

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра фундаментальної математики

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА МАГІСТРА
на тему: «ЗАСТОСУВАННЯ ЛЕМИ ПРО ПЕРЕСТАВЛЕННЯ
ЕЛЕМЕНТІВ У СКІНЧЕННОВИМІРНОМУ БАНАХОВОМУ
ПРОСТОРІ ДО НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНІЄЇ
ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ РОЗКЛАДІВ»

Виконала: студентка 2 курсу, групи 8.1119-з
спеціальності 111 математика

(шифр і назва напрямку підготовки)

освітньої програми математика

Л. І. Айвазян

(ініціали та прізвище)

доцент кафедри фундаментальної

Керівник математики, доцент к.ф.-м.н. Д'яченко Н.М.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

доцент кафедри загальної математики,

Рецензент к.ф.-м.н. Спиця О.Г.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Запоріжжя
2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет математичний

Кафедра фундаментальної математики

Рівень вищої освіти магістр

Спеціальність 111 математика

(шифр і назва)

Освітня програма математика

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри
фундаментальної математики,
д.т.н., доцент

_____ Гребенюк С.М.
(підпис)

« ____ » _____ 2020 р.

З А В Д А Н Н Я

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТЦІ

Айвазян Людмілі Івановні

(прізвище, ім'я та по батькові)

1. Тема роботи Застосування леми про переставлення елементів у скінченновимірному банаховому просторі до наближеного розв'язання однієї задачі теорії розкладів

керівник роботи Д'яченко Наталія Миколаївна, к.ф.-м.н., доцент

(прізвище, ім'я та по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом ЗНУ від « 20 » травня 2020 року № 577-с

2. Строк подання студентом роботи 7 листопада 2020р.

3. Вихідні дані до роботи Теоретичні відомості щодо окремих задач оптимального керування, окремих розділів теорії рядів в банахових просторах

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) показати ефективність оцінки оптимального критичного шляху «завдачі t верстатів», яка отримана за допомогою леми про перестановку.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень) _____

Презентація

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	Розробка плану роботи. Збір вихідних даних	вересень 2020	
2.	Обробка методичних та теоретичних джерел	вересень 2020	
3.	Розробка першого і другого розділу.	жовтень 2020	
4.	Розробка третього розділу.	жовтень 2020	
5.	Оформлення і нормоконтроль кваліфікаційної роботи.	листопад 2020	
6.	Розробка презентації для захисту.	листопад 2020	
7.	Попередній захист кваліфікаційної роботи.	27 листопада 2020	
8.	Захист кваліфікаційної роботи.	11 грудня 2020	

Студент _____
(підпис)Л. І. Айвазян _____
(ініціали та прізвище)Керівник роботи _____
(підпис)Н. М. Д'яченко _____
(ініціали та прізвище)**Нормоконтроль пройдено**Нормоконтролер _____
(підпис)О. Г. Спиця _____
(ініціали та прізвище)

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота магістра «Застосування леми про переставлення елементів у скінченновимірному банаховому просторі до наближеного розв'язання однієї задачі теорії розкладів»: 49 с., 5 рис., 10 табл., 17 джерел, 12 додатків.

«ЗАДАЧА m ВЕРСТАТІВ», КРИТИЧНИЙ ШЛЯХ, МЕРЕЖИВИЙ АНАЛІЗ, ОЦІНКА КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ ОПТИМАЛЬНОЇ ПЕРЕСТАНОВКИ, СКІНЧЕННОВИМІРНИЙ БАНАХОВИЙ ПРОСТІР.

Об'єкт дослідження – «задача m верстатів».

Мета дослідження – показати ефективність оцінки оптимального критичного шляху «задачі m верстатів», отриманого за допомогою леми про переставлення

Метод дослідження – аналітичний: вивчення та аналіз оцінки часу критичного шляху оптимальної перестановки за допомогою леми про переставлення; практичний: розв'язання конкретних «задач двох, трьох, чотирьох верстатів».

В роботі наведено відому методику мережевого аналізу для розв'язання «задачі двох верстатів». Викладено попередні відомості з теорії рядів в банахових просторах. Наведено спосіб оцінки критичного шляху оптимальної перестановки, отриманий Беловим І.С., Століним Я.М., Севастьяновим С.В. на основі абстрактної леми про переставлення елементів в скінченновимірному просторі. Представлені результати тестових прикладів «задачі двох, трьох і чотирьох верстатів» за допомогою алгоритмів, реалізованих на мові програмування FORTRAN. Зроблено висновки за тестовими прикладами щодо ефективності оцінки критичного шляху оптимальної перестановки.

