

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

В.О. Лось, Н.К. Максишко, І.В. Козін

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ РИНКОВОЇ ЕКОНОМІКИ

Методичні рекомендації до лабораторних занять для здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Економіка» освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика»

Затверджено
вченою радою ЗНУ
Протокол № __ від __.__.2024

Запоріжжя
2024

УДК: 330.4(075.8)
Л 799

Лось В. О., Максишко Н. К., Козін І. В. Математичні методи і моделі ринкової економіки : методичні рекомендації до лабораторних занять для здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Економіка» освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика». Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2024. 67 с.

Навчально-методичне видання розроблено з метою надання студентам необхідних знань і навичок із математичних методів і моделей ринкової економіки. У навчально-методичному виданні роз'яснено зміст, завдання та приклади виконання лабораторних робіт, сформульовано індивідуальні завдання до кожної лабораторної роботи, наведено практичні приклади застосування математичних методів та моделей для вирішення реальних економічних задач. Для діагностики рівня засвоєння знань запропоновано питання для самоконтролю до кожної розглянутої лабораторної роботи.

Навчально-методичне видання з дисципліни «Математичні методи і моделі ринкової економіки» сприятиме оволодінню студентами базовими принципами моделювання економічних систем із метою застосування даного інструментарію в практичній діяльності.

Зміст видання відповідає робочій програмі дисципліни «Математичні методи і моделі ринкової економіки». Методичні рекомендації призначені для здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Економіка» освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика».

Рецензент

М.М. Іванов, доктор економічних наук, професор кафедри управління персоналом і маркетингу ЗНУ

Відповідальний за випуск

Н.К. Максишко, доктор економічних наук, професор кафедри економічної кібернетики ЗНУ

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. КОНЦЕПТУАЛЬНІ АСПЕКТИ МОДЕЛЮВАННЯ РИНКОВОЇ ЕКОНОМІКИ	7
Лабораторна робота 1. Опис будови і функціонування систем	7
Практичне індивідуальне завдання	11
Питання для самоконтролю	11
ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ БЕЗПЕКИ	13
Лабораторна робота 2. Застосування таксономічного аналізу для визначення рівня економічної безпеки регіонів	13
Практичне індивідуальне завдання	18
Питання для самоконтролю	18
Лабораторна робота 3. Методи кластерного аналізу в математичному моделюванні	19
Практичне індивідуальне завдання	28
Питання для самоконтролю	28
ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НА МІКРОРІВНІ РИНКОВОЇ ЕКОНОМІКИ	29
Лабораторна робота 4. Методи багатовимірного аналізу: дискримінантний аналіз	29
Практичне індивідуальне завдання	44
Питання для самоконтролю	44
Лабораторна робота 5. Моделі антикризового індикативного планування на базі методу аналізу ієрархій	45
Практичне індивідуальне завдання	54
Питання для самоконтролю	55
ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 4. МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПІДПРИЄМСТВ	56
Лабораторна робота 6. Моделювання управлінських рішень за допомогою дерева рішень	56
Практичне індивідуальне завдання	61
Питання для самоконтролю	63
ВИМОГИ ДО ЗМІСТУ ТА ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ	64
ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА	65
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	66

ВСТУП

Сучасна ринкова економіка – це складна та динамічна система, що постійно змінюється під впливом факторів, таких як науково-технічний прогрес, глобалізація, зміни в політичній та соціальній сфері. Ключовими аспектами сучасної ринкової економіки є інновації та технологічний прогрес, які створюють нові можливості для бізнесу та сприяють підвищенню продуктивності. Одночасно глобалізація приводить до тіснішого переплетення національних економік, що з одного боку, відкриває доступ до нових ринків, а з іншого – підвищує конкуренцію та ризики. Зміни в політичній та соціальній сферах також відіграють важливу роль. Політична стабільність і надійність правової системи є фундаментальними умовами для економічного розвитку. Соціальні зміни, такі як демографічні зрушення, рівень освіти та міграційні процеси, також впливають на ринок праці, споживчий попит та інвестиції. Для розуміння функціонування ринкової економіки та прогнозування її розвитку необхідні знання та інструменти, які неможливо отримати лише на основі описових методів. Використання економіко-математичних методів аналізу дають можливість глибше зрозуміти складні взаємозв'язки між різними економічними змінними, виявляти тенденції та закономірності, моделювати потенційні сценарії розвитку та оцінювати ефективність різних політик і стратегій.

Дисципліна «Математичні методи і моделі ринкової економіки» належить до циклу дисциплін професійної підготовки магістрів спеціальності «Економіка» освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика». Цей курс спрямований на вивчення теоретичних і практичних питань застосування математичних методів і моделей для аналізу та прогнозування економічних процесів та явищ в умовах ринкової економіки.

Метою викладання навчальної дисципліни «Математичні методи і моделі ринкової економіки» є формування у студентів системи знань із методології та інструментарію моделювання економічних систем, формування практичних навичок побудови та застосування математичних методів і моделей функціонування об'єктів і процесів ринкової економіки.

Основними завданнями вивчення дисципліни «Математичні методи і моделі ринкової економіки» є оволодіння навичками побудови і використання економіко-математичних методів та моделей для обґрунтування прийняття економічних рішень у ринковій економіці.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен набути таких результатів навчання (знання, уміння тощо) та компетентностей:

– здатність визначати й розв'язувати складні економічні задачі та проблеми, приймати відповідні аналітичні та управлінські рішення у сфері економіки або в процесі навчання, що передбачає проведення досліджень та/або здійснення інновацій за невизначених умов та вимог;

– здатність збирати, аналізувати та обробляти статистичні дані, науково-аналітичні матеріали, які необхідні для розв’язання комплексних економічних проблем, робити на їх основі обґрунтовані висновки;

– здатність визначати ключові тренди соціально-економічного та людського розвитку;

– здатність обґрунтовувати управлінські рішення щодо ефективного розвитку суб’єктів господарювання;

– здатність до розробки сценаріїв і стратегій розвитку соціально-економічних систем;

– здатність знаходити, обробляти, інтерпретувати економічні дані та використовувати їх для дослідження процесів у сфері економічної діяльності на базі застосування математичних методів, моделей та комп’ютерних технологій;

– здатність моделювати проблеми управління у сфері економіки та їх наслідки і пропонувати можливі шляхи вирішення із використанням економіко-математичних методів, моделей та сучасних інформаційних технологій.

Курс передбачає тісний зв’язок з усіма дисциплінами, що вивчалися на рівні бакалаврату, зокрема з такими навчальними дисциплінами, як: «Математичні основи економіки», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Інформаційні технології в управлінні економічними системами», «Мікроекономіка», «Макроекономіка», «Моделювання економіки», «Економетрія», «Дослідження операцій».

Після вивчення дисципліни «Математичні основи економіки» студент повинен володіти поняттями: «функція багатьох змінних», «похідна», «матриця», «система рівнянь», «система нерівностей»; вивчити: необхідну умову існування екстремуму функції багатьох змінних, геометричний зміст множини розв’язків систем лінійних рівнянь або нерівностей, геометричну інтерпретацію множини точок, що задовольняють заданому рівнянню або нерівності.

Після вивчення курсу «Інформаційні технології в управлінні економічними системами» студент повинен володіти теоретичними основами інформатики, вміти працювати з основними видами функцій, а також з масивами даних у програмному забезпеченні Microsoft Excel, мати навички використання прикладних систем оброблення економічних даних для дослідження соціально-економічних систем.

Після вивчення курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика» студент повинен володіти основними поняттями теорії ймовірностей, вміти формулювати та перевіряти статистичні гіпотези.

Після вивчення дисциплін «Мікроекономіка», «Макроекономіка» студент повинен володіти основними поняттями, системою знань про економічні відносини як суспільну форму виробництва, проблеми ефективного використання обмежених виробничих ресурсів і шляхи забезпечення суспільних потреб.

Після вивчення курсу «Моделювання економіки» студент повинен володіти інструментарієм економіко-математичного моделювання економічних

процесів функціонування та розвитку бізнес-структури, вміти застосовувати економіко-математичні моделі в управлінні економікою.

Після вивчення курсу «Економетрія» студент повинен знати етапи побудови економетричних моделей, вміти застосовувати їх у практиці управління економічними процесами, вміти застосовувати кількісні та якісні методи аналізу, прогнозування соціально-економічних процесів.

Після вивчення курсу «Дослідження операцій» студент повинен володіти теоретичними основами та практичними вміннями застосування основних методів і моделей дослідження операцій в економіці у процесі підготовки й прийняття управлінських рішень в організаційно-економічних і виробничих системах.

Запропоноване автором видання сприятиме поглибленню знань із практики математичного моделювання в економіці, набуттю студентами практичних навичок щодо аналізу та прогнозування економічних процесів та явищ, а також розробці та обґрунтуванню оптимальних управлінських рішень в сфері економіки із метою застосування цього інструментарію в практичній діяльності.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. КОНЦЕПТУАЛЬНІ АСПЕКТИ МОДЕЛЮВАННЯ РИНКОВОЇ ЕКОНОМІКИ

Лабораторна робота №1.

Тема: опис будови і функціонування систем.

Мета: отримати практичні навички у виділенні компонент системи, описі властивостей і структури системи, її взаємодії з середовищем, функціонування системи в часі і управління системою.

Завдання:

1. Оберіть тип системи для дослідження (наприклад, ринкова економіка, командно-адміністративна економіка, змішана економіка) та подайте її у вигляді складної соціально-економічної системи.
2. Визначте основні цілі та завдання обраної системи.
3. Виділіть основні підсистеми досліджуваної системи. В рамках кожної з них виділіть дрібніші підсистеми і елементи. Представте компоненти системи у вигляді ієрархії.
4. Опишіть основні елементи та властивості обраної системи.
5. Проаналізуйте механізми функціонування досліджуваної системи, виділіть зовнішні та внутрішні зв'язки.
6. Охарактеризувати основні показники, які характеризують обрану економічну систему (наприклад, ВВП, рівень безробіття, рівень інфляції).
7. Проаналізувати переваги та недоліки обраної економічної системи.
8. Зробити висновки щодо перспектив розвитку аналізованої системи.

Хід виконання лабораторної роботи

У якості прикладу розглянемо опис та функціонування економічної системи відповідно до завдання.

1. Економічна система як складна соціально-економічна система.

Економічна система – це складна система, яка складається з взаємопов'язаних елементів та підсистем, що взаємодіють між собою та з зовнішнім середовищем. Її можна розглядати як підсистему більш широкої соціально-економічної системи, яка включає в себе також політичну, соціальну, культурну та інші сфери життя суспільства. Вона є динамічною та адаптивною, здатною реагувати на зміни внутрішніх та зовнішніх факторів.

2. Основні цілі та завдання економічної системи.

Основні цілі економічної системи наведено на рис. 1.1.

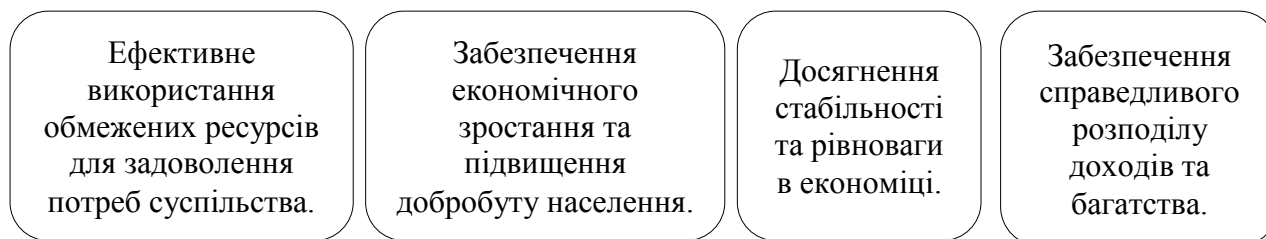


Рисунок 1.1 – Основні цілі економічної системи

Завданнями економічної системи є:

- визначення, що виробляти та в яких кількостях;
- встановлення способів виробництва товарів та послуг;
- розподіл ресурсів між різними секторами економіки;
- розподіл доходів та багатства між різними групами населення.

3. Основні підсистеми економічної системи

Економічна система складається з кількох основних підсистем, які наведено на рис. 1.2.



Рисунок 1.2 – Ієрархічна структура економічної системи

Кожна з цих підсистем, у свою чергу, складається з дрібніших елементів та підсистем, утворюючи ієрархічну структуру.

4. Основні елементи, властивості та структура економічної системи.

Основні елементи економічної системи наведено на рис. 1.3.

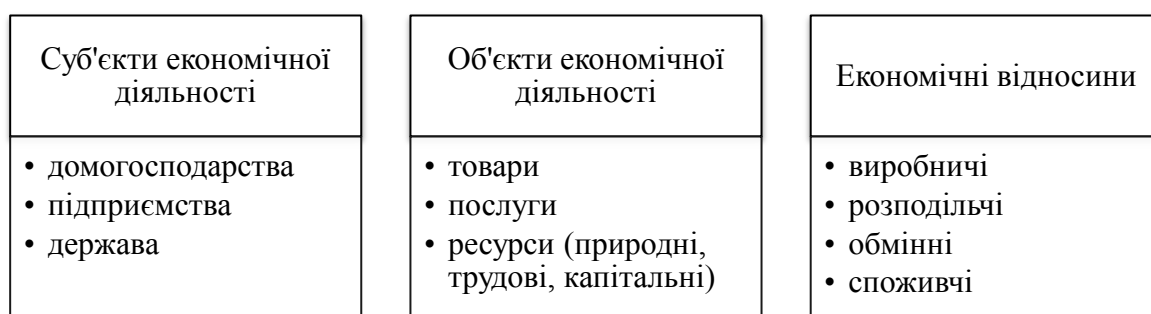


Рисунок 1.3 – Основні елементи економічної системи

Властивості економічної системи:

– цілісність: економічна система є цілісним організмом, де всі елементи взаємопов'язані та взаємодіють між собою;

- динамічність: економічна система постійно розвивається та змінюється адаптуючись до умов зовнішнього середовища;
- саморегулювання: економічна система має механізми саморегулювання, які забезпечують її стійкість до зовнішніх та внутрішніх шоків;
- відкритість: економічна система взаємодіє з іншими системами які впливають на її функціонування та розвиток;
- складність: економічна система характеризується наявністю багатьох взаємопов'язаних елементів;
- ієрархічність: економічна система складається з множини елементів та підсистем та механізмів регулювання та координації.

5. Економічна система функціонує завдяки взаємодії різних механізмів, а саме (рис. 1.4).

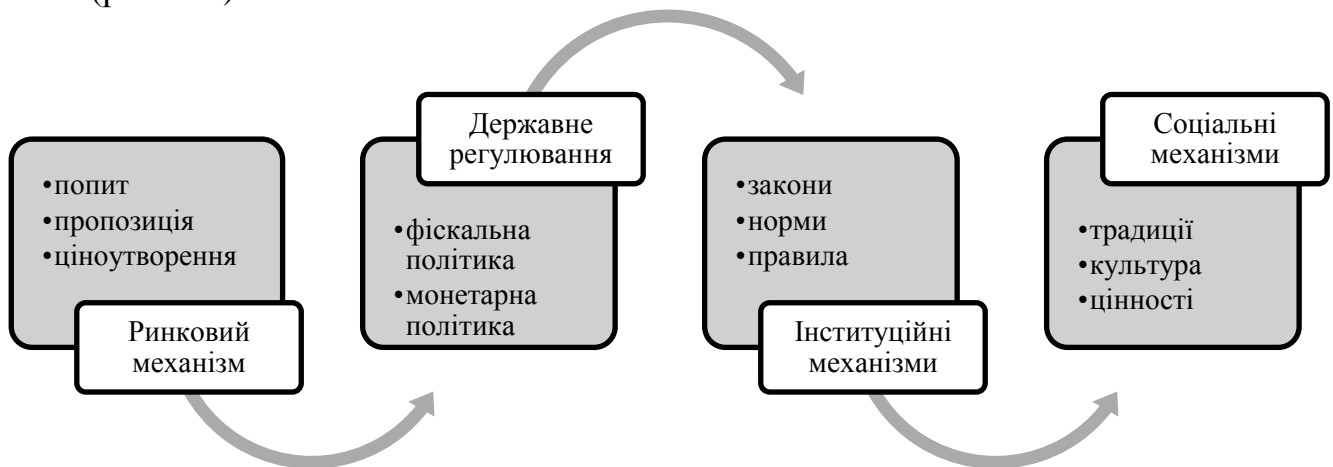


Рисунок 1.4 – Механізми взаємодії в економічній системі

Економічна система функціонує за допомогою комплексу взаємопов'язаних механізмів, які можна умовно розділити на дві групи: внутрішні та зовнішні.

Внутрішні механізми – це ті, що діють безпосередньо в межах економічної системи та ґрунтуються на її власних принципах і закономірностях. До них належать:

- ціновий механізм: ціни на товари та послуги формуються під впливом попиту та пропозиції. Коли попит на товар перевищує пропозицію, ціна на нього зростає, стимулюючи виробників збільшувати його випуск. Навпаки, коли пропозиція перевищує попит, ціна падає, що спонукає споживачів купувати більше;

- конкурентний механізм: підприємства конкурують між собою за споживачів та ресурси. Це стимулює їх до підвищення ефективності виробництва, зниження цін та покращення якості товарів та послуг;

- інституційний механізм: держава та інші інституції встановлюють правила та норми, які регулюють економічну діяльність. Це сприяє захисту конкуренції, прав власності та довкілля;

- інформаційний механізм: економічні агенти обмінюються інформацією про ціни, ресурси, технології та інші фактори, що впливає на їхню поведінку.

Зовнішні зв'язки – це ті, що пов'язують економічну систему з зовнішнім середовищем. До них належать:

– взаємодія з природним середовищем: економічна система залежить від природних ресурсів та екосистеми. Її діяльність може негативно впливати на довкілля, що потребує вжиття заходів щодо захисту природи;

– взаємодія зі світовою економікою: країни здійснюють торгівлю один з одним, інвестують один в одного та беруть участь у міжнародних економічних організаціях. Це впливає на ціни, структуру виробництва та добробут населення;

– взаємодія з політичною системою: держава відіграє важливу роль у регулюванні економіки, встановлюючи податки, субсидії, закони та інші правила. Політична система також може впливати на розподіл доходів, рівень зайнятості та інші економічні показники;

– взаємодія з соціальною системою: рівень освіти, навички та цінності населення впливають на продуктивність праці та структуру економіки. Соціальна система також може впливати на розподіл доходів, рівень бідності та інші економічні показники;

– вплив науково-технічного прогресу: нові технології можуть призвести до значних змін у структурі виробництва, появі нових товарів та послуг та зростання продуктивності праці.

Взаємодія внутрішніх та зовнішніх факторів забезпечує складне та динамічне функціонування економічної системи. Розуміння цих факторів є важливим для прогнозування розвитку економіки та розробки ефективної економічної політики.

6. Основними показниками, які характеризують економічну систему, є:

- валовий внутрішній продукт (ВВП) – сукупна вартість товарів та послуг, вироблених у країні за певний період;

- рівень безробіття – відсоток робочої сили, який не має роботи та активно її шукає;

- рівень інфляції – темп зростання загального рівня цін на товари та послуги;

- рівень доходів та їх розподіл – показники нерівності в розподілі доходів між різними групами населення;

- торговельний баланс – різниця між вартістю експорту та імпорту товарів і послуг;

- рівень інвестицій – обсяг коштів, вкладених у розвиток виробництва та інфраструктури.

7. Розглянемо переваги та недоліки ринкової економічної системи. До переваг відноситься:

- ефективний розподіл ресурсів завдяки ринковим механізмам;

- стимулювання інновацій та підприємницької діяльності;

- широкий вибір товарів та послуг для споживачів;

- гнучкість та адаптивність до змін попиту та пропозиції.

До недоліків:

- нерівність у розподілі доходів та багатства;
- циклічні коливання та економічні кризи;
- можливість монополізації ринків та зловживання ринковою владою;
- екологічні проблеми такі як забруднення та зміна клімату. Це пов'язано з тим, що підприємства прагнуть максимізувати свій прибуток, не завжди зважаючи на екологічні наслідки своєї діяльності;

- відсутність гарантій соціального забезпечення для вразливих верств населення.

8. Висновки та перспективи розвитку економічної системи

Економічна система є динамічною та адаптивною, здатною реагувати на зміни внутрішніх та зовнішніх факторів. Для забезпечення стійкого розвитку та ефективного функціонування економічної системи необхідно:

- вдосконалювати механізми регулювання та координації між підсистемами та елементами;
- забезпечувати баланс між ринковими механізмами та державним регулюванням;
- сприяти інноваціям, підприємництву та розвитку нових технологій;
- враховувати екологічні та соціальні аспекти економічного розвитку;
- адаптуватися до глобалізації та міжнародної інтеграції.

Перспективи розвитку економічної системи залежать від здатності суспільства вирішувати виклики та проблеми, такі як нерівність, екологічні проблеми, технологічні зміни та глобалізація. Необхідно постійно переглядати та вдосконалювати економічну систему, щоб забезпечити стійкий розвиток та підвищення добробуту населення.

Практичне індивідуальне завдання

1. Оберіть тип системи для дослідження (наприклад, ринкова економіка, командно-адміністративна економіка, змішана економіка) та подайте її у вигляді складної соціально-економічної системи.

2. Визначте основні цілі та завдання обраної системи.

3. Виділіть основні підсистеми досліджуваної системи. В рамках кожної з них виділіть дрібніші підсистеми і елементи. Представте компоненти системи у вигляді ієрархії.

