдань**

**для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра  
спеціальності 121 Інженерія програмного забезпечення   
освітньої програми Програмна інженерія**

Затверджено

вченою радою ЗНУ

Протокол № 6 від 21.12.2021

Запоріжжя

2022

УДК 512.64+514.12](075.8)

С727

Спиця О. Г., Зіновєєв І. В., Манько Н. І.-В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія : методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення» освітньо-професійної програми «Програмна інженерія». Запоріжжя : ЗНУ, 2022. 40 с.

Методичні вказівки містять умови індивідуальних завдань для студентів денної форми здобуття освіти, а також приклад розв’язання типового варіанту з основних розділів «Лінійної алгебри та аналітичної геометрії»: «Лінійна алгебра», «Аналітична геометрія».

Для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення» освітньої програми «Програмна інженерія».

Рецензент

*С. М. Гребенюк,* доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри фундаментальної та прикладної математики

Відповідальний за випуск

*І. В. Зіновєєв,* кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри загальної математики

**ЗМІСТ**

|  |  |
| --- | --- |
| Вступ……………………………………………………………………………..... | 4 |
| Індивідуальне завдання №1……………………………………………………… | 5 |
| Приклад розв’язання індивідуального завдання №1…………………………... | 22 |
| Індивідуальне завдання №2……………………………………………………… | 27 |
| Приклад розв’язання індивідуального завдання №2…………………………... | 29 |
| Додаток А. Приклади оформлення титульного аркуша…………..…………….. | 38 |

ВСТУП

Данні методичні вказівки містять умови індивідуальних завдань для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності 121 Інженерія програмного забезпечення освітньої програми Програмна інженерія, кожне з яких містить три групи по 30 варіантів, і супроводжується розв’язанням типового варіанту.

Виконання кожної роботи треба починати з вивчення теоретичних положень за наведеними посиланнями, причому це необхідно поєднувати з самостійним розв’язанням рекомендованих задач. До виконання індивідуальних завдань доцільно приступати тільки після формування достатніх практичних навичок. Типові приклади наведені з метою допомогти в цьому.

*При виконанні індивідуального завдання необхідно:*

1) виконувати її в окремому зошиті. На обкладинці зошита вказати прізвище, ім’я та по-батькові студента, номер варіанта та таблицю з номерами завдань і місцем для відмітки викладача (приклад оформлення титульного аркуша представлений в додатку А);

2) умову кожної задачі записувати повністю з конкретними даними для відповідного варіанта;

3) розв’язання всіх задач і пояснення до них викладати детально, звертаючись до означень, теорем, формул, які використовуються при розв’язуванні даної задачі;

4) всі обчислення (основні та допоміжні) виконувати і записувати повністю; обчислення проводити з округленнями до , якщо в умові не вказано іншого.

Кожне індивідуальне завдання оцінюється в 10 балів. Якщо робота була оцінена викладачем меншою кількістю балів, то треба якнайшвидше виправити всі недоліки, розв’язати правильно усі задачі й здати на повторне рецензування разом із попередньою роботою.

Номер варіанта відповідає номеру за списком. В умовах деяких завдань зустрічаються параметри, значення яких детально описане.

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ № 1

1. *Обчислити визначник :*

*а) розклавши його за елементами -го рядка;*

*б) розклавши його за елементами -го стовпця;*

*в) одержавши попередньо нулі в -му рядку;*

*г) привівши попередньо до трикутного вигляду.*

**для першої групи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| В 1 | , , | В 2 | , , |
| В 3 | , , | В 4 | , , |
| В 5 | , , | В 6 | , , |
| В 7 | , , | В 8 | , , |
| В 9 | , , | В 10 | , , |
| В 11 | , , | В 12 | , , |
| В 13 | , , | В 14 | , , |
| В 15 | , , | В 16 | , , |
| В 17 | , , | В 18 | , , |
| В 19 | , , | В 20 | , , |
| В 21 | , , | В 22 | , , |
| В 23 | , , | В 24 | , , |
| В 25 | , , | В 26 | , , |
| В 27 | , , | В 28 | , , |
| В 29 | , , | В 30 | , , |

**для другої групи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| В 1 | , , | В 2 | , , |
| В 3 | , , | В 4 | , , |
| В 5 | , , | В 6 | , , |
| В 7 | , , | В 8 | , , |
| В 9 | , , | В 10 | , , |
| В 11 | , , | В 12 | , , |
| В 13 | , , | В 14 | , , |
| В 15 | , , | В 16 | , , |
| В 17 | , , | В 18 | , , |
| В 19 | , , | В 20 | , , |
| В 21 | , , | В 22 | , , |
| В 23 | , , | В 24 | , , |
| В 25 | , , | В 26 | , , |
| В 27 | , , | В 28 | , , |
| В 29 | , , | В 30 | , , |