SUMMARY

Master's Qualifying Thesis «Application of the Lemma on the Permutation of Elements in a Finite-dimensional Banach Space for an Approximate Solution of One Problem in Scheduling Theory»: 49 pages, 5 figures, 10 tables, 17 references, 12 supplements.

«PROBLEMS OF m MACHINES», CRITICAL PATH, NETWORK ANALYSIS, EVALUATION OF THE CRITICAL PATH FOR OPTIMAL PERMUTATION, FINITE-DIMENSIONAL BANACH SPACE.

The object of research is «problem of m machines».

The aim of the study is to show the effectiveness of evaluating the optimal critical path «problem of m machines» obtained using the permutation Lemma.

The methods of research are analytical: study and analysis of the time estimate of the critical path for optimal permutation using the permutation Lemma and practical: solving the specific «problem for two, three, four machines».

A known methodique of the network analysis for solving the «problem of two machines» is given. Preliminary information on the theory of series in Banach spaces is presented. A method for estimating the critical path of the optimal permutation obtained by Belov I.S., Stolin Ya.M., and Sevastyanov S.V. on the basis of an abstract Lemma on the permutation of elements in a finite-dimensional space is presented. The results of test examples «problems of two, three and four machines» with the help of an algorithm implemented in the FORTRAN programming language are presented. Conclusions are drawn from test examples regarding the effectiveness of estimating the critical path for optimal permutation.

ЗМІСТ

Завдання на кваліфікаційну роботу.....	2
Реферат.....	4
Summary.....	5
Вступ.....	8
1 Пошук критичного шляху задачі мережевого графа	10
2 Оцінка часу критичного шляху оптимальної перестановки	16
2.1 Попередні леми	16
2.2 Оцінка часу критичного шляху оптимальної перестановки за допомогою леми про перевлення.....	21
3 Ілюстрація ефективності оцінки критичного шляху оптимальної перестановки	24
3.1 Алгоритм розв’язання «задачі двох верстатів»	24
3.2 Розрахунок тестового прикладу «задачі двох верстатів».....	25
3.3 Розрахунок тестового прикладу «задачі трьох верстатів»	26
3.4 Розрахунок тестового прикладу «задачі чотирьох верстатів»	27
3.5 Висновки за тестовими прикладами щодо ефективності оцінки критичного шляху оптимальної перестановки.....	28
Висновки.....	30
Перелік посилань.....	31
Додаток А Аналіз критичного шляху вхідної перестановки із застосуванням вершини графів	33
Додаток Б Аналіз критичного шляху перестановки «навпаки» із застосуванням вершинних графів	34
Додаток В Блок-схема розв’язання «задачі двох верстатів»	35
Додаток Г Розрахунок тестового прикладу «задачі двох верстатів» для 100 деталей.....	37

Додаток Д Програма розрахунку «задачі двох верстатів».....	38
Додаток Е Розрахунок тестового прикладу «задачі двох верстатів» для 300 деталей.....	39
Додаток Ж Блок-схема розв'язання «задачі трьох верстатів»	42
Додаток К Розрахунок тестового прикладу «задачі трьох верстатів» для 300 деталей	43
Додаток Л Програма розрахунку «задачі трьох верстатів»	44
Додаток М Програма розрахунку «задачі чотирьох верстатів»	45
Додаток Н Блок-схема розв'язання «задачі m верстатів».....	46
Додаток О Розрахунок тестового прикладу «задачі чотирьох верстатів» для 6 деталей	47

ВСТУП

Будь-яка діяльність протікає в часі, тому в багатьох задачах планування виявляється необхідним визначити порядок виконання запланованих робіт, тобто, скласти календарний план. Календарний план спрямований на часове узгодження всієї послідовності дій, яке дає як умого кращий план, що реалізується в найкоротші терміни. Специфіка і складність задач календарного планування, призвели до необхідності створення особливої групи моделей і спеціальних методів розв'язання цих задач, які вивчаються в розділі дослідження операцій, названої теорією розкладу.

Розклад – один з найважливіших засобів ефективного виконання узгоджених робіт. Якість складання розкладу має безпосередній вплив на продуктивність праці, на обсяги витрат, пов'язаних з діяльністю і проектуванням, що має безпосередній вплив на досягнуті результати. Найменший час виконання робіт відповідатиме оптимальному розв'язку задачі календарного планування.