4. Опишіть основні елементи та властивості обраної системи.

5. Проаналізуйте механізми функціонування досліджуваної системи, виділіть зовнішні та внутрішні зв'язки.

6. Охарактеризувати основні показники, які характеризують обрану економічну систему (наприклад, ВВП, рівень безробіття, рівень інфляції).

7. Проаналізувати переваги та недоліки обраної економічної системи.

8. Зробити висновки щодо перспектив розвитку аналізованої системи.

Питання для самоконтролю

1. Які Ви знаєте основні компоненти економічних системи?

2. Як компоненти соціально-економічної системи взаємодіють між собою? Наведіть приклад.
3. Які властивості притаманні соціально-економічним системам?
4. Які фактори впливають на функціонування соціально-економічних системи?
5. Як соціально-економічна система змінюється з часом?
6. Які Ви знаєте типи соціально-економічних систем?
7. Які принципи лежать в основі функціонування соціально-економічних систем?

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ БЕЗПЕКИ

Лабораторна робота №2.

Тема: застосування таксономічного аналізу для визначення рівня економічної безпеки регіонів.

Мета: ознайомитися з методологією оцінювання багатомірних об'єктів методом таксономічного аналізу, розглянути особливості застосування таксономічного аналізу для дослідження узагальнених показників економічної діяльності.

Завдання: розрахувати таксономічний показник рівня економічної безпеки регіонів України.

Хід роботи.

Головною метою використання методу таксономії є побудова узагальнюючої оцінки складного об'єкта або процесу. Таксономічний показник розраховується за класичним алгоритмом таксономічного аналізу, який містить декілька етапів, які наведено на рис. 2.1.



Рисунок 2.1 – Алгоритм таксономічного аналізу

Розглянемо детально кожен із етапів таксономічного аналізу.

1 етап. Формування вибірки даних соціально-економічного розвитку регіонів України за останні десять років.

Рівень економічної безпеки регіонів можна визначити на основі показників соціально-економічного розвитку регіонів за даними Державної служби статистики України (<https://www.ukrstat.gov.ua>):

- чисельність наявного населення (X_1);
- кількість зайнятих економічною діяльністю (X_2);
- наявний дохід населення у розрахунку на одну особу (X_3);
- витрати населення у розрахунку на одну особу (X_4);

- середньомісячна заробітна плата (X_5);
- індекс споживчих цін (X_6);
- валовий регіональний продукт (X_7);
- обсяг реалізованої промислової продукції, (товарів, послуг) (X_8);
- продукція сільського господарства (X_9);
- продукція рослинництва (X_{10});
- продукція тваринництва (X_{11});
- прийняття в експлуатацію загальної площі житла (X_{12});
- роздрібний товарооборот підприємств (X_{13});
- експорт товарів і послуг (X_{14});
- імпорт товарів і послуг (X_{15});
- фінансовий результат (сальдо) від звичайної діяльності до оподаткування (X_{16});
- капітальні інвестиції (X_{17}).

Вихідні дані потрібно звести у таблицю та визначите середнє значення за кожним соціально-економічним показником (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Вихідні дані для визначення рівня економічної безпеки регіонів

Регіон	Показники соціально-економічного розвитку регіонів										
	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11
Вінницька	1,19	0,01	0,96	1,82	0,11	0,12	1,04	0,37	0,39	0,11	70156,5
Волинська	1,37	0,01	0,96	1,32	0,07	0,08	1,05	0,23	0,33	0,35	48068,2
Донецька	7,19	0,06	0,97	-5,13	-0,26	-0,27	1,04	-0,85	-0,96	-1,03	-186699
...
середнє	3,25	0,03	0,96	-0,66	-0,03	-0,02	1,04	-0,08	-0,08	-0,19	-22824,8

2 етап. Нормування (стандартизація) соціально-економічних показників. Для проведення подальших розрахунків необхідна стандартизація, яка дозволяє звести всі одиниці виміру до безрозмірної величини, тобто вирівняти значення ознак. Для цього можна використати одну із наведених формул:

$$x_{\text{норм}} = \frac{x_i}{\bar{x}_i},$$

де x_i – значення соціально-економічного показника

\bar{x}_i – середнє значення соціально-економічного показника.

$$x_{\text{норм}} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\delta_i},$$

де δ_i – стандартне відхилення i -тої ознаки.

Після проведення відповідних розрахунків, отримується матрицю стандартизованих значень Z (табл. 2.2).

3 етап. Після стандартизації значень проводиться розподіл ознак на стимулятори та дестимулятори. Підставою такого поділу є характерний вплив кожного з показників на рівень розвитку досліджуваного об'єкта. Ознаки, які надають позитивний (стимулюючий) вплив на загальний рівень розвитку об'єкта, називаються стимуляторами, а ознаки, що уповільнюють розвиток досліджуваного об'єкта – дестимуляторами. Поділ ознаки на стимулятори і дестимулятори – основа для побудови вектора еталона, який має координати X_{oi} і формується зі значень показників:

$$Z_i = \max, \text{ якщо показник } i \text{ є стимулятором;}$$

$$Z_i = \min, \text{ якщо показник } i \text{ є де стимулятором.}$$

Таблиця 2.2 – Матриця стандартизованих значень Z

Регіон	Показники соціально-економічного розвитку регіонів										
	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11
Вінницька	0,37	0,38	1,00	-2,74	-4,13	-5,14	1,00	-4,44	-4,88	-0,58	-3,07
Волинська	0,42	0,38	1,00	-1,99	-2,63	-3,43	1,01	-2,76	-4,13	-1,84	-2,11
Донецька	2,21	2,25	1,01	7,73	9,75	11,57	1,00	10,20	12,00	5,42	8,18
...
Еталон	0,37	2,25	1,01	-2,74	-4,13	-5,14	1,00	-4,44	-4,88	-1,84	-3,07

4 етап. Після розподілу ознак на стимулятори та дестимулятори на основі елементів матриці сформовано вектор-еталон (P_o):

$$P_o = (0,37; 2,25; 1,01; -2,74; -4,13; -5,14; 1; -4,44; -4,88; -1,84; -3,07).$$

5 етап. Визначення відстані між окремими спостереженнями (регіонами або періодами залежно від мети аналізу) і вектором-еталоном. Відстань між точкою – одиницею й точкою P_o розраховується за формулою:

$$C_{ij} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (Z_{ij} - Z_{oj})^2},$$

де Z_{ij} – стандартизоване значення j -го показника в період часу i ;

Z_{oj} – стандартизоване значення i -го показника в еталоні.

Проміжні розрахунки середньої відстані між точкою та одиницею наведено у табл. 2.3.

$$\text{Визначення середньої відстані: } \overline{C_{ij}} = \frac{\sum C_{ij}}{n} = \frac{2,26+3,69+35,55}{3} = 13,83.$$

Отримана середня відстань служить початковим елементом для розрахунку показника таксономії за формулою: $K_i = 1 - d_i$, де d_i – відхилення

показників i -го регіону від еталону: $d_i = \frac{c_{ij}}{C_0}$. Визначення загальної відстані між показниками та еталоном: $C_0 = \overline{C_{ij}} + 2S_0$.

Таблиця 2.3 – Проміжні розрахунки

Регіон	Показники соціально-економічного розвитку регіонів									сума	Відстань C_{ij}
	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	...	x11		
	$(Z_{ij} - Z_{oj})^2$										
Вінницька	0,00	3,52	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	...	0,00	5,11	2,26
Волинська	0,00	3,52	0,00	0,57	2,25	2,94	0,00	...	0,94	13,60	3,69
Донецька	3,41	0,00	0,00	109,78	192,52	279,37	0,00	...	126,64	1263,55	35,55
...

Середньоквадратичне відхилення визначається за формулою:

$$S_0 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (c_{ij} - \overline{C_{ij}})^2}$$

Тоді, для нашого прикладу середньоквадратичне відхилення становить:

$$S_0 = \sqrt{\frac{1}{3} (2,26 - 13,83)^2 + (3,69 - 13,83)^2 + (35,55 - 13,83)^2} = 26,61.$$

Далі розрахуємо загальну відстань між показниками та еталоном:

$$C_0 = 13,83 + 2 * 26,61 = 67,07.$$

6 етап. Розрахуємо відхилення показників i -го регіону від еталону для кожного регіону:

$$d_{\text{Він.}} = \frac{2,26}{67,07} = 0,03 ; d_{\text{Волин.}} = \frac{3,69}{67,07} = 0,05 ; d_{\text{Дон.}} = \frac{35,55}{67,07} = 0,53.$$

Далі визначимо рівень коефіцієнта таксономії для кожного регіону:

$$\begin{aligned} K_{\text{Він.}} &= 1 - 0,03 = 0,97; \\ K_{\text{Волин.}} &= 1 - 0,05 = 0,95; \\ K_{\text{Дон.}} &= 1 - 0,53 = 0,47. \end{aligned}$$

Таксономічний показник синтетично характеризує зміни значень ознак досліджуваних груп. Інтерпретація даного показника така: він приймає високі значення при великих значеннях стимуляторів і низькі значення – при малих значеннях стимуляторів (табл. 2.4).

Таблиця 2.4 – Градація рівня розвитку об’єктів стосовно досліджуваного явища

Рівень розвитку	Значення таксономічного показника рівня розвитку
Найвищий	1,00 – 0,80
Високий	0,79 – 0,60
Середній	0,59 – 0,40
Низький	0,39 – 0,20
Найнижчий	0,19 – 0,0001

Отже, метод таксономічного аналізу дозволяє побудувати узагальнюючу оцінку складного об’єкта або процесу. Застосування методу ретроспективного аналізу дозволяє дослідити динаміку та визначити тенденції змін рівня досліджуваного об’єкту.

На основі розрахованого показника таксономічного аналізу потрібно зробити висновок щодо рівня економічної безпеки регіонів за досліджуваний період. Приклад висновку: Сформована вибірка соціально-економічних показників розвитку регіонів України до якої увійшли наступні показники:_____.

Процедура стандартизації даних дозволила визначити вектори-еталони

_____.

За спостереженнями серед регіонів визначилися еталони за конкретними ознаками. Так, область X_n є вектором-еталоном за показником « X_1 ». X_k область за показниками « X_2 » та « X_3 »...

Проведено розрахунок коефіцієнтів таксономії за показниками рівня економічної безпеки регіонів України за період з _____ по _____. За весь період дослідження найвище значення інтегрального показника економічної безпеки спостерігається у _____ області, середнє значення якого за досліджуваний період становить _____. Наступне значення у _____ області на рівні ____ пунктів, тобто відрив складає ____ пунктів. Найменше значення інтегрального показника економічної безпеки зафіксовано у _____ області – _____ пунктів. Це пов’язано з

Проведено ретроспективний аналіз інтегрального показника економічної безпеки регіонів за період з _____ по _____. За результатами розрахунків спостерігається різна тенденція його змін по всіх регіонах. Тенденція до збільшення спостерігається у таких регіонів, як _____.

Такі області, як _____ мають рівний тренд. Всі інші регіони мають тенденцію до зменшення значення інтегрального показника регіональної економічної безпеки. Найвище значення майже по всіх регіонах зафіксовано у _____ році. Але за результатами проведених розрахунків у таких регіонів, як _____ найвище значення інтегрального показника економічної безпеки спостерігається у _____ році.

Практичне індивідуальне завдання

1. Використовуючи офіційні статистичні дані (<https://www.ukrstat.gov.ua>), сформулюйте вибірку даних соціально-економічного розвитку регіонів України за останні 5 років.
2. Проведіть розрахунки коефіцієнтів таксономії за показниками соціально-економічного розвитку регіонів України за аналізований період.
3. Зробіть ретроспективний аналіз інтегрального показника економічної безпеки регіонів за досліджуваний період та дослідіть зміну тенденцій інтегрального показника за регіонами.
4. Визначте диспропорції стану економічної безпеки регіонів.

Питання для самоконтролю

1. Назвіть етапи проведення таксономічного аналізу.
2. Навіщо проводиться стандартизація аналізованих показників у таксономічному аналізі?
3. Що таке таксономія?
4. Охарактеризуйте порядок встановлення відстані між окремими спостереженнями і вектором-еталоном в процесі таксономічного аналізу.
5. Прокоментуйте особливості поділу індикаторів на стимулятори та дестимулятори при оцінюванні багатомірних об'єктів методом таксономічного аналізу.
6. Охарактеризуйте метод стандартизації значення матриці індикаторів.
7. Визначте особливості застосування таксономічного аналізу в економіці.

Лабораторна робота №3.

Тема: методи кластерного аналізу в математичному моделюванні.

Мета: ознайомитися з умовами, особливостями, етапи застосування кластерного аналізу.

Завдання: за обраними статистичними даними провести розподіл вибірки на кластери за допомогою пакету STATISTIKA.

Хід роботи.

Кластеризація, або кластерний аналіз – це статистична процедура, задача якої полягає в розбитті вибірки об'єктів на підмножини, що не перетинаються і називаються кластерами. Кожен кластер має складатися зі схожих об'єктів, а об'єкти різних кластерів мають істотно відрізнятися один від одного.

Розглянемо основні етапи проведення кластерного аналізу в системі Statistica. Проведемо кластеризацію регіонів України за рівнем розвитку підприємництва. Для проведення такого аналізу використаємо три наступні показники: x_1 – кількість зайнятих працівників (тис. осіб), x_2 – реалізована продукція (млн. грн.), x_3 – витрати на оплату праці (млн. грн.). Вихідні дані для проведення кластерного аналізу наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Показники, що характеризують розвиток підприємництва у кожному регіоні

Область	x_1	x_2	x_3	Область	x_1	x_2	x_3
Вінницька	246,5	116940	5741,1	Миколаївська	181,6	106192,6	5371
Волинська	165,1	93409,7	3793,1	Одеська	452	236653,7	14031,2
Дніпропетровська	866,4	628409,3	33699,7	Полтавська	299,5	196439,2	9325
Донецька	488,6	337284,6	24732,9	Рівненська	144,5	51056,6	3143,2
Житомирська	184,8	58451,3	4131,2	Сумська	174,8	69635	4723,3
Закарпатська	155,2	52270,7	3082	Тернопільська	133,6	83108,2	2624,2
Запорізька	373,6	201420,5	12805,4	Харківська	605,9	278013,1	16496,1
Івано-Франківська	158,4	64685,9	2989,1	Херсонська	141	53781,8	2640,9
Київська	443,1	351032,1	17252,3	Хмельницька	189,3	69288,9	3853,7
Кіровоградська	142,8	73230,8	3152,1	Черкаська	200,8	119639,4	4922,2
Луганська	136,7	38760,9	5033,2	Чернівецька	106,4	26732,2	1553,4
Львівська	482,3	209437	14183,2	Чернігівська	154,6	68944,3	3691,8

На першому етапі кластерного аналізу необхідно провести стандартизацію вихідних даних. У пакеті Statistica потрібно виконати наступну команду: **Vars (Variables) → Standardize**. У результаті ми отримаємо стандартизовані дані, які будемо використовувати для проведення кластерного аналізу.

Для проведення кластерного аналізу потрібно виконати наступну послідовність дій: **Statistics → Multivariate Exploratory Techniques → Cluster Analysis** (рис. 3.1), що дозволяє вибрати один з методів кластеризації.

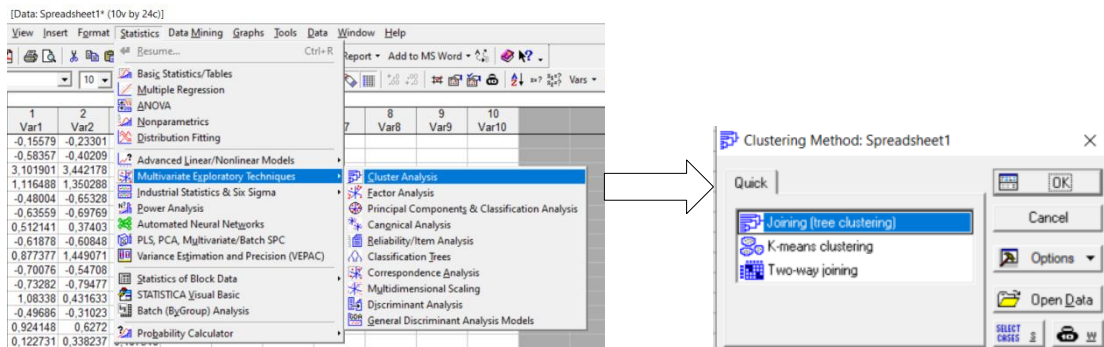


Рисунок 3.1 – Послідовність дій відкриття діалогового вікна кластерного аналізу

Діалогове вікно **Clustering Method** дозволяє використати один з методів кластеризації: **Joining (tree clustering)** – об'єднання (деревоподібна кластеризація); **k – means clustering** – кластеризація методом k -середніх; **Twoway joining** – двохідне об'єднання. Перший та останній методи є агломеративними, другий – ітераційним. Ієрархічну класифікацію прийнято застосовувати якщо кількість кластерів заздалегідь невідомо, а метод k – середніх – якщо відома кількість кластерів.

Оскільки нам не відомо кількість кластерів розглянемо об'єднання (деревоподібна кластеризація) – **Joining (tree clustering)**. Так у вікні **Clustering Method** обираємо **Joining (tree clustering)**. Відкриється діалогове вікно (рис. 3.2), у якому потрібно обрати змінні за якими буде проводитись кластеризація. Обираємо усі три змінні, для цього потрібно натиснути кнопку *Variables* та виділити усі змінні. Після чого потрібно задати напрям класифікації, для цього відкриваємо список *Cluster* та обираємо *Variables (rows)*, нажимаємо **Ок**.

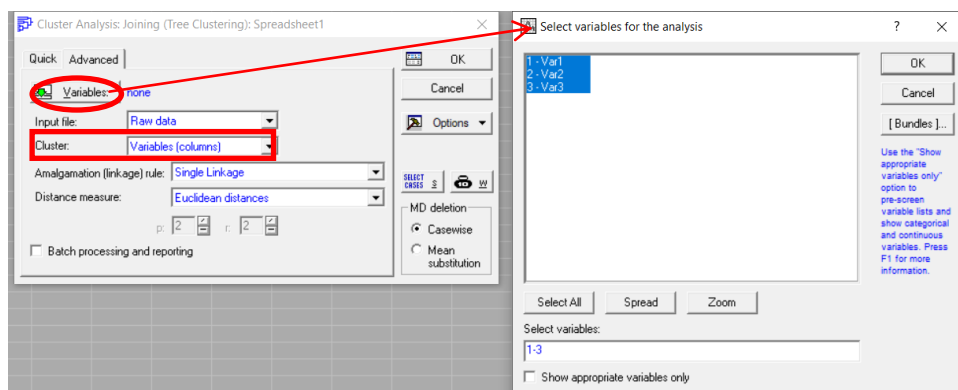


Рисунок 3.2 – Налаштування для проведення кластерного аналізу

Розглянемо елементи діалогового вікна **Cluster Analysis: Joining (Tree Clustering)**:

– **Input file** (Вихідні дані) (рис. 3.2) становить меню, в якому обираємо *Raw data* (Вихідні дані). *Distance matrix* (Матриця відстаней) передбачена на той випадок, якщо вхідна інформація представлена у вигляді матриці подібності;

– поле **Cluster** (Кластер) обирається напрям класифікації. При кластеризації самих змінних обирається *Variables [Columns]* (Змінні [Стовпці]), в даній задачі обирається класифікація за спостереженнями *Cases [rows]* (Спостереження [рядки]);

– рядок **Amalgamation [linkage] rule** (Правило об'єднання [зв'язки]) містить установки для вибору таких мір подібності: Single Linkage (Метод одиночного зв'язку «принцип найближчого сусіда»). Complete Linkage (Метод повного зв'язку «принцип далекого сусіда»). Unweighted pair-group average (Незважене попарне середнє). Weighted pair-group average (Зважене попарне середнє). Unweighted pair-group centroid (Незважений центроїдний метод). Weighted pair-group centroid (Зважений центроїдний метод). Ward's method (Метод Варда). Для вирішення даної задачі вибираємо метод Single Linkage (Метод одиночного зв'язку «принцип найближчого сусіда»);

– у полі **Distance measure** (Міра відстані) пропонуються різні види відстаней: Squared Euclidean distances (квадрат Евклідової відстані); Euclidean distances (Евклідова відстань); Cityblock (Manhattan) distance (Відстань міських кварталів (Манхеттенська відстань)); Chebychev distance metric (Відстань Чебишева); Power: $\text{SUM}(\text{ABS}(x-y)^p)^{1/p}$ (Степенева відстань); Percent disagreement (Відсоток незгоди). Для вирішення поставленого завдання оберемо Euclidean distances (Евклідова відстань).

Після виконання вказаних дій відкривається діалогове вікно ієрархічної класифікації **Joining Results** (рис. 3.3), у якому у верхній частині вказано за кількома мінними було проведено класифікацію, скільки об'єктів кластеризовано, яка метрика використовувалася для визначення відстані між об'єктами кластиризації. У нижній частині вікна розміщені результати класифікації, нажимаючи на відповідні кнопки можна переглянути дендограму (як вертикальну так і горизонтальну), графіки об'єднання, матрицю відстаней, дескриптивну статистику та інше.