**для третьої групи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| В 1 | , , | В 2 | , , |
| В 3 | , , | В 4 | , , |
| В 5 | , , | В 6 | , , |
| В 7 | , , | В 8 | , , |
| В 9 | , , | В 10 | , , |
| В 11 | , , | В 12 | , , |
| В 13 | , , | В 14 | , , |
| В 15 | , , | В 16 | , , |
| В 17 | , , | В 18 | , , |
| В 19 | , , | В 20 | , , |
| В 21 | , , | В 22 | , , |
| В 23 | , , | В 24 | , , |
| В 25 | , , | В 26 | , , |
| В 27 | , , | В 28 | , , |
| В 29 | , , | В 30 | , , |

1. *Дано дві матриці А і В. Знайти:*

*а) АВ;*

*б) ВА;*

*в) ;*

*г) .*

**для першої групи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| В 1 | , | В 2 | , |
| В 3 | , | В 4 | , |
| В 5 | , | В 6 | , |
| В 7 | , | В 8 | , |
| В 9 | , | В 10 | , |
| В 11 | , | В 12 | , |
| В 13 | , | В 14 | , |
| В 15 | , | В 16 | , |
| В 17 | , | В 18 | , |
| В 19 | , | В 20 | , |
| В 21 | , | В 22 | , |
| В 23 | , | В 24 | , |
| В 25 | , | В 26 | , |
| В 27 | , | В 28 | , |
| В 29 | , | В 30 | , |

**для другої групи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| В 1 | , | В 2 | , |
| В 3 | , | В 4 | , |
| В 5 | , | В 6 | , |
| В 7 | , | В 8 | , |
| В 9 | , | В 10 | , |
| В 11 | , | В 12 | , |
| В 13 | , | В 14 | , |
| В 15 | , | В 16 | , |
| В 17 | , | В 18 | , |
| В 19 | , | В 20 | , |
| В 21 | , | В 22 | , |
| В 23 | , | В 24 | , |
| В 25 | , | В 26 | , |
| В 27 | , | В 28 | , |
| В 29 | , | В 30 | , |

**для третьої групи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| В 1 | , | В 2 | , |
| В 3 | , | В 4 | , |
| В 5 | , | В 6 | , |
| В 7 | , | В 8 | , |
| В 9 | , | В 10 | , |
| В 11 | , | В 12 | , |
| В 13 | , | В 14 | , |
| В 15 | , | В 16 | , |
| В 17 | , | В 18 | , |
| В 19 | , | В 20 | , |
| В 21 | , | В 22 | , |
| В 23 | , | В 24 | , |
| В 25 | , | В 26 | , |
| В 27 | , | В 28 | , |
| В 29 | , | В 30 | , |

1. *Перевірити сумісність системи лінійних алгебраїчних рівнянь і у випадку сумісності розв’язати її:*

*а) методом Гаусса;*

*б) за формулами Крамера;*

*в) за допомогою оберненої матриці (матричним методом).*

*Тут – номер варіанту, якщо він не перевищує 15. Якщо номер варіанту більше за 15, то, щоб отримати , треба з номера варіанту відняти 26.*

**для першої групи**

**для другої групи**

**для третьої групи**

1. *Знайти загальний розв’язок і фундаментальну систему розв’язків (ФСР) однорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь:*

**для першої групи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| В 1 |  | В 2 |  |
| В 3 |  | В 4 |  |
| В 5 |  | В 6 |  |
| В 7 |  | В 8 |  |
| В 9 |  | В 10 |  |
| В 11 |  | В 12 |  |
| В 13 |  | В 14 |  |
| В 15 |  | В 16 |  |
| В 17 |  | В 18 |  |
| В 19 |  | В 20 |  |
| В 21 |  | В 22 |  |
| В 23 |  | В 24 |  |
| В 25 |  | В 26 |  |
| В 27 |  | В 28 |  |
| В 29 |  | В 30 |  |

**для другої групи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| В 1 |  | В 2 |  |
| В 3 |  | В 4 |  |
| В 5 |  | В 6 |  |
| В 7 |  | В 8 |  |
| В 9 |  | В 10 |  |
| В 11 |  | В 12 |  |
| В 13 |  | В 14 |  |
| В 15 |  | В 16 |  |
| В 17 |  | В 18 |  |
| В 19 |  | В 20 |  |
| В 21 |  | В 22 |  |
| В 23 |  | В 24 |  |
| В 25 |  | В 26 |  |
| В 27 |  | В 28 |  |
| В 29 |  | В 30 |  |