Теорія розкладів набула значного розвитку у наукових дослідженнях 20 сторіччя і продовжує розвиватися у теперішній час, особливо у зв'язку з розвитком комп'ютерних технологій. Зокрема, дослідженням у цій галузі присвячено роботи Анічкіна А.С., Семенова В.А. [1-3], Годни А.В., Жданова О.Г., Маленка А.О., Сперкача М.О. [5], Згуровського М.З., Павлова А.А. [6], Ковалюка Т.В. [9], Левіна В.І. [10], Сперкача М.О. [12], Тимофієвої Н.К., Гриценка В.І. [13], Шкурби В.В. [15], Еддоуса М., Стенфілда Р. [16].

Однією із основних задач календарного планування є «задача m верстатів» [15, 16]. У цій завдачі є виробничий план, що має наступні складові. По-перше, перелік деталей, які повинні бути виготовлені із використанням певної технології; по-друге, кількість деталей кожного найменування; по-третє, трудомісткість (зокрема, час) обробки деталей на кожному верстаті. Задача вимагає складання календарного плану, що мінімізує загальну трудомісткість (час) виготовлення всіх деталей.

Розв'язання цієї задачі в найбільш спрощеному вигляді полягає в переборі варіантів перестановок деталей, пошуку часу критичного шляху цієї перестановки і вибору найменшого часу, відповідного оптимальній перестановці. Однак, цей спосіб розв'язання вимагає значного часу, що може вимірюватися роками при значній кількості деталей та / або станків.

Відома оцінка цього оптимального часу, яка отримана на підставі леми про переставлення [7, 11, 17]. Така оцінка може допомогти дійти висновку про необхідність покращення розв'язку поставленої задачі, щоб хоча б наблизитися до зазначеної часової оцінки.

Мета кваліфікаційної роботи полягає в тому, щоб показати ефективність оцінки оптимального критичного шляху «задачі m верстатів», отриманого за допомогою леми про переставлення.

Для досягнення цієї мети ми наведемо розв'язання «задачі двох верстатів», висвітлимо ситуацію з приводу розв'язання «задачі трьох і чотирьох верстатів». Також ми наведемо обґрунтування відомої оцінки, отриманої Беловим І.С., Століним Я.М., Севастьяновим С.В. [7, 11, 17]. Для цього викладемо попередні відомості з теорії рядів банахових просторах. Ефективність оцінки Белова І.С., Століна Я.М., Севастьянова С.В. проілюструємо на конкретних прикладах.

1 ПОШУК КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ ЗАДАЧІ МЕРЕЖЕВОГО ГРАФА

Мережеві моделі – важливий клас оптимізаційних задач, що використовуються з задачами календарного планування.

Розглянемо етапи розв’язання «задачі двох верстатів» [3, 5, 7, 10, 11, 15-17].

Розглянемо два верстати А і В. Кожна деталь (а) зобов’язана бути обробленою спочатку на верстаті А, після чого, на верстаті В. Відомим є час обробки кожної деталі на відповідному верстаті: для верстату А час обробки i -ої деталі позначається t_{iA} , для верстату В – t_{iB} . В загальному випадку, час обробки для різних деталей відрізняється. Крім зазначеної умови (а), існує ще два обмеження: (б) кожен верстат в певний момент часу може обробляти одну і лише одну деталь, (в) кожна деталь в певний момент часу може оброблятися на одному і лише одному верстаті. До того ж, процес обробки не може бути перерваним.

В задачі вимагається побудувати план-розклад опрацювання деталей, для якого загальний час роботи буде мінімальним. При цьому, після визначення оптимальної перестановки, порядок обробки деталей на верстаті А повинна збігатися з порядком обробки на верстаті В.

Задача 1.1 Розглянути десять деталей, які потрібно обробити на двох верстатах. Дослідити «задачу двох верстатів» для вхідної перестановки (починаючи з першої деталі, закінчуючи – десятою) – таблиця 1.1.

Таблиця 1.1 – Вхідні дані для вихідної перестановки

Деталі	Верстати	
	1	2
1	3,5	2,6
2	3,4	2,7
3	3,3	2,8
4	3,2	2,9
5	3,1	3,0

Продовження таблиці 1.1

Деталі	Верстати	
	1	2
6	3,0	3,1
7	2,9	3,2
8	2,8	3,3
9	2,7	3,4
10	2,6	3,5

Спочатку утворюємо список операцій, що входять до процесу, час їх виконання, а також виділяємо операції, які безпосередньо їм передують [16]. Безпосередньо попередніми називаються операції, виконання яких повинно бути закінчено перш, ніж може початися дана операція. Вносимо дані до таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Журнал вхідних операцій