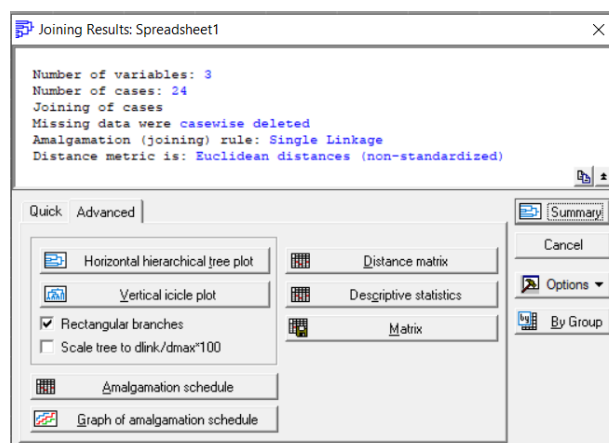
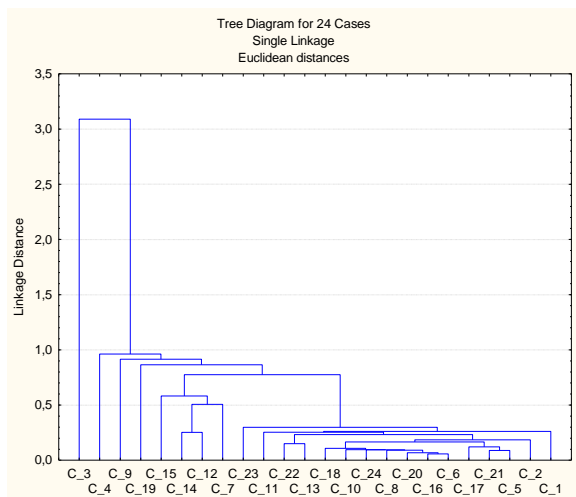
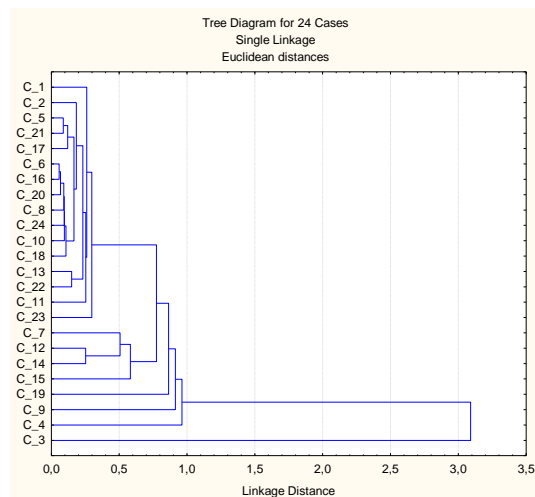


Рисунок 3.3 – Діалогове вікно Joining Results

Далі за допомогою кнопки *Vertical icicle plot* будуємо вертикальну дендрограму (рис. 3.4.а), а за допомогою кнопки *Horizontal hierarchical tree plot* можна побудувати горизонтальну дендрограму (рис. 3.4.б).



а) вертикальна дендограма



б) горизонтальна дендограма

Рисунок 3.4 – Дендограма

Згідно дендограми (рис. 3.4) області можна розбити приблизно на три кластери, можна побачити ще те, що поділ на кластери не є рівномірним.

Іншим методом кластеризації є метод k – **means clustering** (k -середніх). Як зазначалося вище, відмінністю даного методу від попереднього є те, що цей метод використовується коли дослідник має уяву про кількість кластерів. Знаючи кількість кластерів застосуємо метод k –середніх. Діалогове вікно даного методу наведено на рис. 3.5.

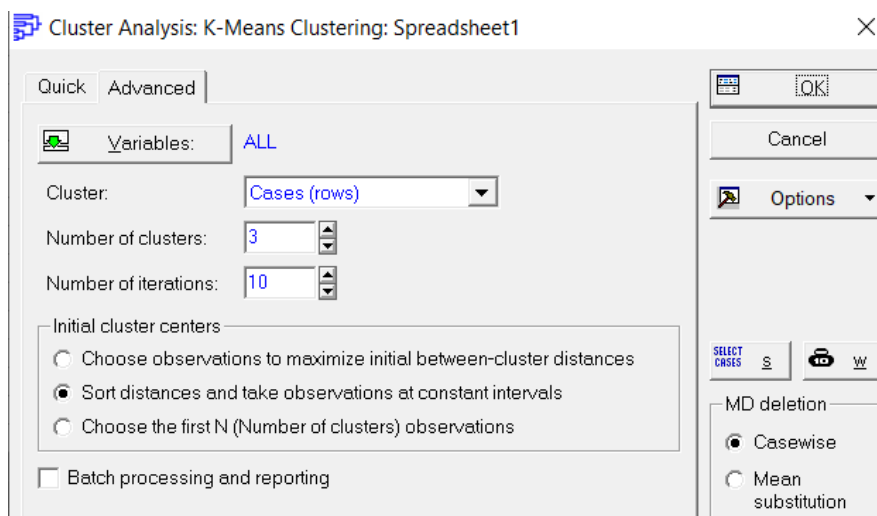


Рисунок 3.5 – Діалогове вікно Cluster Analysis: k – means clustering

За результатами дендограми розіб'ємо сукупність на 3 кластери, що відзначимо в полі **Number of clusters** (Число кластерів) (рис. 3.5). За допомогою кнопки **Variables** (Змінні) оберемо показники, за якими проводитиметься кластеризація. У рядку **Cluster** (Кластер) зазначимо об'єкти для класифікації **Cases [rows]** (Спостереження [строки]). Оскільки метод k -середніх є ітераційним, для зазначення максимального числа ітерацій, у результаті яких на кожній ітерації об'єкти розміщуються в різні кластери. Для встановлення кількості ітерацій призначено поле **Number of iterations** (Число ітерацій).

Також у діалоговому вікні Cluster Analysis: k – means clustering розміщено ряд опцій, а саме:

– *Choose observations to maximize initial between-cluster distances* (Обрати спостереження, максимізуючи початкові відстані між кластерами) обирає перші k спостережень відповідно до кількості кластерів, спостережень, які є центрами кластерів. Подальші спостереження замінюють раніше обрані центри в тому випадку, якщо найменша відстань до будь-якого з них більше, ніж найменша відстань між кластерами. У результаті цієї процедури початкові відстані між кластерами максимізують;

– *Sort distances and take observations at constant intervals* (Сортувати відстані і вибрати спостереження на постійних інтервалах), що значить спочатку сортування відстані між усіма об'єктами, а потім в якості початкових центрів кластерів вибір спостережень на постійних інтервалах;

– *Choose the first N (Number of cluster)* (Обрати перші N [кількість кластерів] спостережень). Ця опція бере перші N (кількість кластерів) спостережень в якості початкових центрів кластерів.

Обираємо другу опцію – Sort distances and take observations at constant intervals. Після натиснення кнопки *OK*, пакет Statistica здійснить обчислення і з'явиться нове вікно: «K-Means Clustering Results» (рис. 3.6).

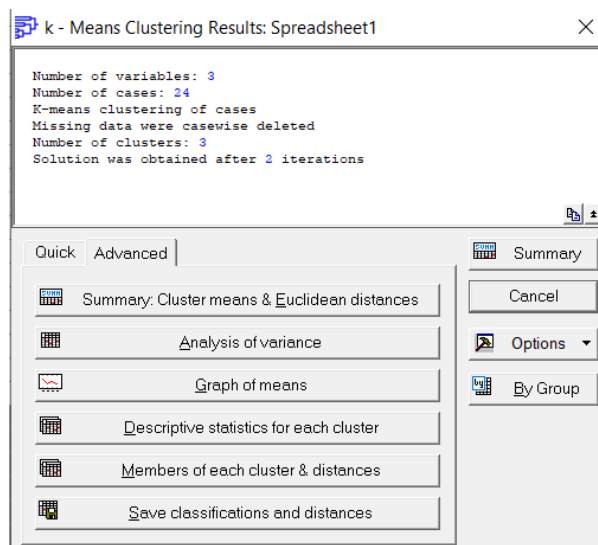


Рисунок 3.6 – Діалогове вікно K-Means Clustering Results

Вікно з результатами кластеризації умовно можливо розділити на дві частини. У верхній частині містяться значення параметрів, за якими проводиться аналіз, а в нижній – кнопки для виведення результатів. У верхній частині вікна зазначено кількість змінних – 3, кількість спостережень – 24, класифікація спостережень (або змінних, залежить від установки в попередньому вікні в рядку Cluster) методом k – середніх; спостереження з пропущеними даними видаляються або змінюються середніми значеннями; кількість кластерів – 3; рішення досягнуто після 2 ітерацій.

За допомогою кнопки **Cluster Means & Euclidean Distances** (Середні значення в кластерах та евклідові відстані) на екран виводяться дві таблиці. У

першій таблиці (рис. 3.7.а) наведено відстані між класами. Над діагональними елементами, які дорівнюють нулю, вказані квадрати, а нижче – евклідові відстані. У другій таблиці (рис. 3.7.б) вказані середні величини кластера за всіма змінними (спостереженнями). По вертикалі вказані номери кластерів, а по горизонталі змінні.

Cluster Number	Euclidean Distances between Clusters (Spreadsheet1)		
	No. 1	No. 2	No. 3
No. 1	0,000000	5,642094	14,46656
No. 2	2,375309	0,000000	2,06252
No. 3	3,803494	1,436148	0,00000

Variable	Cluster Means (Spreadsheet1)		
	Cluster No. 1	Cluster No. 2	Cluster No. 3
Var1	3,101901	0,909884	-0,591943
Var2	3,442178	0,784978	-0,558564
Var3	3,128130	0,878545	-0,579871

а) Матриця відстаней між кластерами б) Середні значення за кластерами

Рисунок 3.7 – Середні значення в кластерах та евклідові відстані

Згідно з рис. 3.7.а, можемо побачити, що відстань між другим та першим становить 2,37, а між третім та першим – 3,8, тож третій кластер більш віддалений від першого ніж другий. Між третім та другим кластерами відстань 1,43. Загалом кластери між собою достатньо віддалені, тобто вони не пов'язані між собою.

Натиснувши кнопку **Graph of means** (Графік середніх), можна отримати графічне зображення середніх значень змінних для кожного кластера (рис. 3.8).

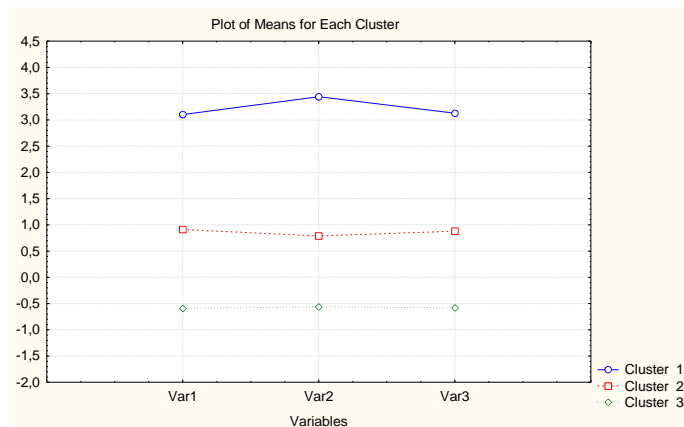


Рисунок 3.8 – Графік середніх значень для кожного кластера

З рис. 3.8 можна побачити, що середні по кластерам не перетинаються, тож переходимо до аналізу отриманих кластерів. Перелік спостережень, що входять до кожного з кластерів, можна отримати з використанням кнопки **Members for each cluster & distances** (члени групи і відстані) (рис. 3.9). Так, до першого кластера увійшла лише одна область – Дніпропетровська, до другого кластеру увійшло 7 областей (Донецька, Запорізька, Київська, Львівська, Одеська, Полтавська та Харківська). А ті 16 областей, що залишилися увійшли до третього кластеру.

Кнопка **Descriptive Statistics for each cluster** (див. рис. 3.6) дозволяє визначити описові статистики для кожного з кластерів (рис. 3.10). За

результатами описової статистики можна проаналізувати середні значення, стандартне відхилення та дисперсію по кожному кластеру.

Case No.	Distance
C_3	0,00

Перший кластер

Case No.	Distance
C_4	0,743461
C_7	0,384045
C_9	0,402805
C_12	0,247319
C_14	0,141848
C_15	0,686446
C_19	0,486715

Другий кластер

Case No.	Distance
C_1	0,344191
C_2	0,090478
C_5	0,088339
C_6	0,097806
C_8	0,065232
C_10	0,077429
C_11	0,182427
C_13	0,191213
C_16	0,112579
C_17	0,076280
C_18	0,131577
C_20	0,129477
C_21	0,079049
C_22	0,243251
C_23	0,300081
C_24	0,029875

Третій кластер

Рисунок 3.9 – Результати кластеризації

Descriptive Statistics for Cluster 1 Cluster contains 1 cases			
Variable	Mean	Standard Deviation	Variance
Var1	3,101901	0,00	0,00
Var2	3,442178	0,00	0,00
Var3	3,128130	0,00	0,00

Перший кластер

Descriptive Statistics for Cluster 2 Cluster contains 7 cases			
Variable	Mean	Standard Deviation	Variance
Var1	0,909884	0,504851	0,254875
Var2	0,784978	0,465158	0,216372
Var3	0,878545	0,595554	0,354685

Другий кластер

Descriptive Statistics for Cluster 3 Cluster contains 16 cases			
Variable	Mean	Standard Deviation	Variance
Var1	-0,591943	0,172703	0,029826
Var2	-0,558564	0,191128	0,036530
Var3	-0,579871	0,142313	0,020253

Третій кластер

Рисунок 3.10 – Описова статистика для кожного кластера

Кнопка **Analysis of variance** (див. рис. 3.6) дозволяє провести дисперсійний аналіз, результати якого наведено на рис. 3.11.

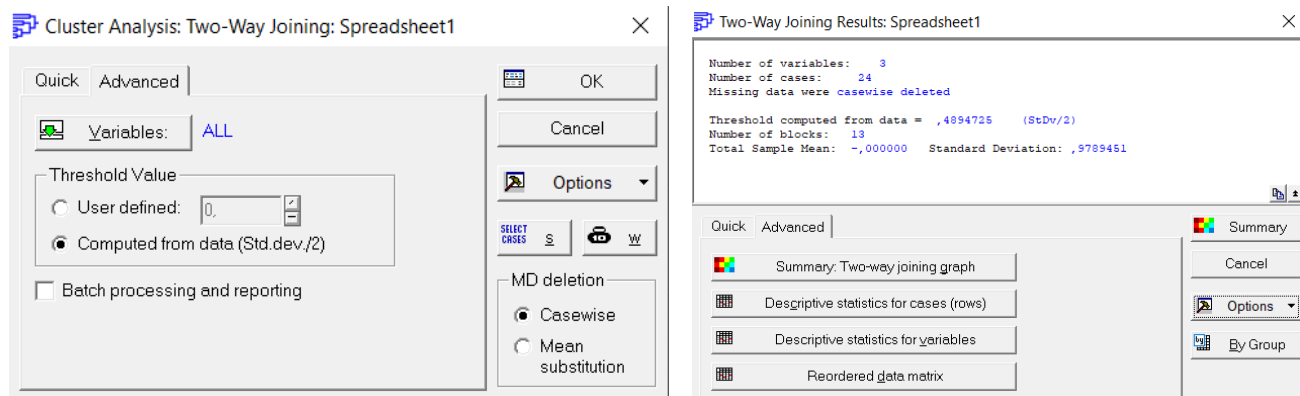
Analysis of Variance (Spreadsheet1)						
Variable	Between SS	df	Within SS	df	F	signif. p
Var1	21,02336	2	1,976645	21	111,6768	0,000000
Var2	21,15382	2	1,846180	21	120,3106	0,000000
Var3	20,56810	2	2,431904	21	88,8049	0,000000

Рисунок 3.11 – Результати дисперсійного аналізу

З рис. 3.11 видно, що значення міжгрупової дисперсії (Between SS) є вищим ніж внутрішньогрупової (Within SS). Міжгрупова дисперсія коливається в межах 20-21 та свідчить про те, що кластери знаходяться на певній відстані один від одного, тобто не пов'язані між собою та відрізняються один з одним. Значення внутрішньогрупової дисперсії значно менші ніж міжгрупової, що свідчить про незначні відхилення усіх значень від середнього. Тож, кластери є однорідними.

Дисперсне відношення або критерії Фішера (F) дає змогу оцінити достовірність впливу фактора, що вивчається і використовується для перевірки істотності зв'язку. З отриманих результатів видно, що усі фактори є достовірними.

Ще один метод, який використовується для кластеризації є **Twoway joining** (Двовхідного об'єднання). Основна відмінність даного методу полягає в тому, щоб одночасно класифікувати як спостереження, так і змінні. Але недоліком є те, що кластери, що отримуються є досить часто неоднорідними за своєю природою. Діалогове вікно даного методу викликається вибором на рис. 3.1 і наведено на рис. 3.12.а.



а) Стартове діалогове вікно

б) Вікно результатів

Рисунок 3.12 – Діалогові вікна методу **Twoway joining**

Група операцій **Threshold Value** (Значення порогу) містить два режими: **User defined** (Заданий користувачем) і **Computed from data (Std. Dev./2)** (Обчислене за даними). Пороговий параметр визначає належність елементів матриці даних до кластерів, що формуються. Якщо ця величина дуже велика порівняно зі значеннями елементів у матриці, то формується тільки один кластер; якщо дуже мала, то кластером буде кожна точка даних. Для більшості випадків беруть порогове значення, рівне половині величини загального стандартного відхилення (режим **Computed from data (Std. Dev./2)** (Обчислене за даними)). Після завдання всіх параметрів натиснемо Ok. Вікно з результатами обчислень наведено на рис. 3.12.б.

У даному вікні (рис. 3.12.б) кнопка **Descriptive statistics for cases (rows)** (Описові статистики [рядків]) і **Descriptive statistics for variables** (Описові статистики для змінних) – виводять на екран таблиці зі статистичними характеристиками даних: середніми значеннями і стандартними відхиленнями (рис. 3.13.а).

Кнопка **Reordered Data Matrix** (Перевпорядкована матриця даних) формує таблицю зі спостереженнями відповідно до результатів двовхідного об'єднання. У даному прикладі перевпорядкована матриця даних відображається у вигляді карти ліній рівня (рис. 3.13.б).

Case ID	Means and Standard Deviations (
	Mean	Std.Dev.
C_1	-0,241794	0,090712
C_2	-0,521212	0,103203
C_3	3,224070	0,189342
C_4	1,494572	0,467243
C_5	-0,556468	0,088402
C_6	-0,666463	0,031051
C_7	0,475007	0,088462
C_8	-0,634958	0,037298
C_9	1,138790	0,288963
C_10	-0,635086	0,079234
C_11	-0,650629	0,198436
C_12	0,741534	0,327046
C_13	-0,396511	0,094103
C_14	0,747367	0,156360
C_15	0,189505	0,129029
C_16	-0,685587	0,024551
C_17	-0,522740	0,055763
C_18	-0,649350	0,150605
C_19	1,217841	0,447517
C_20	-0,705939	0,017365
C_21	-0,534090	0,067334
C_22	-0,349210	0,119303
C_23	-0,876260	0,018753
C_24	-0,602388	0,032117

Variable	Means and Standard Deviations	
	Mean	Std.Dev.
Var1	-0,000000	1,000000
Var2	0,000000	1,000000
Var3	0,000000	1,000000

Case ID	Reordered Data Matrix (Spreadsheet1)		
	Var1	Var3	Var2
C_1	-0,155795	-0,336579	-0,233009
C_13	-0,496857	-0,382443	-0,310235
C_22	-0,395957	-0,438059	-0,213612
C_2	-0,583568	-0,577981	-0,402087
C_10	-0,700758	-0,657415	-0,547083
C_18	-0,749106	-0,722834	-0,476109
C_6	-0,635594	-0,666102	-0,697693
C_16	-0,691825	-0,658518	-0,706417
C_20	-0,710218	-0,720765	-0,686835
C_8	-0,618777	-0,677615	-0,608483
C_24	-0,638747	-0,590534	-0,577884
C_5	-0,480040	-0,536083	-0,653282
C_21	-0,456392	-0,570471	-0,575408
C_17	-0,532592	-0,462708	-0,572921
C_11	-0,732815	-0,424304	-0,794768
C_3	3,101901	3,128130	3,442178
C_4	1,116488	2,016939	1,350288
C_9	0,877377	1,089922	1,449071
C_19	1,732923	0,996211	0,924389
C_12	1,083380	0,709590	0,431633
C_14	0,924148	0,690754	0,627200
C_7	0,512141	0,538849	0,374030
C_15	0,122731	0,107548	0,338237
C_23	-0,892047	-0,855531	-0,881201

а) Статистичні характеристики отриманих кластерів

б) Перевпорядкована матриця даних

Рисунок 3.13 – Результати розрахунків за методом Twoway joining

Кнопка **Summary: Two-way joining graph** виводить графічне зображення результатів двохідного об'єднання. (рис. 314).



Рисунок 3.14 – Графічний результат методу двохідного об'єднання

На графіку по горизонталі відкладено змінні, а по вертикалі – області. Кольори клітинок, що знаходяться на перетині, вказують на належність елементів матриці до певного кластера. У даному прикладі видно, що, використовуючи цей метод, усю сукупність можливо розподілити на вісім кластерів. Досить складна інтерпретація результатів і спірна їх практична цінність робить даний метод не дуже привабливим.