**для третьої групи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| В 1 |  | В 2 |  |
| В 3 |  | В 4 |  |
| В 5 |  | В 6 |  |
| В 7 |  | В 8 |  |
| В 9 |  | В 10 |  |
| В 11 |  | В 12 |  |
| В 13 |  | В 14 |  |
| В 15 |  | В 16 |  |
| В 17 |  | В 18 |  |
| В 19 |  | В 20 |  |
| В 21 |  | В 22 |  |
| В 23 |  | В 24 |  |
| В 25 |  | В 26 |  |
| В 27 |  | В 28 |  |
| В 29 |  | В 30 |  |

ПРИКЛАД РОЗВ’ЯЗАННЯ

ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ № 1

1. *Обчислити визначник :*

*а) розклавши його за елементами -го рядка;*

*б) розклавши його за елементами -го стовпця;*

*в) одержавши попередньо нулі в -му рядку;*

*г) привівши його до трикутного вигляд.*

, , .

*Розв’язання.*

а) Застосуємо теорему про розкладання визначника за елементами рядка:

.

б) Застосуємо теорему про розкладання визначника за елементами стовпця:

.

в) Застосуємо властивості визначників, а потім теорему про розкладання визначника за елементами рядка, отримаємо:

.

г) Зведемо визначник до трикутного вигляду, застосовуючи властивості визначників. Отримаємо:

.

1. *Дано дві матриці А і В:*

, .

*Знайти:*

*а) АВ;*

*б) ВА;*

*в) ;*

*г) .*

*Розв’язання.*

а)

.

б)

.

в) Знайдемо обернену матрицю, тобто .

Обчислимо визначник матриці *А*:

Обчислимо алгебраїчні доповнення:

, ,

, ,

, ,

, ,

.

Будемо мати: .

г)

.

1. *Перевірити на сумісність систему рівнянь і у випадку сумісності розв’язати її:*

*а) методом Гаусса;*

*б) за формулами Крамера;*

*в) за допомогою оберненої матриці (матричним методом).*

*Розв’язання.*

а) Зведемо розширену матрицю системи до ступінчастого вигляду (прямий хід метода Гаусса):

.

Будемо мати, що ранги матриці системи та розширеної матриці системи дорівнюють трьом й співпадають з кількістю невідомих, тобто , отже система сумісна і має єдиний розв’язок. Запишемо систему, що відповідає отриманій ступінчастій матриці й розв’яжемо її (зворотний хід метода Гаусса):

б) Розв’яжемо систему за формулами Крамера. Для цього обчислимо визначники:

, ,

, .

Будемо мати: , , .

в) Розв’яжемо систему засобами матричного числення. Для цього перепишемо систему в матричному вигляді: , де , , . Розв’язок будемо шукати у вигляді: . Знайдемо обернену матрицю, тобто , за допомогою елементарних перетворень:

.

Будемо мати: . Підставимо та отримаємо:

1. *Знайти загальний розв’язок і фундаментальну систему розв’язків (ФСР) однорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь:*

*Розв’язання.*

Приведемо матрицю системи до ступінчастого виду:

.

Будемо мати, що система сумісна і має безліч розв’язків, – кількість розв’язків ФСР. Запишемо систему, що відповідає отриманій ступінчастій матриці і розв’яжемо її:

– загальний розв’язок;

– фундаментальна система розв’язків.

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ № 2

Тут – номер за списком; для групи 1

для групи 2

для групи 3

1. *Знайдіть лінійну залежність векторів , , , .*
2. *Дано вектори і , де , , . Знайти:*
3. ;
4. (відповідь округліть до тисячних);
5. ;
6. площу трикутника, побудованого на векторах і .
7. *По координатах , , для вказаних векторів знайти:*
8. скалярний добуток векторів і ;
9. модуль векторного добутку векторів і (відповідь округліть до десятих);
10. координати точки *М*, яка ділить напрямлений відрізок *АВ* у відношенні ;
11. перевірити, чи ортогональні вектори і ;
12. перевірити, чи колінеарні вектори і ;
13. перевірити, чи компланарні вектори , і ;
14. обчислити об’єм тетраедра з вершинами в точках *A*, *B*, *C* и (відповідь округліть до одиниць).
15. *Дано координати вершин : , , . Знайти:*
16. рівняння і довжину сторони (відповідь округліть до десятих);
17. рівняння медіани ;
18. рівняння висоти , опущеної з вершини ;
19. довжину висоти (відповідь округліть до десятих);
20. точку перетину медіани і висоти ;
21. кут між стороною і медіаною (у градусах, відповідь округліть до одиниць);
22. рівняння прямої, що проходить через вершину паралельно стороні .
23. *Дано чотири точки: , , , . Знайти:*
24. рівняння ребер , , ;
25. рівняння граней , ;
26. рівняння висоти , опущеної з точки на площину ;
27. довжину висоти (відповідь округліть до десятих);
28. косинус кута між ребрами і (відповідь округліть до тисячних);
29. синус кута між ребром і гранню (відповідь округліть до тисячних);
30. косинус кута між гранями і (відповідь округліть до тисячних);
31. рівняння прямої, що проходить через точку перпендикулярно площині ;
32. рівняння площини, що проходить через точку перпендикулярно прямій .