№ операції	Операція	Попередня операція	Час Обробки
a ₁	Обработка 1 деталі на 1 верстаті	-	3,5
a ₂	Обработка 1 деталі на 2 верстаті	a ₁	2,6
a ₃	Обработка 2 деталі на 1 верстаті	a ₁	3,4
a ₄	Обработка 2 деталі на 2 верстаті	a ₂ , a ₃	2,7
a ₅	Обработка 3 деталі на 1 верстаті	a ₃	3,3
a ₆	Обработка 3 деталі на 2 верстаті	a ₄ , a ₅	2,8
a ₇	Обработка 4 деталі на 1 верстаті	a ₅	3,2
a ₈	Обработка 4 деталі на 2 верстаті	a ₆ , a ₇	2,9
a ₉	Обработка 5 деталі на 1 верстаті	a ₇	3,1
a ₁₀	Обработка 5 деталі на 2 верстаті	a ₈ , a ₉	3,0
a ₁₁	Обработка 6 деталі на 1 верстаті	a ₉	3,0
a ₁₂	Обработка 6 деталі на 2 верстаті	a ₁₀ , a ₁₁	3,1
a ₁₃	Обработка 7 деталі на 1 верстаті	a ₁₁	2,9

Продовження таблиці 1.2

№ операції	Операція	Попередня операція	Час обробки
a ₁₄	Обработка 7 деталі на 2 верстаті	a ₁₂ , a ₁₃	3,2
a ₁₅	Обработка 8 деталі на 1 верстаті	a ₁₃	2,8
a ₁₆	Обработка 8 деталі на 2 верстаті	a ₁₄ , a ₁₅	3,3
a ₁₇	Обработка 9 деталі на 1 верстаті	a ₁₅	2,7
a ₁₈	Обработка 9 деталі на 2 верстаті	a ₁₆ , a ₁₇	3,4
a ₁₉	Обработка 10 деталі на 1 верстаті	a ₁₇	2,6
a ₂₀	Обработка 10 деталі на 2 верстаті	a ₁₈ , a ₁₉	3,5

Після того як складено список, логічна послідовність виконання операцій може бути проілюстрована за допомогою вершинного графа (див. додаток А).

Побудувавши логічну схему виконання операцій і розрахувавши найбільш раній термін початку (ES) і закінчення (EF) операцій, а також найбільш пізній термін початку (LS) і закінчення (LF) операцій ми визначили, що час критичного шляху вхідної перестановки склало 36,0 одиниць часу. Методина розрахунків відповідає тій, що описано в підручнику Еддоуса М., Стенфілда Р. [16, с.314-340]

Задача 1.2 Дослідити «задачу двох верстатів» для перестановки «навпаки» деталей задачі 1.1 (починаючи з десятої деталі, закінчуючи – першою) – таблиця 1.3.

Таблиця 1.3 – Вхідні дані для перестановки «навпаки»

Деталі	Верстати	
	1	2
10	2,6	3,5
10	2,6	3,5
9	2,7	3,4
8	2,8	3,3
7	2,9	3,2
6	3,0	3,1

Продовження таблиці 1.3

Деталі	Верстати	
	1	2
5	3,1	3,0
4	3,2	2,9
3	3,3	2,8
2	3,4	2,7
1	3,5	2,6

Також складаємо список самих операцій та безпосередньо їм передуючих – таблиця 1.4.

Таблиця 1.4 – Журнал вхідних операцій

№ операції	Операція	Попередня операція	Час обробки
a ₁	Обробка 10 деталі на 1 верстаті	-	2,6
a ₂	Обробка 10 деталі на 2 верстаті	a ₁	3,5
a ₃	Обробка 9 деталі на 1 верстаті	a ₁	2,7
a ₄	Обробка 9 деталі на 2 верстаті	a ₂ , a ₃	3,4
a ₅	Обробка 8 деталі на 1 верстаті	a ₃	2,8
a ₆	Обробка 8 деталі на 2 верстаті	a ₄ , a ₅	3,3
a ₇	Обробка 7 деталі на 1 верстаті	a ₅	2,9
a ₈	Обробка 7 деталі на 2 верстаті	a ₆ , a ₇	3,2
a ₉	Обробка 6 деталі на 1 верстаті	a ₇	3,0
a ₁₀	Обробка 6 деталі на 2 верстаті	a ₈ , a ₉	3,1
a ₁₁	Обробка 5 деталі на 1 верстаті	a ₉	3,1
a ₁₂	Обробка 5 деталі на 2 верстаті	a ₁₀ , a ₁₁	3,0
a ₁₃	Обробка 4 деталі на 1 верстаті	a ₁₁	3,2
a ₁₄	Обробка 4 деталі на 2 верстаті	a ₁₂ , a ₁₃	2,9
a ₁₅	Обробка 3 деталі на 1 верстаті	a ₁₃	3,3
a ₁₆	Обробка 3 деталі на 2 верстаті	a ₁₄ , a ₁₅	2,8