Спираючись на дендрограму та результати методу k -середніх робимо висновок про те, що всі області можливо розподілити на 3 кластери (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Результати кластерного аналізу

Номер кластеру	Рівень розвитку підприємництва	Назва області
Перший кластер	Високий	Дніпропетровська
Другий кластер	Середній	Донецька, Запорізька, Київська, Львівська, Одеська, Полтавська, Харківська
Третій кластер	Низький	Вінницька, Волинська, Житомирська, Закарпатська, Івано-Франківська, Кіровоградська, Луганська, Миколаївська, Рівненська, Сумська, Тернопільська, Херсонська, Хмельницька, Черкаська, Чернівецька, Чернігівська

Практичне індивідуальне завдання

1. Сформуйте базу вихідних даних соціально-економічного розвитку регіонів України за останні 5 років використовуючи офіційні статистичні дані (<https://www.ukrstat.gov.ua>).

2. Проведіть динамічний кластерний аналіз регіонів України за показниками соціально-економічного розвитку.

3. Зробіть висновки.

Питання для самоконтролю

1. В чому полягає задача кластерного аналізу?
2. Наведіть основні міри порівняння об'єктів між собою.
3. Що таке дендрограма?
4. Що являють собою ієрархічні методи кластерного аналізу?
5. Наведіть основні способи поєднання об'єктів у кластери.
6. Яким чином визначити значущу кількість кластерів?

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НА МІКРОРІВНІ РИНКОВОЇ ЕКОНОМІКИ

Лабораторна робота №4.

Тема: методи багатовимірного аналізу: дискримінантний аналіз.

Мета: ознайомитися з умовами, особливостями, етапи застосування дискримінантного аналізу.

Завдання: перевірити якість кластеризації методами дискримінантного аналізу використовуючи пакет STATISTIKA.

Хід роботи.

Дискримінантний аналіз – це один з методів багатовимірного статистичного аналізу. Його мета полягає в тому, щоб підставі вимірювання значень ознак об'єкту класифікувати його, тобто віднести до однієї з кількох груп (класів) деяким оптимальним способом. Під оптимальним способом розуміють або мінімум математичного очікування втрат або мінімальну ймовірність хибної класифікації.

Застосуємо метод дискримінантного аналізу для перевірки класифікації, отриманої при використанні кластерного аналізу. У якості вихідних даних використаємо дані наведені на рис. 4.1. Як видно з рисунка, вихідні дані містять не тільки змінні за якими проводився кластерний аналіз, а ще й номери кластерів для кожного регіону (підприємства або іншого об'єкту) відповідно.

	1 X1	2 X2	3 X3	4 X4	5 Кластер
1	0,2	0,42	0,97	0,7	1
2	-0,42	0,12	-0,56	-0,02	2
3	1,14	0,91	0,91	1,15	1
4	0,08	0,14	-0,45	0,06	2
5	0,67	1,93	3,97	0,74	1
6	0,18	1,5	2,07	0,89	1
7	0,41	0,05	0,05	-0,65	2
8	0,43	-0,34	-0,5	0,37	2
9	-0,58	-0,81	-0,34	0,28	3
10	0,41	-1,09	-0,97	-1,03	2
11	-0,56	-0,85	-1,56	-0,88	3
12	-1,44	-0,45	-0,36	0,51	3
13	-0,32	-1,57	-0,64	1,14	3
14	-0,43	0,23	-0,66	-1,14	2
15	-1,16	-0,37	2,2	0,29	3
16	0,5	-0,58	-0,54	-0,92	2
17	0,46	-0,06	-0,34	2,93	1
18	1,8	2,94	0,69	4,14	1
19	-0,95	-1,34	-0,03	-1,24	3
20	1,11	1,16	0,3	0,45	1
21					

Рисунок 4.1 – Вихідні дані

Для активації модуля дискримінантного аналізу потрібно у рядку меню з пункту **Statistics** вибрати пункт **Multivariate Exploratory Techniques** → **Discriminant Analysis** (рис. 4.2), після чого відкриється стартова панель даного модуля.

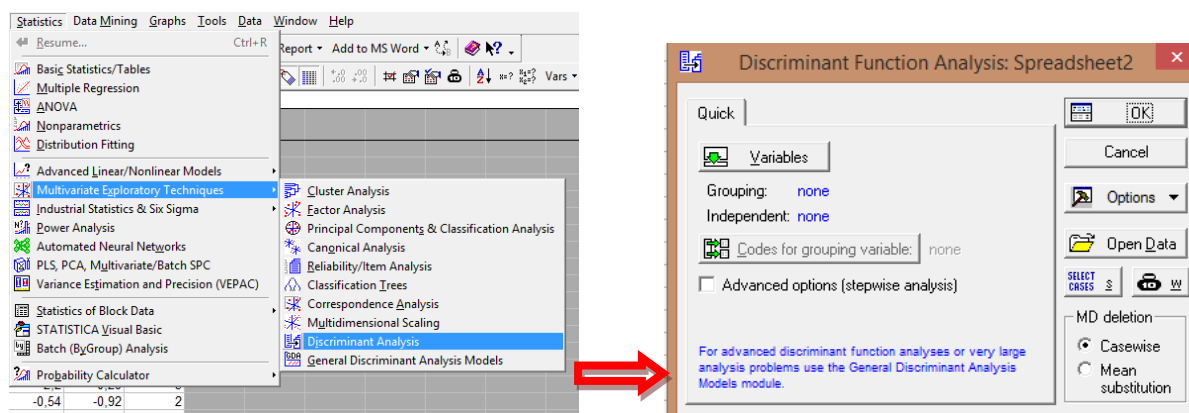


Рисунок 4.2 – Стартова панель модуля Дискримінантного аналізу

Стартова панель модуля **Discriminant Function Analysis** (рис. 4.2), містить такі функціональні кнопки:

- *Variables* дозволяє вибрати Grouping (Групувальні змінні) і Independent (Незалежні змінні);
- *Codes for grouping variable* (Коди для груп змінних) вказують кількість аналізованих груп об'єктів.

У діалоговому вікні **Discriminant Function Analysis** (рис. 4.2) натисніть на кнопку *Variables* і виберіть змінні для аналізу. У вікні **Select one grouping var. and independent variable list** потрібно вибрати одну (групову) змінну і список незалежних змінних, в якості групової змінної (Grouping variable) виберіть змінну Кластер – Номер кластера, а в якості Незалежних змінних (Independent variable) виберіть змінні X1, X2, X3 та X4 та натисніть OK (рис. 4.3).

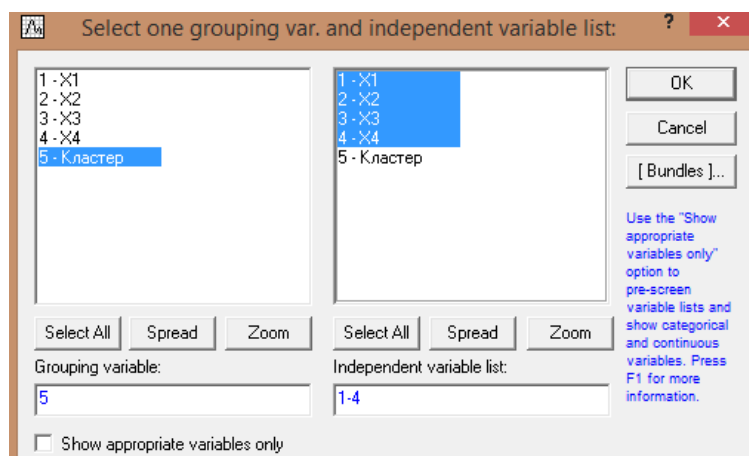



Рисунок 4.3 – Діалогове вікно «Select one grouping var. and independent variable list»

*Зауваження: групова змінна не повинна входити в список незалежних змінних.

У діалоговому вікні **Discriminant Function Analysis** (рис. 4.2) натисніть на кнопку *Codes for grouping variable* ( Codes for grouping variable: |). У вікні **Select codes for grouping variable** потрібно вибрати всі три порівнювані групи за допомогою натискання кнопки All (рис. 4.4) і натиснули OK.

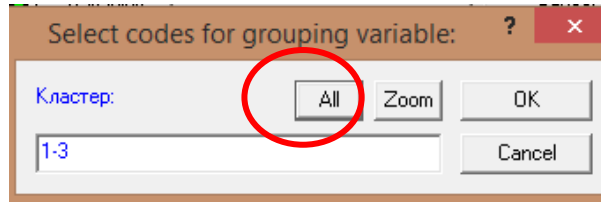


Рисунок 4.4 – Діалогове вікно «Select codes for grouping variable»

У діалоговому вікні **Discriminant Function Analysis** (рис. 4.5) встановіть «галочку» на опції *Advance options* (stepwise analysis – покроковий аналіз).

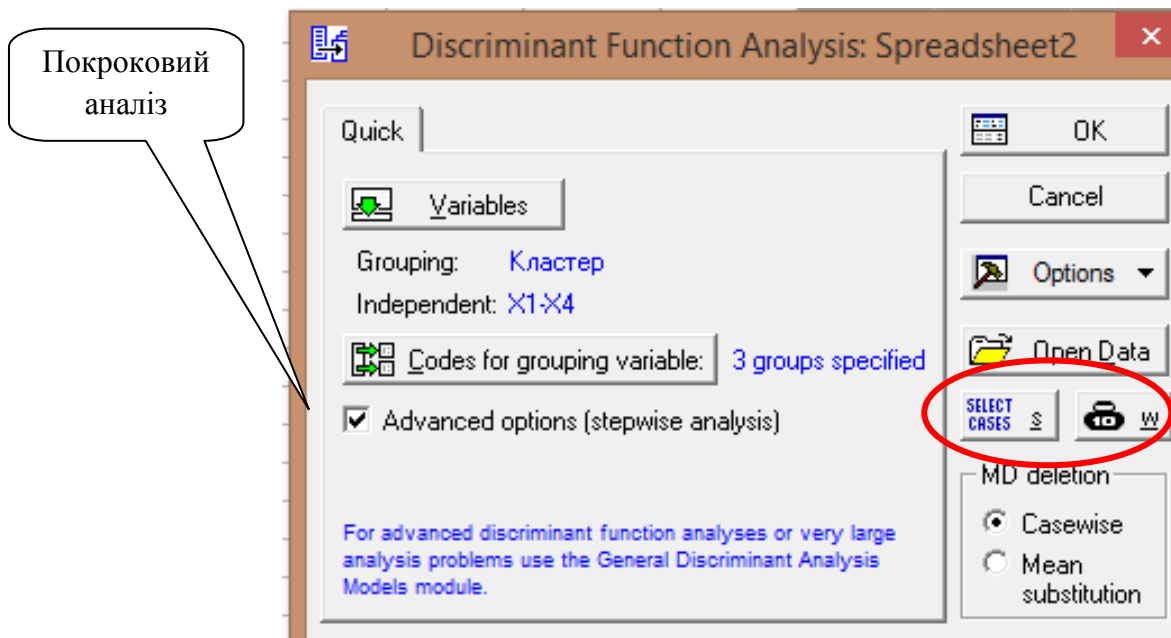


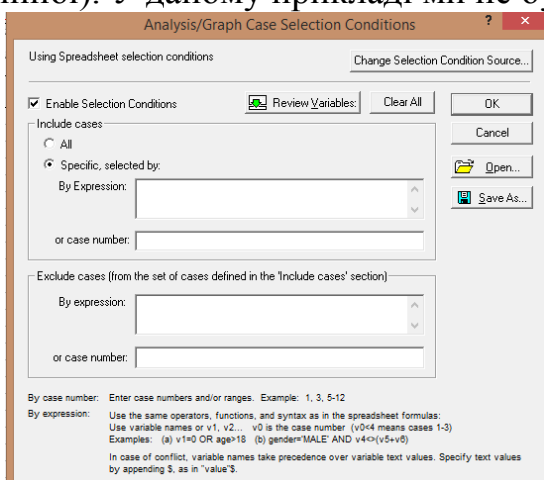


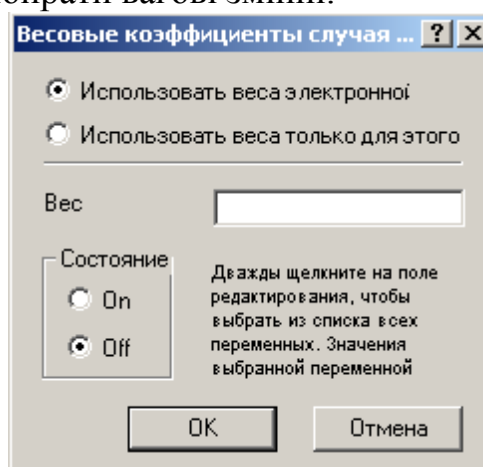
Рисунок 4.5 – Діалогове вікно «Discriminant Function Analysis»

У правій частині вікна **Discriminant Function Analysis** містяться додаткові умови, розглянемо їх детальніше. *Missing data* (пропущені змінні) дозволяє вибрати *Casewise* (порядкове видалення змінних зі списку), або *Mean substitution* (змінити їх на середні значення). *Open Data* – відкриває файл з даними. Кнопка *Select Cases* () – задає умови вибору спостережень з бази даних. Наприклад, необхідно розглянути всі випадки після 25, тоді в рядку Включити випадки задайте умови $v0 > 25$. Це означає, що при побудові дискримінантних і класифікаційних випадків будуть використовуватися випадки з номерами 26, 27 ... 64. Діалогове вікно умов вибору випадків наведено на рис. 4.6.a. У даному прикладі ми розглядатимемо всі випадки і додаткових умов накладати не будемо.

Кнопка W () – задає ваги змінних, обравши їх зі списку (рис. 4.6.б). У даному вікні можна вибрати вагову змінну, що дозволяє визначити (або задати) ваги для різних випадків (ваги будуть задаватися пропорційно значенням цієї змінної). У даному прикладі ми не будемо вибирати вагові змінні.



а) вікно умови вибору випадків



б) вікно визначення ваг змінних

Рисунок 4.6 – Діалогові вікна налаштування додаткових умов

Після того як змінні для аналізу обрані і встановлені при необхідності додаткові налаштування, переходимо до наступного етапу. Натисніть кнопку **OK**, після чого відкриється діалогове вікно **Model Definition** (Опис моделі), виберіть закладку *Advanced* (Розширений), рис. 4.7.

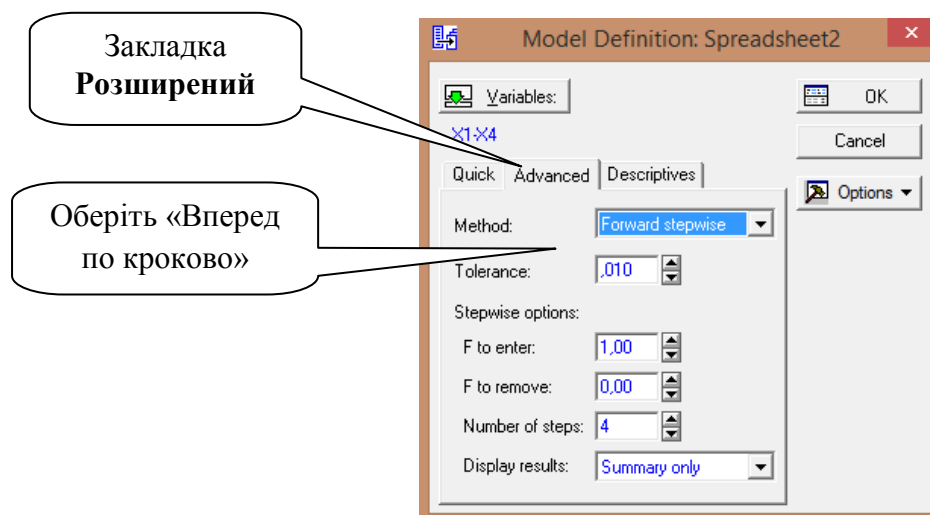


Рисунок 4.7 – Діалогове вікно «Model Definition»

На вкладці *Advanced* у полі *Method* можна обрати метод який буде використовуватись для вибору істотних змінних, задати початкові установки в цих методах, а також переглянути описові статистики для перевірки припущень щодо змінних. У цьому вікні можна вибрати такі методи:

- *Standard* (стандартний): усі змінні одночасно включаються в модель;
- *Forward stepwise* (покроковий з включенням): на кожному кроці в модель відбирається змінна з максимальним *F*-значенням. Процедура

закінчується, коли всі змінні, значення F яких більше значення вказаного в полі F to enter, увійшли до моделі;

– *Backward stepwise* (покроковий з виключенням): на кожному кроці в модель відбираються всі змінні, які потім видаляються залежно від величини F -значення. Кроки закінчуються, коли немає змінних, F -значення яких менше певного, визначеного в полі F to remove.

Для нашого прикладу вкажемо метод дискримінантного аналізу – *Forward stepwise*. При цьому виборі програма на послідовних кроках включає змінні моделі.

Поле **Tolerance** (толерантність) дозволяє виключити з моделі неінформативні змінні. Якщо толерантність має значення менше, ніж значення 0,01, то змінна визнається не інформативною та не включається до моделі.

Для покрокових методів у вікні є спеціальна група опцій, де задаються:

– F для включення (F to enter) – значення статистики F для включення змінної в модель;

– F для видалення (F to remove) – значення статистики F для виключення змінної в модель;

– кількість (*Number of steps*) – число кроків, визначає максимальну кількість кроків аналізу, по досягненню яких процедура закінчується;

– показати (*Display of results*) – відображення результатів на екрані (Тільки підсумки – *summary only*, на кожному кроці – *ateachstep*).

Встановіть налаштування, як показано на рис. 4.7, натисніть кнопку **ОК** і запустіть обчислювальну процедуру, що реалізовує покроковий метод включення. У результаті виконаних дій відкриється діалогове вікно результатів **Discriminant Function Analysis Results** (рис. 4.8). Дане діалогове вікно складається з двох частин: верхньої – інформаційної, і нижньої, де містяться функціональні кнопки і закладки, які дозволяють всебічно ознайомитись з результатами аналізу.

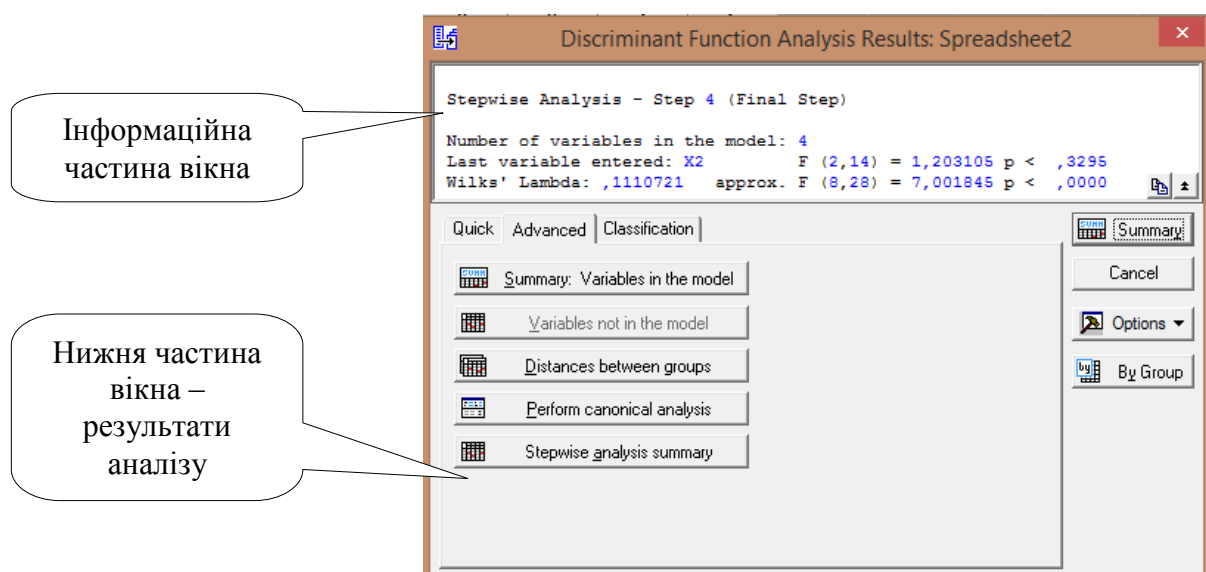


Рисунок 4.8 – Діалогове вікно Discriminant Function Analysis Results

Інформаційна частина вікна **Discriminant Function Analysis Results** (рис. 4.8) повідомляє наступне:

- метод який буде використовуватись для вибору істотних змінних: *Stepwise Analysis*, Step 4 (Final step) – крок 4 (заключний крок);
- число змінних у моделі: *Number of variables in model* становить 4;
- остання включена змінна: *Last variable enter* – X_2 , відповідне значення статистики F -критерію $F(2, 14) = 1,203$, рівень значущості $p < 0,3295$;
- значення лямбда Вілкса: *Wilks Lambda* становить 0,1110721;
- *approx.F* наближене значення F -статистики з числом ступенів свободи 2 та 14 дорівнює 1,203105, а з числом ступенів свободи 8 та 28 – 7,001845.
- p – рівень значущості F -критерію для значення 7,001846.

Статистика лямбда Вілкса (λ) обчислюється як відношення детермінанта (визначника) матриці внутрішньогрупових коваріацій до детермінанта загальної коваріаційної матриці. Значення λ належать до інтервалу $[0,1]$. Значення статистики Вілкса, які наближуються до 0, свідчать про гарну дискримінацію, а значення, які наближуються до 1, свідчать про погану дискримінацію. Таким чином, за отриманими даними показник Wilks' Lambda, становить 0,11, можна робити висновок, що наведена класифікація є коректною.