ПРИКЛАД РОЗВ’ЯЗАННЯ

ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ № 2

1. *Знайдіть лінійну залежність векторів , , , .*

*Розв’язання.*

Вектори лінійно залежні, тому один з них є лінійною комбінацією інших векторів, наприклад, . Підставивши координати векторів, отримаємо систему рівнянь:

Приведемо розширену матрицю системи до ступінчастого виду:

.

Будемо мати, що система сумісна і має єдиний розв’язок. Запишемо систему, що відповідає отриманій ступінчастій матриці і розв’яжемо її:

Отже, лінійна залежність векторів має вигляд: .

1. *Дано вектори і , де , , . Знайти:*
2. ;
3. (відповідь округліть до тисячних);
4. ;
5. площу трикутника, побудованого на векторах і .

*Розв’язання.*

1) Знайдемо вектори і : , . Потім

,

,

.

2) Запишемо формулу для обчислення:

.

Обчислимо необхідні величини:

,

,

.

Підставимо в формулу, отримаємо

.

3) Скористаємося знайденими в пункті 1) векторами, будемо мати:

.

4) Запишемо формулу площі трикутника, підставимо вихідні дані, будемо мати:

(кв. од.)

1. *По координатах , , для вказаних векторів знайти:*
2. скалярний добуток векторів і ;
3. модуль векторного добутку векторів і (відповідь округліть до десятих);
4. довжину вектора (відповідь округліть до десятих);
5. координати точки М, яка ділить напрямлений відрізок АВ у відношенні ;
6. перевірити, чи ортогональні вектори і ;
7. перевірити, чи колінеарні вектори і ;
8. перевірити, компланарні вектори , і ;
9. обчислити об’єм тетраедра з вершинами в точках A, B, C и (відповідь округліть до одиниць).

*Розв’язання.*

1) Знайдемо координати необхідних векторів:

, ,

, ,

;

, ,

,

.

Тепер знайдемо скалярний добуток:

.

2) Спочатку знайдемо векторний добуток векторів і :

.

Тепер знайдемо модуль векторного добутку векторів і :

.

3) Враховуючи результат обчислень пункту 1), отримаємо

.

4) Скористаємося формулою ділення відрізка в даному відношенні в координатній формі:

,

,

.

Отже, .

5) Вектори і ортогональні, якщо . Враховуючи результат обчислень пункту 1), отримаємо . Отже вектори і не є ортогональними.

6) Вектори і колінеарні, якщо . Враховуючи результат обчислень пункту 1), отримаємо . Отже вектори і не є колінеарними.

7) Вектори , і компланарні, якщо . Обчислимо мішаний добуток:

,

отже, вектори , і не є компланарними.

8) Для обчислення об’єму трикутної піраміди знаходимо координати векторів , і , які збігаються з ребрами піраміди, що виходять з вершини *A*: , , . Знайдемо мішаний добуток цих векторів:

.

Оскільки об’єм піраміди дорівнює частині об’єму паралелепіпеда, побудованого на векторах , і , то (куб. од.).

1. *Дано координати вершин : , , . Знайти:*
2. рівняння сторони ;
3. довжину сторони (відповідь округліть до десятих);
4. рівняння медіани ;
5. рівняння висоти , опущеної з вершини ;
6. довжину висоти (відповідь округліть до десятих);
7. точку перетину медіани і висоти ;
8. кут між стороною і медіаною (у градусах, відповідь округліть до одиниць);
9. рівняння прямої, що проходить через вершину паралельно стороні .

*Розв’язання.*

1. Складемо рівняння сторони як рівняння прямої за двома точками:

*АС*: ,

,

,

,

– загальне рівняння сторони .

1. Довжину сторони знайдемо як відстань між двома точками:

(од.).

1. Медіана ділить сторону *АВ* навпіл, тому координати точки *М* – середини *АВ* будуть: , . Тепер складемо рівняння медіани як рівняння прямої за двома точками:

: ,

,

,

,

,

або – загальне рівняння медіани .