Далі в діалоговому вікні **Discriminant Function Analysis Results** (рис. 4.8) перейдіть на вкладку *Advanced* і натисніть на кнопку **Summary: Variables in the model** (підсумки: змінні, включені в модель). З'явиться підсумкова таблиця аналізу даних (рис. 4.9).

Discriminant Function Analysis Summary (Spreadsheet2)						
Step 4, N of vars in model: 4; Grouping: Кластер (3 grps)						
Wilks' Lambda: ,11107 approx. F (8,28)=7,0018 p< ,0000						
N=20	Wilks' Lambda	Partial Lambda	F-remove (2,14)	p-level	Toler.	1-Toler. (R-Sqr.)
X1	0,197977	0,561035	5,476949	0,017496	0,825349	0,174651
X3	0,139960	0,793597	1,820603	0,198243	0,673409	0,326591
X4	0,169455	0,655467	3,679413	0,051982	0,769985	0,230015
X2	0,130162	0,853335	1,203105	0,329487	0,672095	0,327905

Рисунок 4.9 – Підсумки: змінні, включені до моделі

У першому стовпці таблиці наведено значення *Wilks Lambda* (лямбда Вілкса), що є результатом виключення відповідної змінної моделі. Чим більше значення λ , тим бажаніше присутність цієї змінної у процедурі дискримінації.

Значення *Partial Lambda* (часткова лямбда) є відношення лямбда Вілкса після додавання відповідної змінної до лямбди Вілкса до додавання цієї змінної. Часткова лямбда характеризує одиничний внесок відповідної змінної роздільну силу моделі. Чим менше статистика лямбда Вілкса, тим більше внесок у загальну дискримінацію.

F-remove (F-видалення) – це значення F-критерію, пов’язані з відповідною частковою лямбдою Вілкса. Значення *p-level* – це рівні значущості критеріїв F-remove.

Відповідно до прикладу, що розглядаються найбільший вклад становить змінна X_1 .

Побудова діагностуючої моделі. У діалоговому вікні **Discriminant Function Analysis Results** натисніть кнопку *Perform canonical analysis* (виконання канонічного аналізу), програма вирахує незалежні дискримінантні функції (рис. 4.10).

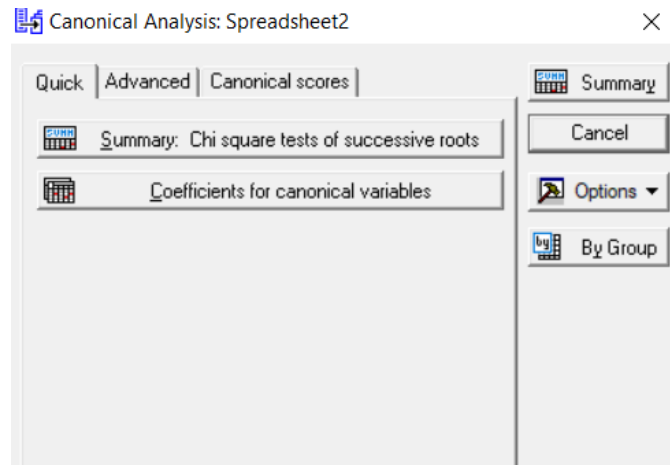


Рисунок 4.10 – Діалогове вікно «Canonical Analysis»

У діалоговому вікні **Canonical Analysis** (рис. 4.10) натисніть кнопку *Coefficients for canonical variables* (коефіцієнти канонічних змінних). Внаслідок цього з’являться дві таблиці з коефіцієнтами дискримінантних (канонічних) функцій. У першій таблиці (рис. 4.11.a) подано вихідні (нестандартизовані) коефіцієнти дискримінантних функцій. Ці коефіцієнти можуть бути використані для обчислення значень канонічних змінних кожного спостереження кожної дискримінантної функції.

Variable	Raw Coefficients (Spreadsheet2) for Canonical Variables	
	Root 1	Root 2
X1	1,529495	0,947831
X3	0,308760	-0,618794
X4	0,080741	-0,941783
X2	0,631999	0,510343
Constant	-0,274672	0,374126
Eigenval	3,768746	0,887952
Cum.Prop	0,809317	1,000000

а) необроблені коефіцієнти для канонічних змінних

Variable	Standardized Coefficients for Canonical Variables	
	Root 1	Root 2
X1	0,740124	0,458656
X3	0,338223	-0,677840
X4	0,083110	-0,969415
X2	0,446012	0,360158
Eigenval	3,768746	0,887952
Cum.Prop	0,809317	1,000000

б) стандартизовані коефіцієнти для канонічних змінних

Рисунок 4.11 – Коефіцієнти дискримінантних (канонічних) функцій

У другій таблиці (рис. 4.11.б) наведено стандартизовані коефіцієнти дискримінантних функцій. Ці коефіцієнти засновані на стандартизованих змінних, належать до однієї і тієї ж шкали вимірювань (абсолютної), тому їх можна порівнювати, щоб визначити величини та напрямки вкладів змінних у кожен канонічну функцію.

Стандартизовані коефіцієнти показують вклад змінних значення дискримінантної функції. Це є одним із підходів до визначення значущості змінної. Однак, цей підхід має серйозне обмеження. Якщо дві змінні сильно корельовані, їх внесок у дискримінантне значення має розділитися, навіть за значного спільного вкладу. Відповідно їх стандартизовані коефіцієнти можуть бути меншими порівняно з тими випадками, коли використовується одна з цих змінних. Або, іншими словами, вклад одного коефіцієнта частково погашається негативним внеском іншого. Це відбувається через те, що у стандартизованих коефіцієнтах одночасно береться до уваги вплив усіх змінних.

Таким чином, отримані такі дискримінантні функції:

$$DF1 = 0,740 \cdot x_1 + 0,446 \cdot x_2 + 0,338 \cdot x_3 + 0,083 \cdot x_4 + 3,768$$

$$DF2 = 0,458 \cdot x_1 - 0,677 \cdot x_2 - 0,969 \cdot x_3 + 0,360 \cdot x_4 + 0,887$$

У діалоговому вікні **Canonical Analysis** виберіть вкладку *Advanced* (рис. 4.12), натиснуть кнопку **Factor structure** (факторна структура). У таблиці (рис. 4.13) наведені об'єднані внутрішньогрупові кореляції змінних з відповідними дискримінантними функціями.

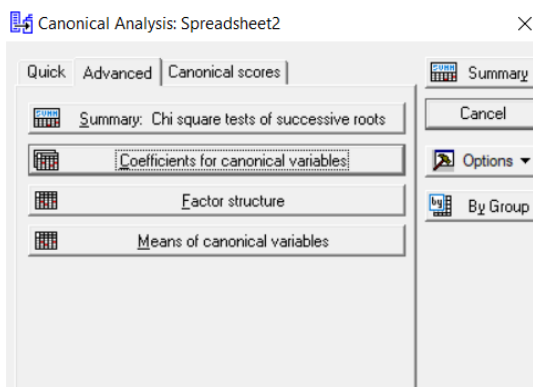


Рисунок 4.12 – Діалогове вікно «Canonical Analysis». Вкладка «Advanced»

Factor Structure Matrix (Spreadsheet2) Correlations Variables - Canonical Roots (Pooled-within-groups correlations)		
Variable	Root 1	Root 2
X1	0,737626	0,359603
X3	0,316165	-0,463556
X4	0,390070	-0,587695
X2	0,705613	-0,135696

Рисунок 4.13 – Об'єднані внутрішньогрупові кореляції змінних із відповідними дискримінантними функціями

Ці кореляції називають ще *структурними коефіцієнтами*. Зазвичай структурні коефіцієнти використовують для змістовної інтерпретації функцій, на відміну від коефіцієнтів дискримінантної функції, які позначають вклад кожної змінної функції. Структурний коефіцієнт можна обчислити і змінних в межах окремо взятої групи. Тоді отримуємо внутрішньогруповий структурний коефіцієнт z_{il} для i -ї змінної l -ї функції, який обчислюється за формулою:

$$z_{il} = \sum_{j=1}^p r_{ij} c_{jl} = \sum_{j=1}^p \frac{e_{ij} c_{jl}}{\sqrt{e_{ii} e_{ll}}}$$

де r_{ij} – внутрішньогрупові структурні коефіцієнти кореляції між змінними i та j ; c_{jl} – стандартизовані коефіцієнти канонічної функції для змінної j та функції l .

З іншого боку, структурні коефіцієнти є просто двомісними кореляціями, тому на них не впливають взаємні залежності інших змінних. Структурні коефіцієнти можуть використовуватися для графічного представлення різниці між груповими центроїдами у разі двох канонічних дискримінантних функцій. На графіці з осями, які відносяться до цих двох функцій, представлені групові центроїди та головний центроїд, зображені вектори, що виходять із головного центроїду та направлені в кожен дискримінантну змінну. Напрямні кути цих векторів обчислюються, з структурних коефіцієнтів. Довжина вектора визначається міжгруповими та внутрішньогруповими варіаціями відповідної змінної.

Отримана діаграма дає наочне уявлення про відмінності груп за допомогою дискримінантних змінних, а також потенційні можливості цих змінних.

У вікні **Canonical Analysis** натисніть кнопку **Summary: Chi square tests of successive roots** (підсумки: χ^2 -квадрат критерій послідовності коренів) (рис. 4.12), у результаті з'явиться таблиця результатів з покроковим критерієм канонічних коренів – дискримінантних функцій (рис. 4.14).

Chi-Square Tests with Successive Roots Removed (Spreadsheet2)						
Roots Removed	Eigen-value	Canonical R	Wilks' Lambda	Chi-Sqr.	df	p-level
0	3,768746	0,888989	0,111072	34,06243	8	0,000040
1	0,887952	0,685803	0,529674	9,85014	3	0,019884

Рисунок 4.14 – Таблиця результатів з покроковим критерієм для канонічного коріння

У діалоговому вікні **Canonical Analysis** перейдіть на вкладку **Canonical scores** (канонічні значення) та натиснули кнопку **Canonical scores for each case** (канонічні значення для кожного спостереження) (рис. 4.15). Отримаємо таблицю (рис. 4.16.а) зі значеннями дискримінантних функцій кожного спостереження.

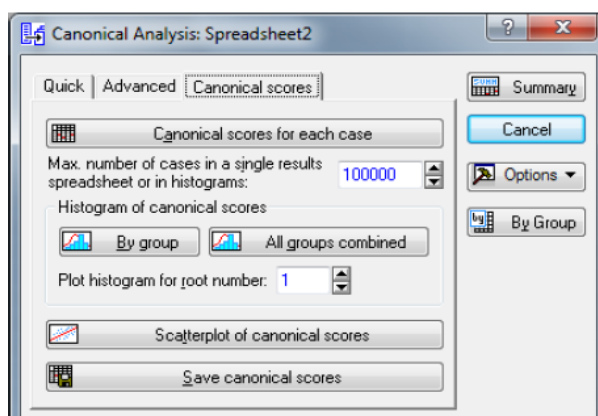
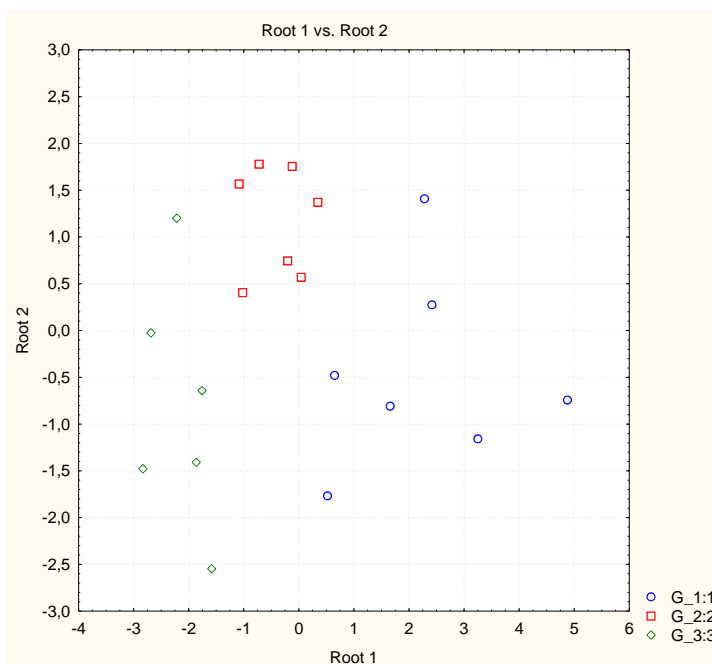


Рисунок 4.15 – Діалогове вікно Canonical Analysis

У вікні **Canonical Analysis** натисніть кнопку *Scatterplot of canonical scores* (діаграма розсіювання для канонічних значень). Отримаємо діаграму розсіювання (рис. 4.16.б) канонічних значень для пар значень дискримінантних функцій. На діаграмі видно, що спостереження, що належать однаковим групам, локалізовані у певних областях площини.

Case	Unstandardized Canonical Scores		
	Group	Root 1	Root 2
1	G_1:1	0,65268	-0,48144
2	G_2:2	-1,01574	0,40264
3	G_1:1	2,41790	0,27291
4	G_2:2	-0,19793	0,74335
5	G_1:1	3,25537	-1,15939
6	G_1:1	1,65963	-0,80884
7	G_2:2	0,34698	1,36947
8	G_2:2	0,04362	0,56911
9	G_3:3	-1,75607	-0,64230
10	G_2:2	-0,71912	1,77673
11	G_3:3	-2,22111	1,20364
12	G_3:3	-2,83152	-1,47795
13	G_3:3	-1,86191	-1,40802
14	G_2:2	-1,08282	1,56597
15	G_3:3	-1,58004	-2,54865
16	G_2:2	-0,11750	1,75263
17	G_1:1	0,52257	-1,76953
18	G_1:1	4,88381	-0,74532
19	G_3:3	-2,68395	-0,02380
20	G_1:1	2,28515	1,40878



а) таблиця зі значеннями дискримінантних функцій для кожного спостереження

б) діаграма розсіювання досліджуваних груп

Рисунок 4.16 – Результати канонічного аналізу

Повернувшись у вікно результатів **Discriminant Function Analysis Results**, натисніть кнопку *Cancel*, та активізуйте вкладку *Classification* (класифікація). Відкриється вікно результатів класифікації (рис. 4.17).

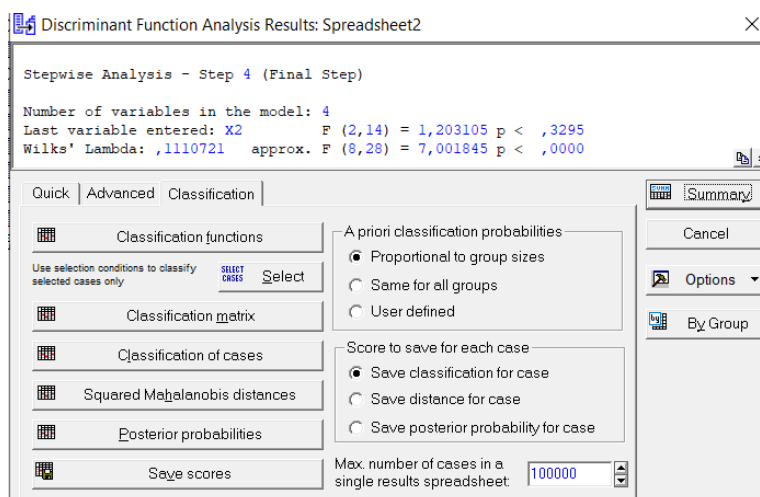


Рисунок 4.17 – Діалогове вікно «Discriminant Function Analysis Results», вкладка «Classification»

У рамці *A priori classification probabilities* (апріорні ймовірності класифікації) наведено різні опції завдання апріорних ймовірностей того, що спостереження при класифікації потрапить до однієї з груп: *Proportional to group sizes* (пропорційні розмірам груп); *Same for all groups* (однакові у всіх групах); *User defined* (задані користувачем). Апріорні ймовірності можуть суттєво впливати на точність класифікації. Якщо є попередні відомості (оцінки) про можливе кількісне співвідношення спостережень у групах, то бажано вибрати опцію *User defined*, якщо таких відомостей немає і кількість спостережень у групах приблизно однакова, то треба вибрати *Same for all groups*, інакше - *Proportional to group sizes*.

У рамці *Score to save for each case* (зберегти для кожного спостереження) наведено опції, при виборі яких можна зберегти той чи інший результат класифікації: *Save classification for case* (зберегти результати класифікації); *Save distance for case* (зберегти відстані); *Save posterior probability for case* (зберегти апостеріорні ймовірності).

У рядку *Max. number of cases in a single results spreadsheet* (максимальна кількість спостережень у таблиці результатів). Якщо спостережень більше зазначеного числа, результати будуть виділені декількома таблицями.

У діалоговому вікні «Discriminant Function Analysis Results» на вкладці «Classification» натиснуть кнопку «Classification functions» (функції класифікації). Функції класифікації - це лінійні функції, які обчислюються для кожної групи і можуть бути використані для класифікації спостережень. Досліджуване спостереження приписують до тієї групи, на яку класифікаційна функція має найбільше значення.

У таблиці, що зображена на рис. 4.18, наведено коефіцієнти та вільні члени при змінних лінійних функціях. Отже, дискримінантні класифікаційні функції для всіх 3-х груп мають такий вигляд:

$$\text{Група 1: } 3,224 \cdot x_1 + 0,942 \cdot x_2 + 1,327 \cdot x_3 + 1,062 \cdot x_4 - 4,579.$$

$$\text{Група 2: } 0,771 \cdot x_1 + 0,115 \cdot x_2 - 0,497 \cdot x_3 - 0,691 \cdot x_4 - 1,385.$$

$$\text{Група 3: } -3,807 \cdot x_1 - 2,012 \cdot x_2 + 0,185 \cdot x_3 + 1,035 \cdot x_4 - 3,694.$$

Classification Functions; grouping: Кластер (Spreadsheet2)				
Variable	G_1:1	G_2:2	G_3:3	
	p=,35000	p=,35000	p=,30000	
X1	3,24421	0,77165	-3,80755	
X3	1,32797	-0,49779	0,18570	
X4	1,06293	-0,69174	1,03503	
X2	0,94299	0,11567	-2,01206	
Constant	-4,57904	-1,38530	-3,69470	

Рисунок 4.18 – Класифікаційні функції

У разі двох груп точка відокремлюючи точка C (константа дискримінації) між двома групами дорівнює напівсумі величин двох центроїдів цих груп. У разі трьох груп відокремлюючи точки C_1, C_2, \dots, C_3 . Правило класифікації має вигляд: якщо $f > C_1$ – спостереження відноситься до першої групи; $C_1 < f < C_2$ – до другої групи; $f < C_3$ – до третьої групи.

Classification of Cases (Spreadsheet2)				
Incorrect classifications are marked with *				
Case	Observed	1	2	3
	Classif.	p=,35000	p=,35000	p=,30000
1	G_1:1	G_1:1	G_2:2	G_3:3
2	G_2:2	G_2:2	G_3:3	G_1:1
3	G_1:1	G_1:1	G_2:2	G_3:3
4	G_2:2	G_2:2	G_3:3	G_1:1
5	G_1:1	G_1:1	G_2:2	G_3:3
6	G_1:1	G_1:1	G_2:2	G_3:3
7	G_2:2	G_2:2	G_1:1	G_3:3
8	G_2:2	G_2:2	G_1:1	G_3:3
9	G_3:3	G_3:3	G_2:2	G_1:1
10	G_2:2	G_2:2	G_3:3	G_1:1
* 11	G_3:3	G_2:2	G_3:3	G_1:1
12	G_3:3	G_3:3	G_2:2	G_1:1
13	G_3:3	G_3:3	G_2:2	G_1:1
14	G_2:2	G_2:2	G_3:3	G_1:1
15	G_3:3	G_3:3	G_2:2	G_1:1
16	G_2:2	G_2:2	G_1:1	G_3:3
17	G_1:1	G_1:1	G_3:3	G_2:2
18	G_1:1	G_1:1	G_2:2	G_3:3
19	G_3:3	G_3:3	G_2:2	G_1:1
20	G_1:1	G_1:1	G_2:2	G_3:3

Squared Mahalanobis Distances from Group Centroids				
Incorrect classifications are marked with *				
Case	Observed	G_1:1	G_2:2	G_3:3
	Classif.	p=,35000	p=,35000	p=,30000
1	G_1:1	2,65039	3,94538	8,13140
2	G_2:2	12,95307	2,57216	4,38138
3	G_1:1	1,16472	9,27902	22,68703
4	G_2:2	7,71679	0,52394	6,57082
5	G_1:1	6,68304	23,89569	34,57278
6	G_1:1	2,05471	9,72126	16,16014
7	G_2:2	7,25584	0,88011	11,33478
8	G_2:2	6,67044	1,31948	7,52692
9	G_3:3	16,09941	5,24459	0,29409
10	G_2:2	15,67548	2,35536	10,66548
* 11	G_3:3	23,33353	3,98576	4,72205
12	G_3:3	29,42075	15,64290	3,58118
13	G_3:3	21,27681	12,37276	4,00935
14	G_2:2	17,98773	3,44378	9,63418
15	G_3:3	20,81759	17,13260	5,23594
16	G_2:2	11,50772	1,43272	11,76968
17	G_1:1	8,52923	13,35804	11,97200
18	G_1:1	11,39014	35,81670	53,88250
19	G_3:3	25,14704	7,38336	1,61447
20	G_1:1	3,54314	7,23879	24,68725

а) таблиця класифікації для кожного спостереження

б) таблиця квадратів відстаней Махаланобіса кожного спостереження від центроїду групи

Рисунок 4.19 – Результати класифікації

У діалоговому вікні **Discriminant Function Analysis Results** (див. рис. 4.17) натисніть кнопку **Classification of cases** (класифікація спостережень). Програма виведе таблицю класифікації кожного спостереження (рис. 4.19.а). Класифікації впорядковані за першим, другим та третім вибором. Стовець 1 містить перший класифікаційний вибір, тобто групу, на яку відповідне

спостереження має найвищу апостеріорну ймовірність і найбільше значення класифікаційної функції. Спостереження, які не вдалося правильно класифікувати, відзначені *.

На вкладці **Classification** у діалоговому вікні **Discriminant Function Analysis Results** натисніть кнопку **Squared Mahalanobis distances** (квадрат відстані Махаланобіса). У результаті отримаємо таблицю квадратів відстаней Махаланобіса кожного спостереження від центроїду групи (рис. 4.19.б). Ці відстані аналогічні квадратам евклідових відстаней, але враховують кореляції між змінними моделі. Спостереження приписують групі, до якої він найближчий. Спостереження, яких не вдалося правильно класифікувати, також відзначено *.

Визначення τ -статистики помилок та частки правильної діагностики. На вкладці **Classification** у діалоговому вікні **Discriminant Function Analysis Results** натисніть кнопку **Classification matrix** (матриця класифікації). Матриця (рис. 4.20) містить інформацію про кількість та відсоток коректно класифікованих спостережень у кожній групі. Рядки матриці - вихідні класи, стовпці – передбачені класи.

Classification Matrix (Spreadsheet2)				
Rows: Observed classifications				
Columns: Predicted classifications				
Group	Percent Correct	G_1:1 p=,35000	G_2:2 p=,35000	G_3:3 p=,30000
G_1:1	100,0000	7	0	0
G_2:2	100,0000	0	7	0
G_3:3	83,3333	0	1	5
Total	95,0000	7	8	5

Рисунок 4.20 – Результати класифікації

До першої групи належить 7 спостережень, усі сім спостережень (100%) було визначено коректно. До другої групи віднесено також 7 спостережень і всі вони визначені коректно (100%). У третій групі 6 спостережень, з них 5 визначено коректно (83,3%), а 1 спостереження помилково віднесено до другої групи

Аналіз отриманих результатів (рис. 4.20) свідчить, що прогноз для досліджуваних груп зроблено правильно (коректно класифіковані загалом 95% всіх досліджуваних випадків). Дане значення отримано ставленням коректно визначених спостережень до їх загальної кількості ($19/20=0,95$).

У пакеті STATISTICA є можливість задавати різні опції апіорних ймовірностей. У діалоговому вікні **Discriminant Function Analysis Results** на вкладці **Classification** натисніть кнопку **Posterior probabilities** (апостеріорні ймовірності). У результаті отримаємо таблицю (рис. 4.21) у якій, кожному спостереженню поставлена у відповідність ймовірність приналежності до групи.

Posterior Probabilities (Spreadsheet2)				
Incorrect classifications are marked with *				
Case	Observed Classif.	G_1:1 p=,35000	G_2:2 p=,35000	G_3:3 p=,30000
1	G_1:1	0,633444	0,331515	0,035041
2	G_2:2	0,004118	0,739397	0,256485
3	G_1:1	0,982978	0,017004	0,000018
4	G_2:2	0,025649	0,935359	0,038991
5	G_1:1	0,999816	0,000183	0,000001
6	G_1:1	0,978110	0,021165	0,000725
7	G_2:2	0,039451	0,956150	0,004399
8	G_2:2	0,062197	0,903062	0,034741
9	G_3:3	0,000393	0,089356	0,910252
10	G_2:2	0,001262	0,985488	0,013249
* 11	G_3:3	0,000039	0,627659	0,372301
12	G_3:3	0,000003	0,002796	0,997201
13	G_3:3	0,000204	0,017502	0,982294
14	G_2:2	0,000668	0,962006	0,037325
15	G_3:3	0,000481	0,003035	0,996485
16	G_2:2	0,006417	0,988758	0,004825
17	G_1:1	0,804703	0,071957	0,123340
18	G_1:1	0,999995	0,000005	0,000000
19	G_3:3	0,000009	0,061209	0,938783
20	G_1:1	0,863855	0,136126	0,000019

Рисунок 4.21 – Таблиця з апіорними ймовірностями

Наведена на рис. 4.21 ймовірність визначається за допомогою відстаней Махаланобісу та апіорних ймовірностей. Що далі спостереження розташоване від центру групи, то менш ймовірно, що воно належить до цієї групи. Спостереження приписують до тієї групи, на яку є найбільша апостеріорна ймовірність класифікації. Апіорні ймовірності можуть бути задані користувачем, які можуть бути рівні для всіх груп, або можуть бути пропорційні розмірам груп.

Наприклад, в останньому рядку (спостереження №20) (рис. 4.21) максимальне значення ймовірності відповідає групі 1, тобто з ймовірністю 0,8638 дане спостереження відноситься до групи №1. Згідно таблиці квадратів відстаней Махаланобіса (рис. 4.19.б) відстань від даного спостереження до центрів груп мінімально для групи 1 та становить 3,543. Це додаткове підтвердження того, що досліджуване спостереження відноситься до групи 1.

У разі коли прапорець як на рис. 4.17 встановлений у полі **Same for all groups** (однакові для всіх груп), кожна група спостережень має апіорну ймовірність, що дорівнює 0,333. Отже, кількість об'єктів, які будуть правильно передбачені при випадковій класифікації їх за групами пропорційно апіорним ймовірностям, дорівнює:

$$\sum_{k=1}^g p_k n_k = (0,333 * 7) + (0,333 * 8) + (0,333 * 5) = 6,66.$$

Для 19 правильних передбачень із 20 можливих τ -статистика, згідно з формулою,

$$\tau = \frac{n_c - \sum_{k=1}^g p_k n_k}{n - \sum_{k=1}^g p_k n_k},$$

де c_n – число правильно класифікованих об'єктів, а p_k – апіорна ймовірність приналежності до класу.

Вираз являє собою кількість об'єктів, які будуть правильно передбачені при випадковій класифікації їх за групам пропорційно апіорним ймовірностям. Якщо всі групи вважаються рівноправними, то апіорні ймовірності покладаються рівними одиниці, поділеній на число класів. Максимальне значення τ – статистики дорівнює 1 і воно досягається у разі безпомилкового передбачення. Нульове значення вказує на неефективність процедури, τ – статистика може набувати і негативних значень, що свідчить про погане розрізнення або вироджений випадок.

Для прикладу, що розглядається τ -статистика помилок та частка правильної діагностики становить:

$$\tau = \frac{19 - 6,66}{20 - 6,66} = 0,925.$$

Отримане значення τ -статистики означає, що класифікація за допомогою дискримінантних функцій робить на 92,5% помилок менше, ніж очікувалося за випадкової класифікації.

Якщо прапорець встановлений у полі **Proportional to group sizes** (пропорційні розмірам груп) (рис. 4.17), кожна група спостережень має свою апіорну ймовірність. Отже, кількість об'єктів, які будуть правильно передбачені при випадковій класифікації їх за групами пропорційно апіорним ймовірностям, так само:

$$\sum_{k=1}^g p_k n_k = (0,350 * 7) + (0,350 * 8) + (0,300 * 5) = 6,750.$$

Для 19 правильних передбачень із 20 можливих τ -статистика складе:

$$\tau = \frac{19 - 6,750}{20 - 6,750} = 0,925.$$

Якщо прапорець встановлений у полі **User defined** (рис. 4.17), то апіорні ймовірності задаються користувачем.

Як показник якості алгоритму діагностики (прогностичної «сили») використовували частку вірної діагностики μ , що визначається за формулою:

$$\mu = p_1 k + p_2 \lambda + p_3 \eta,$$

де k – частка правильної діагностики в 1-й групі;

λ – частка правильної діагностики у 2-й групі;

η – частка правильної діагностики у 3-й групі.

Розрахуємо частку вірної діагностики μ для нашого прикладу:

$$p_1 = \frac{7}{20} = 0,35; p_2 = \frac{8}{20} = 0,40; p_3 = \frac{5}{20} = 0,25.$$

$$\sum_{k=1}^g p_k \cdot n_k = 0,35 + 0,40 + 0,25 = 1.$$

$$k=7/7=1; \lambda=7/8=0,875; \eta=5/5=1$$

$$\mu = 1 * 0,35 + 0,875 * 0,4 + 1 * 0,25 = 0,950$$

Таким чином, частка вірної діагностики становить 95%.

Практичне індивідуальне завдання

1. Перевірте якість проведеної у попередній лабораторній роботі кластеризації методами дискримінантного аналізу використовуючи пакет STATISTIKA.

2. Зробіть висновки.

Питання для самоконтролю

1. У чому полягає задача дискримінантного аналізу?
2. Які методи використовуються для вибору істотних змінних в дискримінантному аналізі?
3. Що характеризує лямбда Вілкса?
4. До якого інтервалу належать значення лямбда Вілкса?
5. Що показують стандартизовані коефіцієнти дискримінантних функцій?
6. Яким чином визначити вклад змінної, які включені у модель?
7. З якою метою визначаються стандартизовані коефіцієнти дискримінантних функцій?
8. Як визначається частка вірної діагностики μ в дискримінантному аналізі?

Лабораторна робота № 5.

Тема: моделі антикризового індикативного планування на базі методу аналізу ієрархій.

Мета: ознайомитися з етапами методу аналізу ієрархій (МАІ) та отримати практичні навички його застосування.

Завдання: побудуйте та використайте модель МАІ для вирішення практичної задачі, проаналізуйте та інтерпретуйте результати моделювання.

Хід роботи.

Метод аналізу ієрархій, також відомий як метод Сааті, є багатоцільовим методом прийняття рішень, який використовується для порівняння та ранжування альтернатив на основі їх відносної важливості. МАІ складається з етапів, які наведено на рис. 5.1.

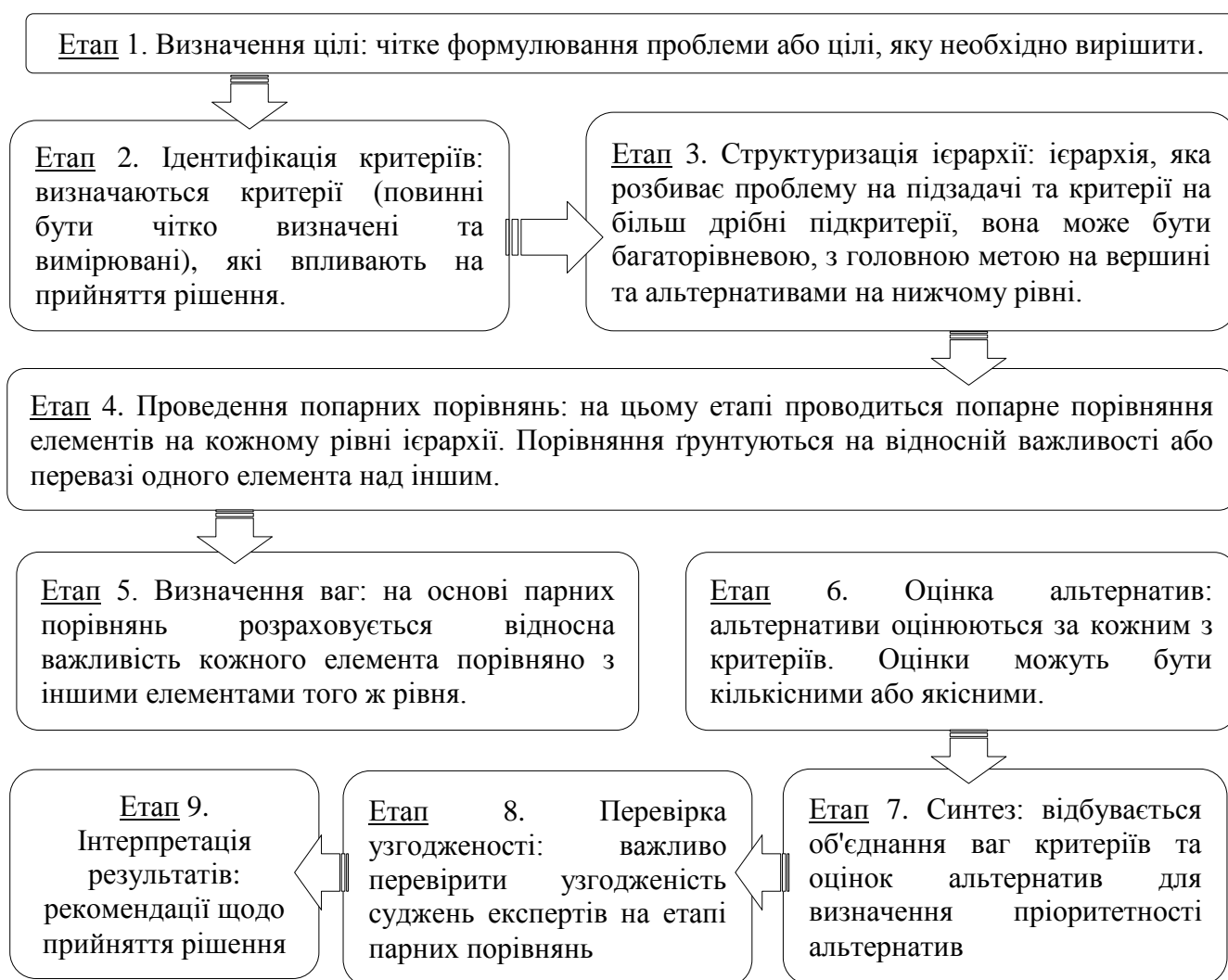


Рисунок 5.1 – Етапи методу аналізу ієрархій

Розглянемо приклад застосування методу аналізу ієрархій для вирішення конкретного практичного завдання. Для динамічного розвитку будь-якого промислового підприємства виробничі та невиробничі фонди потребують постійного та безперервного відновлення. Відновлення основних фондів

можливо здійснити за допомогою постійних (амортизація) та тимчасових методів, а саме: ремонт, лізинг, аутсорсинг та кредитування. Підприємство щороку виділяє визначену суму коштів, тобто деякий обсяг капіталу (100%), для відновлення фондів виробничого призначення. Постає питання який обсяг капіталу необхідно виділити для конкретного (допустимого) методу відновлення. Окресливши проблему, яку потрібно вирішити перейдемо до третього етапу – подання проблеми у вигляді ієрархії. Тож на рис. 5.2 наведено ієрархію, яка відповідає поставленій задачі та вершиною якої є «вибір джерел відновлення основних фондів виробничого призначення». Перший та другий рівні ієрархії формують дві цілі, а саме виробничі фонди (виробничі засоби) та невиробничі фонди (капітальні активи). На третьому рівні формується по п'ять критеріїв для кожного чинника, які уточнюють поставлену мету. На останньому, четвертому рівні ієрархії, знаходиться чотири альтернативи, які оцінюються за критеріями першого рівня.

Встановлюємо пріоритети чинникам другого рівня, визначивши важливіший з них. Оскільки маємо два чинника виробничі засоби та капітальні активи, керівництвом підприємства було визначено вагомість кожного з них: $W1 = 0,651$ та $W2 = 0,349$. Адже виробничі фонди приймають участь у виробничому процесі тому і мають вищу пріоритетність.

Для визначення пріоритетів, що представляють відносну важливість або перевагу критеріїв застосуємо процедуру попарних порівнянь. Безрозмірні пріоритети надають можливість обґрунтовано порівняти різномірні фактори, що є відмінною особливістю МАІ. Попарні порівняння визначаються як перевага одного елемента над іншим згідно зі шкалою відносної важливості, у якості такої шкали використаємо шкалу відношень Сааті (табл. 5.1).

Таблиця 5.1 – Шкала відносної важливості методу аналізу ієрархій Т. Сааті

Ступінь значимості	Визначення	Характеристика
1	Однакова значимість	Рівний внесок двох елементів у загальну оцінку
3	Слабка значимість	Легка перевага одного елемента над іншим
5	Істотна значимість	Відчутна перевага одного елемента над іншим
7	Очевидна значимість	Практично значна перевага одного елемента над іншим
9	Абсолютна значимість	Очевидна перевага – домінування одного елемента над іншим
2, 4, 6, 8	Проміжні значення	Застосовується у перехідних випадках

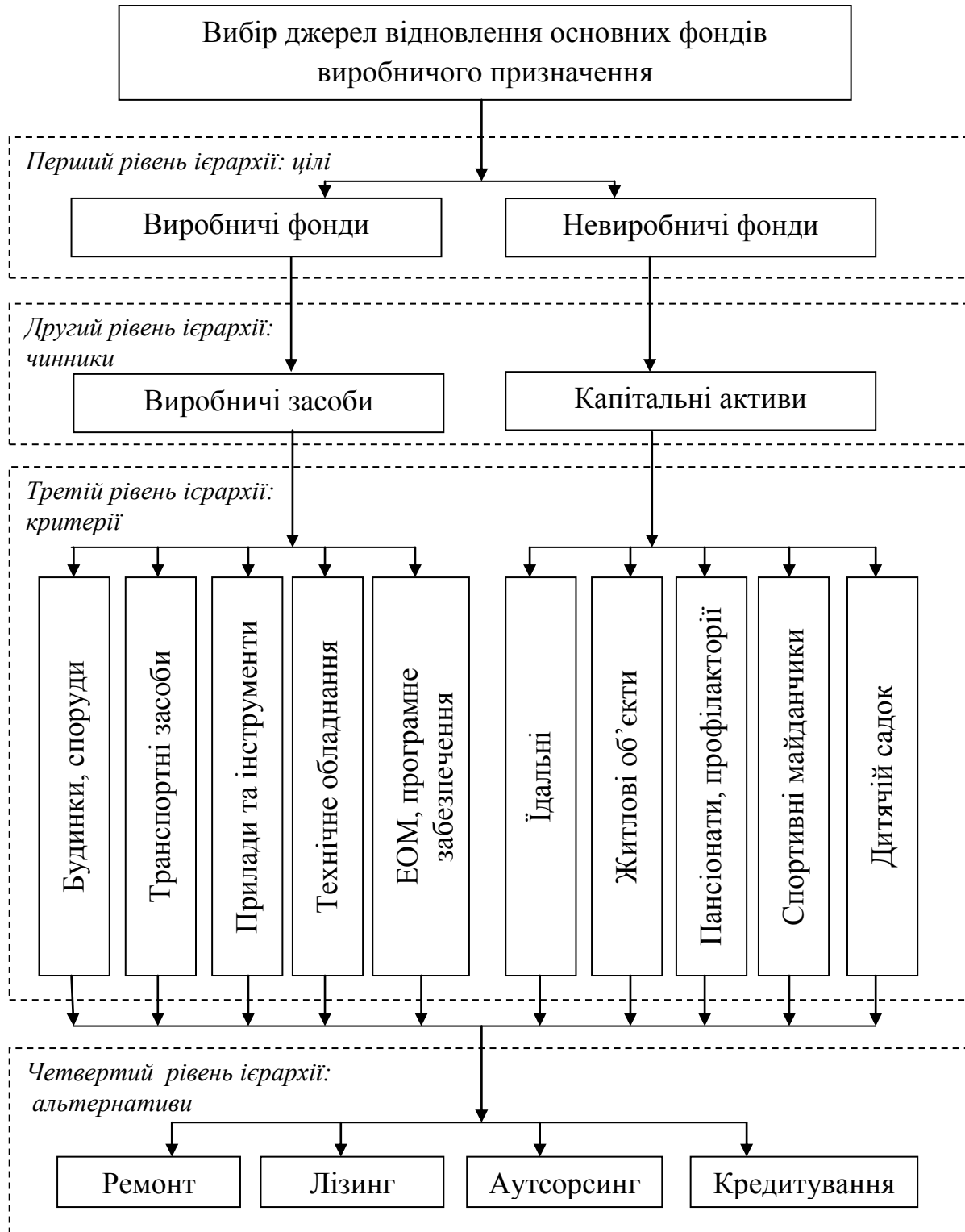


Рисунок 5.2 – Ієрархічна модель вибору джерел відновлення фондів виробничого призначення

Далі проведемо аналіз критеріїв третього рівня відносно елементів другого рівня. Для цього побудуємо матрицю попарних порівнянь (табл. 5.2) за запропонованими критеріями (третій рівень ієрархії).

Таблиця 5.2 – Матриця попарних порівнянь за чинником «Виробничі фонди»

Назва та номера елементів, що порівнюються	Номера елементів, що порівнюються					Локальні пріоритети, d_i
	1	2	3	4	5	
1. Будинки, споруди	1	0,33	0,33	0,25	0,33	0,065
2. Транспортні засоби	3	1	0,5	0,20	0,2	0,094
3. Прилади та інструменти	3	2	1	1	2	0,271
4. Технічне обладнання	4	5	1	1	3	0,373
5. ЕОМ, програмне забезпечення	3	5	0,5	0,33	1	0,198
Вектор-рядок (сума)	14,00	13,33	3,33	2,78	6,53	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 5,387, I_{V3} = 0,097, I_{CV} = 0,086$					

Розрахуємо власний вектор локальних пріоритетів за допомогою наступної формули: $d_i = \frac{\bar{d}_i}{\sum_{i=1}^n \bar{d}_i}$, де \bar{d}_i – вектор переваг: $\bar{d}_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}$, $i, j = \overline{1, n}$, де a_{ij} – i -й елемент j -го стовпця матриці попарних порівнянь, n – кількість критеріїв, що порівнюються.