1. Висота – це перпендикуляр до сторони *АС*, тому її нормальний вектор колінеарний до напрямного вектора прямої *АС*, тобто . Складемо рівняння висоти за точкою та нормальним вектором:

,

,

або – загальне рівняння висоти .

1. Довжину висоти знайдемо як вершини *В* від сторони *АС*, тобто за формулою відстані від точки до прямої. Будемо мати:

(од.).

1. Точку перетину медіани і висоти знайдемо як розв’язок системи рівнянь цих прямих:

або

Розв’яжемо цю систему за формулами Крамера:

, , ;

, .

Отже, точка перетину має вигляд .

1. Знайдемо кут між стороною і медіаною за формулою:

.

Підставимо відповідні значення, отримаємо:

, .

1. Шукана пряма паралельна до сторони *АС*, тому її нормальний вектор колінеарний до нормального вектора прямої *АС*, тобто . Складемо рівняння прямої за точкою *В* та нормальним вектором:

,

,

– загальне рівняння шуканої прямої.

1. *Дано чотири точки: , , , . Знайти:*
2. рівняння ребер , ;
3. рівняння граней , ;
4. рівняння висоти , опущеної з точки на площину ;
5. довжину висоти (відповідь округліть до десятих);
6. косинус кута між ребрами і (відповідь округліть до тисячних);
7. синус кута між ребром і гранню (відповідь округліть до тисячних);
8. косинус кута між гранями і (відповідь округліть до тисячних);
9. рівняння прямої, що проходить через точку перпендикулярно площині ;
10. рівняння площини, що проходить через точку перпендикулярно прямій .

*Розв’язання.*

1. Складемо рівняння ребер як рівняння прямої за двома точками:

: ,

;

: ,

.

1. Складемо рівняння грані за трьома точками:

,

,

,

,

– рівняння грані .

Аналогічно зробимо для грані :

,

,

,

– рівняння грані .

1. Висота піраміди , опущена з вершини , це перпендикуляр до грані , тому її напрямний вектор колінеарний до нормального вектора грані , тобто . Складемо рівняння висоти за точкою та напрямним вектором :

: ,

– канонічне рівняння висоти піраміди.

1. Довжину висоти знайдемо як відстань вершини від грані за формулою відстані від точки до площини. Будемо мати:

(од.).

1. Знайдемо косинус кут між ребрами і за формулою:

.

1. Знайдемо синус кута між ребром і гранню за формулою:

.

1. Знайдемо косинус кут між гранями і за формулою:

.

1. Шукана пряма перпендикулярна площині , тому її напрямний вектор колінеарний до нормального вектора площини , тобто . Складемо рівняння прямої за точкою *С* та напрямним вектором:

– канонічне рівняння шуканої прямої.

1. Шукана площина перпендикулярна прямій , тому її нормальний вектор колінеарний до напрямного вектора прямої , тобто . Складемо рівняння площини за точкою та нормальним вектором:

,

– загальне рівняння шуканої площини.

Додаток А

Приклади оформлення титульного аркуша індивідуального завдання

Міністерство освіти і науки України

Запорізький національний університет

Кафедра загальної математики

Індивідуальне завдання №1

з лінійної алгебри та аналітичної геометрії

студента групи \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Іванова Івана Івановича

номер за списком: \_\_\_ ()

Відмітки про виконання роботи

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **номер завдання** | 1 | | | | 2 | | | | 3 | | | 4 |
| а | б | в | г | а | б | в | г | а | б | в |
| **відмітка викладача** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Кількість балів:**

**Дата:**

Міністерство освіти і науки України

Запорізький національний університет

Кафедра загальної математики

Індивідуальне завдання №2

з лінійної алгебри та аналітичної геометрії

студента групи \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Іванова Івана Івановича

номер за списком: \_\_\_ ()

параметр \_\_\_\_

Відмітки про виконання роботи

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **номер завдання** | **1** | **2** | | | | **3** | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **відмітка викладача** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **номер завдання** | **4** | | | | | | | | **5** | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **відмітка викладача** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Кількість балів:**

**Дата:**

Методичні вказівки

(українською мовою)

Спиця Оксана Геннадіївна

Зіновєєв Ігор Валерійович

Манько Наталія Іванівна – Володимирівна

**ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ**

**Методичні вказівки**

**до виконання індивідуальних завдань**

**для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра  
спеціальності 121 Інженерія програмного забезпечення   
освітньої програми Програмна інженерія**

Рецензент *С. М. Гребенюк*

Відповідальний за випуск *І. В. Зіновєєв*

Коректор *О. Г. Спиця*