Розрахуємо вектор переваг та локальні пріоритети для матриці попарних порівнянь за чинником «Виробничі фонди» (табл. 5.3).

Таблиця 5.3 – Розрахунок вектору переваг та локальні пріоритети

№ п/п	Вектор переваг, \bar{d}_i	Локальні пріоритети, d_i
1	$\bar{d}_1 = \sqrt[5]{1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}} = 0,392$	$d_1 = \frac{0,392}{6,075} = 0,065$
2	$\bar{d}_2 = \sqrt[5]{3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}} = 0,570$	$d_2 = \frac{0,570}{6,075} = 0,094$
3	$\bar{d}_3 = \sqrt[5]{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2} = 1,644$	$d_3 = \frac{1,644}{6,075} = 0,271$
4	$\bar{d}_4 = \sqrt[5]{4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3} = 2,268$	$d_4 = \frac{2,268}{6,075} = 0,373$
5	$\bar{d}_5 = \sqrt[5]{3 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1} = 1,201$	$d_5 = \frac{1,201}{6,075} = 0,198$
	$\sum_{i=1}^n \bar{d}_i = 0,392 + 0,570 + 1,644 + 2,268 + 1,201 = 6,075$	$\sum_{i=1}^n d_i = 0,065 + 0,094 + 0,271 + 0,373 + 0,198 = 1$

Далі розрахуємо оцінки узгодженості суджень. Визначимо найбільше власне число матриці попарних порівнянь λ_{\max} за допомогою формули:

$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n s_i \cdot d_i$, де $s_i = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}$. Розрахуємо вектор-рядок s_i для кожного стовпця матриці попарних порівнянь:

$$s_1 = \sum_{i,j=1}^5 1+3+3+4+3=14; \quad s_2 = \sum_{i,j=1}^5 1/3+1+2+5+5=13,34$$

$$s_3 = \sum_{i,j=1}^5 1/3+1/2+1+1+1/2=3,33; \quad s_4 = \sum_{i,j=1}^5 1/4+1/5+1+1+1/3=2,78;$$

$$s_5 = \sum_{i,j=1}^5 1/3+1/5+2+3+1=6,53, \text{ тоді:}$$

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^5 0,065*14+0,094*13,3+0,271*3,33+0,373*2,78+0,198*6,53=5,387$$

Далі визначимо індекс та співвідношення узгодженості суджень експерта. Індекс узгодженості (I_{V3}) розраховується наступним чином:

$$I_{V3} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{5,387 - 5}{5 - 1} = 0,097. \text{ Порівняємо отримане значення індексу з}$$

еталонним (табл. 5.4). Якщо $I_{V3} \leq 0,1 \cdot I_{ET}$, то отримані результати опитування експерта задовільні, в нашому випадку умова виконується $0,097 \leq (0,1 \cdot 1,12)0,11$ а отже можемо зробити висновок, що отримані результати є достовірними.

Таблиця 5.4 – Еталонні значення

Кількість об'єктів, що аналізуються (n)	3	4	5	6	7	8	9	10
Еталонне значення (I_{ET})	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Співвідношення узгодженості визначається діленням індексу узгодженості на його еталонне значення: $I_{CV} = I_{V3} / I_{ET} = 0,097 / 1,12 = 0,086$. Отже співвідношення узгодженості складає 8,6% від еталонного значення, а це означає, що отримано вірогідні результати. Оскільки співвідношення узгодженості повинно бути в межах 10% (критичне значення – 20%). Результати отриманих розрахунків заносимо до табл. 5.1.

Аналогічні розрахунки проведемо для другого чинника «Невиробничі фонди», отримані результати занесемо до табл. 5.5.

Таблиця 5.5 – Матриця попарних порівнянь за чинником «Невиробничі фонди»

Назва та номери елементів, що порівнюються	Номери елементів, що порівнюються					Вектор переваг, \bar{d}_i	Локальні пріоритети, d_i
	1	2	3	4	5		
1. Їдальні	1	0,143	0,33	4	0,5	0,625	0,099
2. Житлові об'єкти	7	1	3	5	4	3,347	0,530
3. Пансіонати, профілакторії	3	0,33	1	0,25	1	0,758	0,120
4. Спортивні майданчики	0,25	0,2	4	1	2	0,833	0,132
5. Дитячий садок	2	0,25	1	0,50	1	0,758	0,120
Вектор-рядок (сума)	13,25	1,92	9,33	10,75	8,5	6,320	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 5,885, I_{V3} = 0,221, I_{CV} = 0,197$						

На наступному етапі визначимо **глобальні пріоритети** елементів третього рівня на основі принципу синтезу: $K_i = W_i \cdot d_i$, результати розрахунків наведено у табл. 5.6.

Таблиця 5.6 – Глобальні пріоритети елементів третього рівня

Виробничі фонди: $W_1 = 0,651$	Невиробничі фонди: $W_2 = 0,349$
$K_1 = 0,651 * 0,065 = 0,0420$	$K_6 = 0,349 * 0,099 = 0,0345$
$K_2 = 0,651 * 0,094 = 0,0611$	$K_7 = 0,349 * 0,530 = 0,1848$
$K_3 = 0,651 * 0,271 = 0,1762$	$K_8 = 0,349 * 0,120 = 0,0418$
$K_4 = 0,651 * 0,373 = 0,2431$	$K_9 = 0,349 * 0,132 = 0,0460$
$K_5 = 0,651 * 0,198 = 0,1287$	$K_{10} = 0,349 * 0,120 = 0,0418$

Отже, з табл. 5.6 можна зробити висновок, що найбільш вагомими критеріями третього рівня є технічне обладнання, прилади та інструменти, програмне забезпечення та житлові об'єкти.

Перейдемо до наступного етапу, на якому визначимо *локальні пріоритети* елементів четвертого рівня відносно критеріїв третього рівня. Результати розрахунків наведено у табл. 5.7-5.16.

Таблиця 5.7 – Локальні пріоритети елементів четвертого рівня відносно критерію «Будинки та споруди»

Назва та номери альтернатив, що порівнюються	Номери альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
1. Ремонт	1	5	9	6	4,0536	0,625
2. Лізинг	0,2	1	5	6	1,5650	0,241
3. Аутсорсинг	0,11	0,2	1	0,2	0,2582	0,040

Продовження табл. 5.7

Назва та номера альтернатив, що порівнюються	Номера альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
4. Кредитування	0,17	0,17	5	1	0,6104	0,094
Вектор-рядок (сума)	1,48	6,37	20	13,2	6,4873	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 4,498, I_{Y3} = 0,166, I_{CY} = 0,184$					

Таблиця 5.8 – Локальні пріоритети елементів четвертого рівня відносно критерію «Транспортні засоби»

Назва та номера альтернатив, що порівнюються	Номера альтернатив, о порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
1. Ремонт	1	0,125	4	5	1,257	0,194
2. Лізинг	8	1	6	4	3,722	0,574
3. Аутсорсинг	0,25	0,166	1	0,33	0,343	0,053
4. Кредитування	0,2	0,25	3	1	0,622	0,096
Вектор-рядок (сума)	9,45	1,54	14	10,33	5,945	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 4,448, I_{Y3} = 0,149, I_{CY} = 0,166$					

Таблиця 5.9 – Локальні пріоритети елементів четвертого рівня відносно критерію «Прилади та інструменти»

Назва та номера альтернатив, що порівнюються	Номера альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
1. Ремонт	1	0,16	7	3	1,368	0,211
2. Лізинг	6	1	4	4	3,130	0,483
3. Аутсорсинг	0,14	0,25	1	0,25	0,307	0,047
4. Кредитування	0,33	0,25	4	1	0,760	0,117
Вектор-рядок (сума)	7,476	1,667	16	8,25	5,565	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 4,105, I_{Y3} = 0,035, I_{CY} = 0,039$					

Таблиця 5.10 – Локальні пріоритети елементів четвертого рівня відносно критерію «Технічне обладнання»

Назва та номера альтернатив, що порівнюються	Номера альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
1. Ремонт	1	0,167	8	3	1,414	0,218
2. Лізинг	6	1	7	5	3,807	0,587
3. Аутсорсинг	0,125	0,143	1	0,25	0,258	0,040
4. Кредитування	0,333	0,2	4	1	0,719	0,111
Вектор-рядок (сума)	7,458	1,510	20	9,25	6,198	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 4,33, I_{Y3} = 0,111, I_{CY} = 0,123$					

Таблиця 5.11 – Локальні пріоритети елементів четвертого рівня відносно критерію «ЕОМ, програмне забезпечення»

Назва та номери альтернатив, що порівнюються	Номери альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
1. Ремонт	1	0,167	0,167	0,2	0,273	0,042
2. Лізинг	6	1	7	4	3,600	0,555
3. Аутсорсинг	6	0,143	1	0,25	0,680	0,105
4. Кредитування	5	0,25	4	1	1,495	0,231
Вектор-рядок (сума)	18	1,560	12,167	5,45	6,049	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 4,155, I_{uz} = 0,052, I_{CV} = 0,057$					

Таблиця 5.12 – Локальні пріоритети елементів четвертого рівня відносно критерію «Ідальні»

Назва та номери альтернатив, що порівнюються	Номери альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
1. Ремонт	1	5	8	6	3,936	0,607
2. Лізинг	0,2	1	4	4	1,337	0,206
3. Аутсорсинг	0,125	0,25	1	0,2	0,281	0,043
4. Кредитування	0,167	0,25	5	1	0,676	0,104
Вектор-рядок (сума)	1,492	6,5	18	11,2	6,230	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 4,192, I_{uz} = 0,064, I_{CV} = 0,071$					

Таблиця 5.13 – Локальні пріоритети елементів четвертого рівня відносно критерію «Житлові об'єкти»

Назва та номери альтернатив, що порівнюються	Номери альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
1. Ремонт	1	0,2	7	4	1,538	0,237
2. Лізинг	5	1	6	5	3,500	0,539
3. Аутсорсинг	0,143	0,167	1	0,2	0,263	0,040
4. Кредитування	0,25	0,2	5	1	0,707	0,109
Вектор-рядок (сума)	6,393	1,567	19	10,2	6,008	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 4,242, I_{uz} = 0,081, I_{CV} = 0,090$					

Таблиця 5.14 – Локальні пріоритети елементів четвертого рівня відносно критерію «Пансіонати, профілакторії»

Назва та номери альтернатив, що порівнюються	Номери альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
1. Ремонт	1	6	0,333	4	1,682	0,259
2. Лізинг	0,167	1	4	0,333	0,687	0,106
3. Аутсорсинг	3	0,25	1	5	1,392	0,215

Продовження табл. 5.14

Назва та номери альтернатив, що порівнюються	Номери альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
4. Кредитування	0,25	3	0,2	1	0,622	0,096
Вектор-рядок (сума)	4,417	10,250	5,533	10,333	4,382	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 4,408, I_{V3} = 0,136, I_{CV} = 0,151$					

Таблиця 5.15 – Локальні пріоритети елементів четвертого рівня відносно критерію «Спортивні майданчики»

Назва та номери альтернатив, що порівнюються	Номери альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
1. Ремонт	1	0,125	0,111	0,2	0,230	0,035
2. Лізинг	8	1	3	8	3,722	0,574
3. Аутсорсинг	9	0,333	1	5	1,968	0,303
4. Кредитування	5	0,125	0,2	1	0,595	0,092
Вектор-рядок (сума)	23	1,583	4,311	14,2	6,515	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 4,332, I_{V3} = 0,111, I_{CV} = 0,123$					

Таблиця 5.16 – Локальні пріоритети елементів четвертого рівня відносно критерію «Дитячий садок»

Назва та номери альтернатив, що порівнюються	Номери альтернатив, що порівнюються				Вектор переваг, \bar{u}_i	Локальні пріоритети, u_i
	1	2	3	4		
1. Ремонт	1	3	4	0,2	1,245	0,192
2. Лізинг	0,333	1	3	4	1,414	0,218
3. Аутсорсинг	0,25	0,333	1	5	0,803	0,124
4. Кредитування	5,000	0,25	0,2	1	0,707	0,109
Вектор-рядок (сума)	6,58	4,58	8,2	10,2	4,169	–
Оцінка узгодженості	$\lambda_{\max} = 4,390, I_{V3} = 0,130, I_{CV} = 0,144$					

Аналізуючи отримані результати (див. табл. 6 – 15) на основі розрахованих оцінок узгодженості суджень можемо зробити висновок, що отримані результати є задовільними та вірогідними. Оскільки для отриманих індексів узгодженості виконується умова $I_{V3} \leq 0,1 \cdot I_{ET}$, а співвідношення узгодженості не перевищує критичного значення – 20%.

На останньому (заключному) шостому етапі визначимо глобальні пріоритети елементів четвертого рівня. Використовуючи принцип синтезу визначимо їх шляхом знаходження суми додатків локальних пріоритетів кожного елементу четвертого рівня на глобальний пріоритет елементів третього рівня:

$$Z_i = \sum_{i,j=1}^n U_i \cdot K_i .$$

Отже, у результаті проведених розрахунків отримали наступне:

$$Z_{\text{ремонт}} = 0,625 * 0,0420 + 0,194 * 0,0611 + 0,211 * 0,1762 + \dots + 0,192 * 0,0418 = 0,219$$

$$Z_{\text{лізинг}} = 0,241 * 0,0420 + 0,574 * 0,0611 + 0,483 * 0,1762 + \dots + 0,218 * 0,0418 = 0,491$$

$$Z_{\text{аутсорс}} = 0,040 * 0,0420 + 0,053 * 0,0611 + 0,047 * 0,1762 + \dots + 0,124 * 0,0418 = 0,074$$

$$Z_{\text{кредит}} = 0,094 * 0,0420 + 0,096 * 0,0611 + 0,117 * 0,1762 + \dots + 0,109 * 0,0418 = 0,124$$

Таким чином, на підставі проведеного дослідження можемо зробити висновок, що підприємству при розподіленні грошових засобів на відновлення основних фондів слід дотримуватися наступної структури розподілу (рис. 5.3).

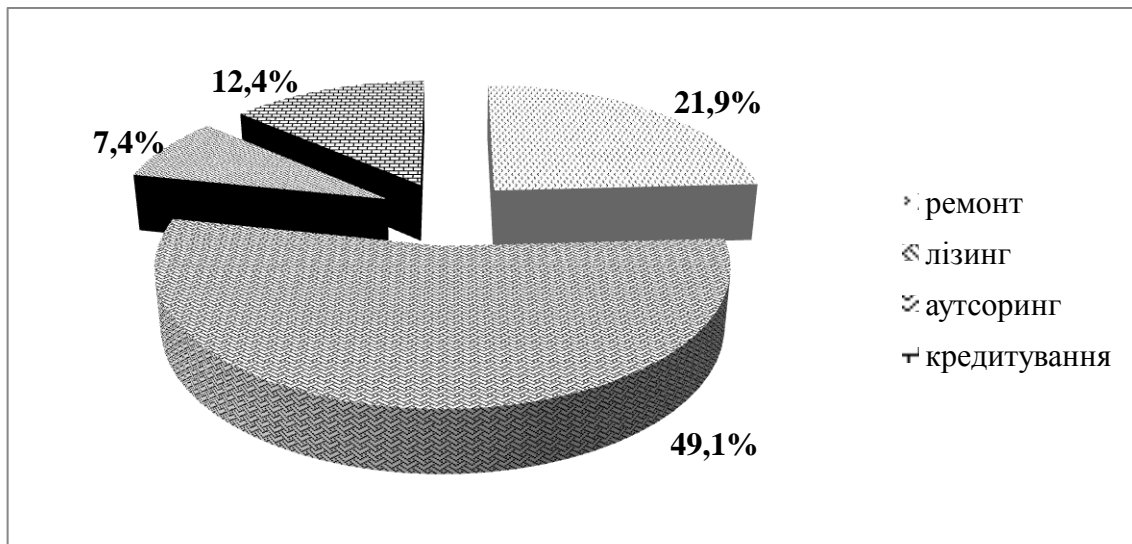


Рисунок 5.3 – Структура фінансування методів відновлення основних фондів

Відповідно до рис. 5.3, видно, що найбільша пріоритетність 49,1% спостерігається для другого методу, а саме лізинг. Тож проведений аналіз дає змогу достовірно оцінити ступінь ефективності застосування кожного з аналізованих методів оновлення основних засобів.

Практичне індивідуальне завдання

1. Самостійно виберіть проблему або ціль, яку необхідно вирішити за допомогою МАІ. Наприклад, ви можете вибрати:

- вибір найкращого університету для вступу;
- вибір інвестиційного проекту;
- оцінка ризиків нового продукту;
- вибір постачальника для вашої компанії;
- вибір методу просування товару.

2. Сформулюйте критерії, які будуть використовуватися для прийняття рішення. Критерії повинні бути чітко визначені, вимірювані та релевантні до обраної мети. Наприклад, для задачі вибору університету критеріями можуть бути: якість освіти; вартість навчання; престижність університету; розташування університету та інші.

3. Структуризуйте ієрархію, яка представляє зв'язок між метою, критеріями та альтернативами.

4. Проведіть попарні порівняння критеріїв на кожному рівні ієрархії. Використовуйте шкалу Сааті для оцінки відносної важливості кожного критерію порівняно з іншими.

5. Розрахуйте вагові коефіцієнти критеріїв на основі парних порівнянь.

6. Оцініть альтернативи за кожним з критеріїв. Оцінки можуть бути кількісними або якісними.

7. Проведіть синтез результатів та визначте пріоритетність альтернатив.

8. Проаналізуйте результати моделювання та зробіть висновки.

Для виконання лабораторної роботи можна використовувати різні програмні пакети, що підтримують метод аналізу ієрархій, наприклад Expert Choice, SuperDecisions, Hitech Decision Analyst. Також можна використовувати електронні таблиці Microsoft Excel або LibreOffice Calc.

Питання для самоконтролю

1. Що таке метод аналізу ієрархій (MAI) та які його основні принципи?
2. Які переваги та недоліки використання MAI для прийняття рішень?
3. Які сфери застосування MAI?
4. Які етапи розробки моделі MAI?
5. Які методи використовуються для визначення ваг критеріїв та ранжування альтернатив в рамках MAI?
6. Які шкали використовуються для проведення попарних порівнянь в рамках MAI?
7. Які методи використовуються для перевірки узгодженості суджень експертів при проведенні парних порівнянь?
8. Які існують підходи до синтезу результатів попарних порівнянь в рамках MAI?

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 4. МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПІДПРИЄМСТВ

Лабораторна робота № 6.

Тема: Прийняття рішень за допомогою методу «Дерево рішень». Побудова однорівневого та дворівневого дерева рішень.

Мета: ознайомитися з типологією побудови «дерева» рішень та його застосуванням для моделювання управлінських рішень; отримати практичний досвід застосування методу дерева рішень для вирішення реальних управлінських задач.

Завдання: оцінити економічні наслідки прийняття рішення та прийняти оптимальне рішення в залежності від господарської ситуації.

Хід роботи.

У реальних умовах управління процес прийняття рішень має ланцюговий характер. Тобто, коли результат одного рішення змушує приймати наступне і т.д. Цю послідовність не можна виразити табличним методом, а тому використовують метод графів, який більш повно відображає процес прийняття управлінських рішень. Застосовуючи методи графів, будується «дерево» рішень, доцільність якого визначається прийняттям кількох рішень в умовах невизначеності, коли кожне рішення залежить від результату попереднього або наслідків досліду.

«Дерево» рішень складається із «стовбура» і «гілок». що відображають структуру проблеми: зліва направо. «Гілки» позначають можливі альтернативні рішення, що можуть бути прийняті, і можливі наслідки, що виникають у результаті цих рішень. На схемі використовують два види «гілок»: перший – пунктирні лінії, що з'єднують квадрати можливих рішень, другий – суцільні лінії, що з'єднують кружки можливих наслідків.

Квадратні «вузли» позначають момент, коли приймається рішення, круглі «вузли» – появу наслідків. Через відсутність змоги впливати на появу наслідків тому, хто приймає рішення залишається лише обчислювати ймовірність їхньої появи. Коли всі рішення і їх наслідки зазначені на «дереві» відображені, то прораховується кожний з варіантів, і наприкінці проставляється його грошовий прибуток. Усі витрати, що викликані рішенням, проставляються на відповідній «гілці». Рішення, що приймаються за допомогою «дерева», залежать від ймовірностей результатів. Чутливість рішення визначається розміром зміни ймовірностей. Вибираючи рішення, необхідно знати, наскільки рішення залежить від зміни ймовірностей, а відтак - наскільки можна покладатися на цей вибір.

Розглянемо приклад побудови *однорівневого «дерева» рішень*: для фінансування проекту підприємцю потрібно взяти у кредит 15 000 грн. терміном на один рік. Банк може позичити йому ці гроші під 15% річних або вкласти в справу з 100%-вим поверненням суми, але під 9% річних. З минулого

досвіду банкіру відомо, що 4% таких клієнтів під 15% річних позику не повертають. Що робити? Давати йому позику чи ні?

Розв'язок: у даному випадку використовуємо критерій максимізації чистого прибутку, який очікується наприкінці року:

– випадок А: якщо банк надасть позику під 15% річних то отримає:
 $15000 \cdot 15\% = 17\,250$ грн.;

– випадок В: якщо банк надасть позику під 9% річних то отримає:
 $15000 \cdot 9\% = 16\,350$ грн.

Далі розрахунок ведеться наступним чином: очікуваний чистий прибуток (ЧП) для випадків А і В (рис. 6.1) обчислюється наступним чином:

у випадку А: $\text{ЧП} = (17\,250 \cdot 0,96 + 0 \cdot 0,04) - 15\,000 = 1\,560$ грн.

у випадку В: $\text{ЧП} = 16\,350 \cdot 1,0 - 15\,000 = 1\,350$ грн.

Оскільки очікуваний чистий прибуток більший у випадку А, то приймається рішення видати позику підприємцю під 15% річних.

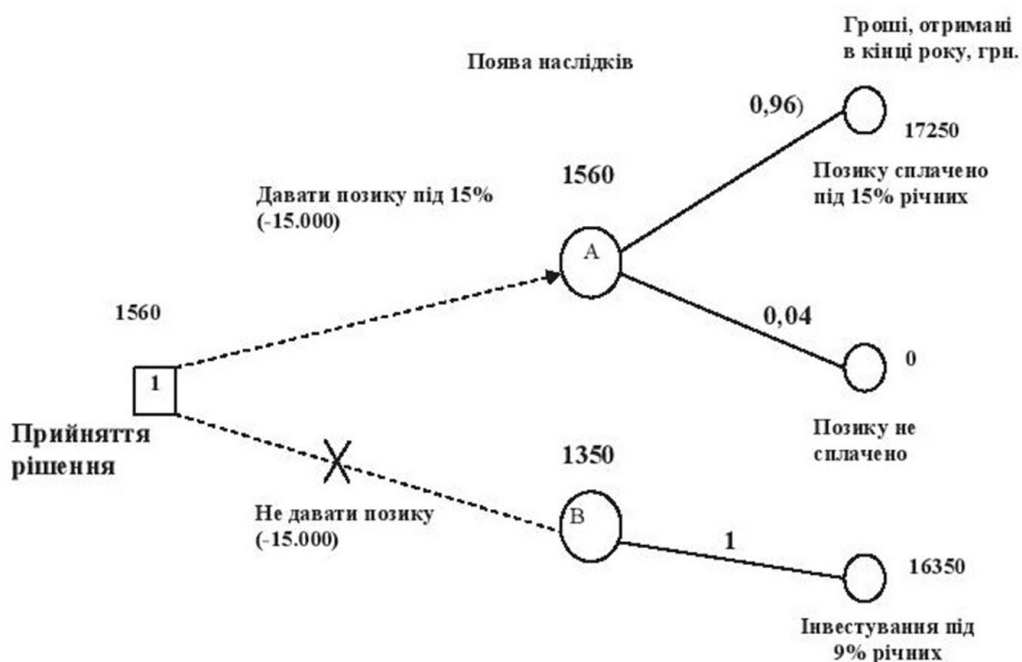


Рисунок 6.1 – Схема однорівневого дерева прийняття рішень

Розглянемо приклад розрахунку дворівневого «дерева» рішень. Розглянемо більш складну ситуацію, ніж у попередньому прикладі. Банк вирішує питання, чи перевіряти платоспроможність клієнта перед тим, як видавати позику, але аудиторська фірма бере з банку 80 грн. за кожну перевірку. У результаті цього перед банком постає дві проблеми: *перша* – чи проводити перевірку аудиторською фірмою, *друга* – видавати позику чи ні після рекомендацій аудиторської фірми?

Вирішуючи першу проблему, банк перевіряє правильність даних аудиторської фірми. Для цього вибираються 1000 випадків, що були перевірені, яким згодом видавалися позики (табл. 6.1).

Таблиця 6.1 – Рекомендація аудиторської фірми і повернення позики, випадків

Рекомендації після перевірки кредитоспроможності	Фактичний результат		
	Клієнт позику повернув	Клієнт позику не повернув	Усього
Давати позику	735	15	750
Не давати позику	225	25	250
Усього	960	40	1000

Розв'язок: побудуємо «дерево» рішень (рис. 6.2), ймовірності проставляються за даними попереднього завдання; використовуючи дані табл. 6.1 обчислимо ймовірність кожного результату:

- p (клієнт позику поверне; фірма рекомендувала) = $735/750 = 0,98$;
- p (клієнт позику не поверне; фірма рекомендувала) = $15/750 = 0,02$;
- p (клієнт позику поверне; фірма не рекомендувала) = $225/250 = 0,9$;
- p (клієнт позику не поверне; фірма не рекомендувала) = $25/250 = 0,1$.

Зліва на право проставимо грошові результати кожного з «вузлів» використовуючи кінцеві результати, отримані раніше.

Будь-які витрати, що зустрічаються, віднімаємо з очікуваних доходів. У такий спосіб розраховуємо все «дерево», опираючись на раніше отримані результати. Після того, як пройдені «квадрати рішень», вибирається «гілка», що веде до найбільшого з можливих, при даному рішенні, очікуваного прибутку. Інша «гілка» закреслюється, а очікуваний прибуток проставляється над «квадратом рішення».

Спочатку розглянемо «випадки результатів» В і С, що є наслідком «квадрата» 2 (чи видавати позику клієнту)?

Прибуток, що очікується від результату В:

$$П(В) = 17\,250 \cdot 0,98 + 0 \cdot 0,02 = 16\,905 \text{ грн.}$$

Чистий прибуток: $ЧП(В) = 16\,905 - 15\,000 = 1\,905 \text{ грн.}$

Прибуток, що очікується від результату С:

$$П(С) = 16\,350 \cdot 1,0 = 16\,350 \text{ грн.}$$

Чистий прибуток: $ЧП(С) = 16\,350 - 15\,000 = 1\,350 \text{ грн.}$

Припустимо, що ми зараз у «квадраті» 2. Максимальний очікуваний прибуток становить 1 905 грн., який знаходиться у «випадку В». Тому приймаємо рішення видати позику.

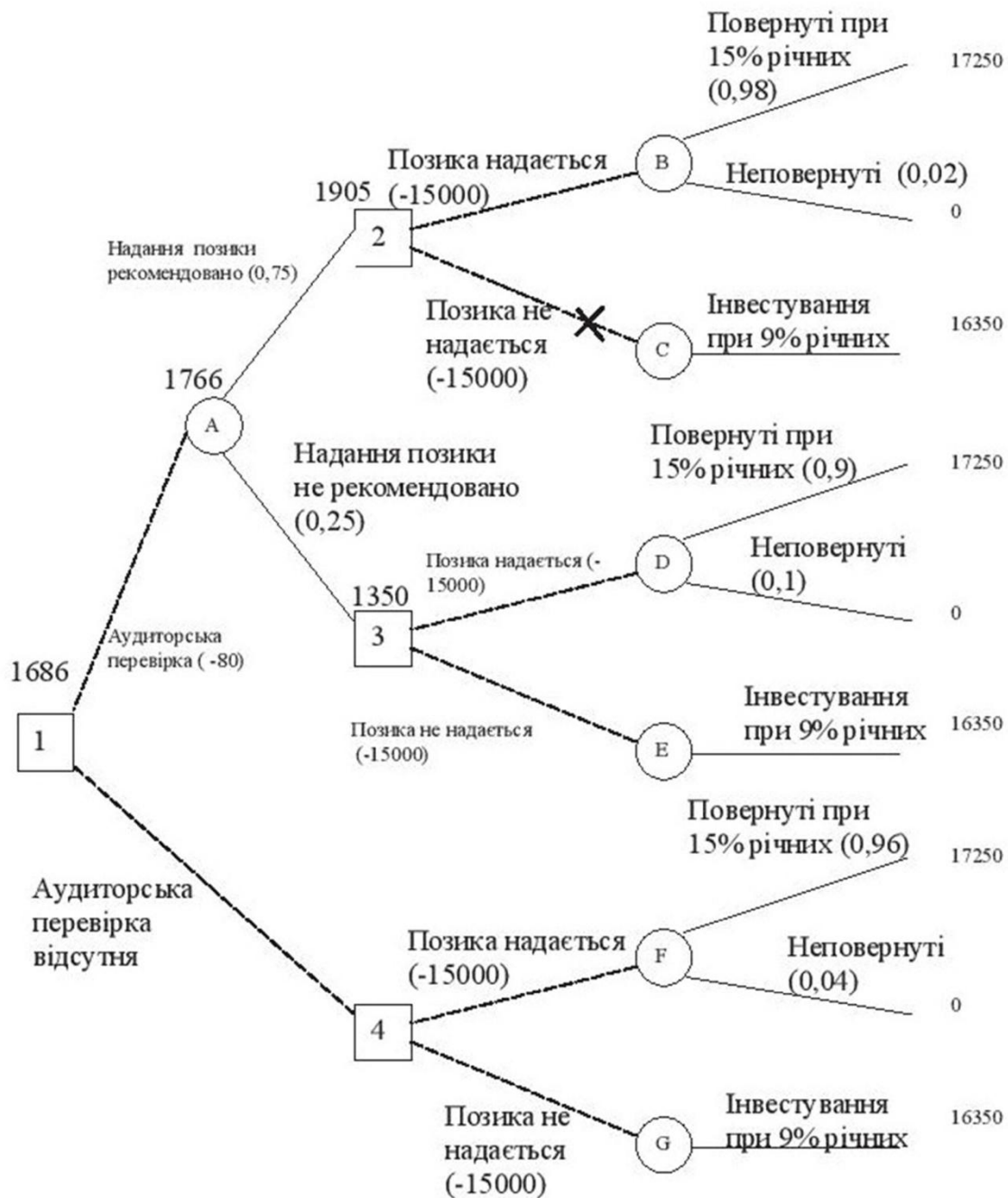


Рисунок 6. 2 – Сема прийняття рішень дворівневого дерева

Прийнявши рішення, корегуємо «дерево», проставивши чистий очікуваний прибуток у 1 905 грн. над «квадратом» 2. «Гілка» – не давати позики – закреслюється, як це показано на рис. 6.2.

Те ж саме проводимо з «випадками» D і E – результатами рішення 3. Прибуток, що очікується від результату D:

$$\Pi(D) = (17\,250 \cdot 0,9) + (0 \cdot 0,1) = 15\,525 \text{ грн.} \rightarrow \text{ЧП}(D) = 15\,525 - 15\,000 = 525 \text{ грн.}$$

Аналогічно для результату E:

$$П(E)=16\,350 \cdot 1,0=16\,350 \text{ грн.} \rightarrow ЧП(E)=16\,350-15\,000=1\,350 \text{ грн.}$$

Якби ми були в «квадраті» 3, то максимальний очікуваний прибуток дорівнював би 1 350 грн. і можна було б прийняти рішення не видавати позики. Тепер скорегуємо цю частину схеми: над «квадратом» 3 пишемо чистий очікуваний прибуток і приймаємо рішення видати позику.

Приступаємо до розрахунку «випадків» F і G які без аудиторської перевірки є результатами рішення 4.

Прибуток, що очікується від результату F:

$$П(F)=(17\,250 \cdot 0,96)+(0 \cdot 0,04)=16\,560 \text{ грн.} \rightarrow ЧП(F)=16\,560-15\,000=1\,560 \text{ грн.}$$

Прибуток, що очікується від результату G:

$$П(G)=16\,350 \cdot 1,0=16\,350 \text{ грн.} \rightarrow ЧП(G)=16\,350-15\,000=1\,350 \text{ грн.}$$

У «квадраті» 4 максимальний очікуваний чистий прибуток складає 1 560 грн., а тому приймаємо рішення видати клієнту позику. Сума 1 560 грн. надписується над «квадратом» 4, а альтернативна «гілка» перекреслюється.

Повернемося до «вузла» А. Використовуючи очікувані чисті прибутки над «квадратами» 2 і 3, розрахуємо математичне очікування для «вузла» А:

$$П(A)=(1\,905 \cdot 0,75)+(1\,350 \cdot 0,25)=1\,766 \text{ грн.}$$

Через те, що аудиторська перевірка коштує 80 грн. очікуваний чистий прибуток становить: $ЧП(A) = 1\,766 - 80 = 1\,686$ грн.

Тепер можна проставити значення першого рішення «квадрата» 1 (Чи необхідно банку скористатися аудиторською перевіркою?). У цьому «вузлі» максимальне математичне очікування – 1 686 грн., а тому перекреслюємо альтернативну «гілку».

На рис. 6.3 стрілками показана послідовність рішень, що веде до максимального чистого прибутку від «квадрату» 1: за умови використання аудиторської перевірки, якщо видача позики рекомендується аудиторською фірмою, тоді, в «квадраті» 2 приймається рішення видати позику, якщо надання позики не рекомендується, то в «квадраті» 3 – не видавати позику, а інвестувати гроші під 9% річних.

Таким чином, приймається рішення видати позику під 15% річних та провести аудиторську перевірку платоспроможності клієнта при цьому банк отримає 1 686 грн. чистого прибутку за рік.



Рисунок 6.3 – Схема прийняття рішень дворівневого дерева: остаточний результат

Практичне індивідуальне завдання

Відповідно до свого варіанту (див. табл. 6.2) відобразьте структуру задачі у вигляді однорівневого дерева рішень. На кожному етапі дерева рішень визначте подію, ймовірності її виникнення та наслідки прийняття кожного рішення.

Проаналізуйте результати оцінки альтернативних рішень та виберіть оптимальне рішення. Оптимальне рішення – це те, яке має найкращий показник з урахуванням ймовірностей подій.

Використовуючи дані табл. 6.3 побудуйте дворівневе дерево рішень, виберіть оптимальне рішення та проаналізуйте отримані результати.

Таблиця 6.2 – Варіанти завдань для побудови однорівневого дерева рішень

№	Розмір позики	A %	B %	% не повернення	Випадок де відбулось не повернення
1	16500	20	9	6	A
2	32000	8	17	7	B
3	23000	18	10	8	A
4	17000	7	21	9	B
5	16500	22	9	10	A
6	13200	19	10	12	A
7	20100	8	16	10	B
8	21900	15	8	13	A
9	19800	20	9	4	A
10	19000	9	21	5	B
11	13350	19	8	6	A
12	14240	15	7	8	A
13	17800	6	17	7	B
14	27514	10	12	4	A
15	34500	15	17	6	B

Таблиця 6.3 – Варіанти завдань для побудови дворівневого дерева рішень

№ варіанту	Рекомендації після перевірки кредитоспроможності	Фактичний результат		
		Клієнт позику повернув	Клієнт позику не повернув	Усього
1	Давати позику	800	50	850
	Не давати позику	125	25	150
	Усього	925	75	1000
2	Давати позику	730	25	755
	Не давати позику	227	18	245
	Усього	957	43	1000
3	Давати позику	547	79	626
	Не давати позику	120	254	374
	Усього	667	333	1000
4	Давати позику	452	80	532
	Не давати позику	250	218	468
	Усього	702	298	1000
5	Давати позику	358	145	503
	Не давати позику	279	218	497
	Усього	637	363	1000
6	Давати позику	720	65	785
	Не давати позику	145	70	215
	Усього	865	135	1000

Продовження табл. 6.2

№ варіанту	Рекомендації після перевірки кредитоспроможності	Фактичний результат		
		Клієнт позику повернув	Клієнт позику не повернув	Усього
7	Давати позику	678	65	743
	Не давати позику	187	70	257
	Усього	865	135	1000
8	Давати позику	769	37	806
	Не давати позику	139	55	194
	Усього	908	92	1000
9	Давати позику	735	25	760
	Не давати позику	220	20	240
	Усього	955	45	1000
10	Давати позику	650	47	697
	Не давати позику	258	45	303
	Усього	908	92	1000
11	Давати позику	770	47	817
	Не давати позику	138	45	183
	Усього	908	92	1000
12	Давати позику	587	47	634
	Не давати позику	321	45	366
	Усього	908	92	1000
13	Давати позику	790	20	810
	Не давати позику	165	25	190
	Усього	955	45	1000
14	Давати позику	695	38	733
	Не давати позику	235	32	267
	Усього	930	70	1000
15	Давати позику	594	42	636
	Не давати позику	335	29	364
	Усього	929	71	1000

Питання для самоконтролю

1. Які переваги та недоліки використання методу дерева рішень?
2. Які сфери застосування методу дерева рішень?
3. Які етапи побудови дерева рішень?
4. Які елементи містить дерево рішень?
5. Які методи використовуються для оцінки альтернативних рішень у рамках методу дерева рішень?
6. Наведіть приклади практичного застосування методу дерева рішень для вирішення різних задач.

ВИМОГИ ДО ЗМІСТУ ТА ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

Лабораторна робота виконується середовищі у Microsoft Excel або за допомогою пакету СТАТИСТИКА. Звіт оформлюється українською мовою в середовищі Microsoft Word, при цьому обов'язково необхідно записати номер варіанта. Номер варіанта лабораторної роботи відповідає номеру студента в академічному списку групи.

На титульній сторінці звіту зазначте:

- назву дисципліни;
- назву та номер лабораторної роботи;
- прізвище, ім'я та по батькові студента;
- група студента;
- місто та рік виконання.

У звіті обов'язково потрібно вказати тему роботи, завдання та детально описати хід виконання роботи.

Текст лабораторної роботи слід оформлювати, дотримуючись таких вимог:

- гарнітура шрифту Times New Roman, розмір 14 пт, міжрядковий інтервал – полуторний (1,5), вирівнювання по ширині;

- при наборі тексту встановити таку ширину полів: верхнє і нижнє – 20 мм, лівє – 30 мм, правє – 15 мм;

- абзацний відступ має бути однаковим у всьому документі та становити 1,25 см (або 5 символів);

- списки повинні бути чітко структуровані, вони можуть бути нумеровані або марковані. Марковані списки: використовуються дефіси або тире з пробілами. Нумеровані списки: використовуються арабські цифри з крапкою та пробілами.

Оформлення таблиць, рисунків та формул:

- таблиці та рисунки повинні мати заголовки і нумерацію, підпис таблиці розміщується над таблицею, підпис рисунку – під рисунком.

- таблиці вирівнювання по центру, заголовок таблиці над таблицею, таблиці нумеруються послідовно по всьому звіту;

- рисунки розміщуються по центру, підпис рисунку під рисунком, рисунки нумеруються послідовно.

- формули нумеруються в круглих дужках справа, вирівнювання по центру.

Нумерація сторінок звіту з лабораторної роботи – наскрізна. Номер сторінки розміщується в правому нижньому кутку.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Піскунова О. В. Математичні методи та моделі прийняття управлінських рішень в умовах ринкової економіки : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2021. 208 с.
2. Вітлінський В. В. Математичні моделі та методи ринкової економіки : практикум. Київ : КНЕУ, 2014. 362 с.
3. Вітлінський В. В. Математичні моделі та методи ринкової економіки : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2010. 531 с.
4. Математичні методи і моделі ринкової економіки : навч. посіб. / Т. С. Клебанова та ін. Харків : ВД «ІНЖЕК», 2009. 456 с.
5. Криховецька З. М., Щипайло С. І., Кропельницька С. О. Таксономічний аналіз фінансового потенціалу розвитку підприємства. *Економіка та держава*. 2021. № 11. С. 90–97. DOI: 10.32702/2306-6806.2021.11.90.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна:

1. Піскунова О. В. Математичні методи та моделі дослідження ринкових систем : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2022. 224 с.
2. Козак Ю., Мацкул В. Математичні методи та моделі для магістрів з економіки : практичні застосування. Київ : Центр навчальної літератури, 2019. 254 с.
3. Економіко-математичні методи та моделі : навч. посіб. / Воропай Н. Л. та ін. ; за заг. ред. Мацкул В. М. Одеса : ОНЕУ, 2018. 404 с.
4. Математичні методи і моделі ринкової економіки : навч. посіб. Харків : ВД «ІНЖЕК», 2010. 456 с.
5. Mutanov G. Mathematical Methods and Models in Economic Planning, Management and Budgeting. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2015. 355 p.
6. Fuente A. Mathematical Methods and Models for Economists. Cambridge University Press, 2000. 367 p.
7. Наумова М. А., Любінчак К. Р. Таксономічний аналіз стану ринку праці регіонів України. *Економіка і організація управління*. 2019. №1. С. 74–84.

Додаткова:

1. Матвійчук А. В. Моделювання економічних процесів із застосуванням методів нечіткої логіки : монографія. Київ : КНЕУ, 2007. 264 с.
2. Йохна М. А., Стадник В. В. Економіка і організація інноваційної діяльності : навч. посіб. Київ : Вид. центр «Академія», 2005. 400 с.
3. Економіка й організація інноваційної діяльності : навч. посіб. / Цигилик І. І. та ін. Київ : Центр навчальної літератури, 2004. 128 с.
4. Полякова О. Ю., Милов А. В. Моделирование системных характеристик экономики : учеб. пособ. Харьков : ИД «ИНЖЭК», 2004. 56 с.
5. Лук'яненко І. Системне моделювання показників бюджетної системи України: принципи та інструменти. Київ : Вид. Дім «Києво-Могилянська академія», 2004. 542 с.
6. Шикіна О. В. Застосування таксономічного аналізу як методу оцінки конкурентоспроможності готельного господарства. URL: <http://surl.li/rnwi>.

Навчально-методичне видання
(українською мовою)

Лось Віта Олексіївна
Макшишко Наталія Костянтинівна
Козін Ігор Вікторович

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ РИНКОВОЇ ЕКОНОМІКИ

Методичні рекомендації до лабораторних занять для здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Економіка» освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика»

Рецензент *Іванов М.М.*
Відповідальний за випуск *Макшишко Н.К.*
Коректор *Рянічева В.В.*