Продовження таблиці 1.4

№ операції	Операція	Попередня операція	Час обробки
a ₁₇	Обробка 2 деталі на 1 верстаті	a ₁₅	3,4
a ₁₈	Обробка 2 деталі на 2 верстаті	a ₁₆ , a ₁₇	2,7
a ₁₉	Обробка 1 деталі на 1 верстаті	a ₁₇	3,5
a ₂₀	Обробка 1 деталі на 2 верстаті	a ₁₈ , a ₁₉	2,6

Проілюструємо це за допомогою вершинного графа (див. додаток Б).

Побудувавши логічну схему виконання операцій, і розрахувавши найбільш ранній термін початку і закінчення операцій, а також найбільш пізній термін початку і закінчення операцій, ми визначили, що час критичного шляху перестановки «навпаки» склав 33,1 одиниць часу.

З вище викладеного зрозуміло, що справедлива формула, якої визначається «теоремою критичного шляху» [7, 15-17], а саме:

$$T = \max \left\{ \sum_{i=1}^{n_1} t_{i1} + \sum_{i=n_1}^{n_2} t_{i2} + \dots + \sum_{i=n_{m-1}}^n t_{im} \right\},$$

де максимум береться за різноманітними наборами індексів

$$1=n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_{m-1} \leq n_m = n.$$

2 ОЦІНКА ЧАСУ КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ ОПТИМАЛЬНОЇ ПЕРЕСТАНОВКИ

Щоб досягти поставлену в кваліфікаційній роботі мету, необхідно викласти попередні відомості з теорії рядів банахових просторів [7, 17, 4].

2.1 Попередні леми

Лема 2.1 (лема про округлення коефіцієнтів) [4].

Якщо $\{x_i\}_{i=1}^m$ – скінченний набір елементів в n - вимірному просторі X , а $\{\lambda_i\}_{i=1}^m \subset [0; 1]$, тоді існує набір $\{\theta_i\}_{i=1}^m \subseteq \{0; 1\}$, для котрого

$$\max_{1 \leq k \leq m} \left\| \sum_{i=1}^k \lambda_i x_i - \sum_{i=1}^k \theta_i x_i \right\| \leq n \max_{1 \leq k \leq m} \|x_i\|.$$

Доведення. Застосуємо принцип математичної індукції за числом m .

Крок 0 При $m \leq n$ твердження, вірно, що впливає з ланцюжка нерівностей

$$\max_{1 \leq k \leq m} \left\| \sum_{i=1}^k (\lambda_i - \theta_i) x_i \right\| \leq \max_{1 \leq i \leq m} \|x_i\| \sum_{i=1}^m 1 \leq n \max_{1 \leq i \leq m} \|x_i\|.$$

Нехай тепер $m > n$.

Крок 1 Так як простір X є n - вимірним, то є $n + 1$ векторів $\{x_i\}_{i=1}^{n+1}$ – лінійно залежні, тому можна знайти такий набір коефіцієнтів $\{t_i^{(1)}\}_{i=1}^{n+1}$, що

$$\sum_{i=1}^{n+1} x_i t_i^{(1)} = 0.$$

Останню рівність помножимо на $(-\varepsilon)$, після чого додамо до обох частин отриманого суму $\sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i x_i$:

$$\sum_{i=1}^{n+1} (\lambda_i - \varepsilon t_i^{(1)}) x_i = \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i x_i.$$

Знайдемо таке число $\varepsilon^{(1)}$, щоб $\lambda_i^{(1)} = \lambda_i - \varepsilon^{(1)} t_i \in [0; 1]$, а одне з чисел множини $\{\lambda_i^{(1)}\}_{i=1}^{n+1}$ з номером $k_1 \leq n+1$ дорівнювало б нулю або одиниці (тобто $\lambda_{k_1}^{(1)} \in \{0; 1\}$). Введемо нове позначення $\lambda_{k_1}^{(1)} = \theta_{k_1}$.

Отже, в результаті кроку 1 отримаємо

$$\exists \{\lambda_i^{(1)}\}_{i=1}^{n+1} \subset [0; 1] \wedge \exists k_1 \leq n+1 : \lambda_{k_1}^{(1)} = \theta_{k_1} \in \{0; 1\},$$

причому

$$\sum_1^{n+1} \lambda_i x_i = \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i^{(1)} x_i = \sum_{i=1, i \neq k_1}^{n+1} \lambda_i^{(1)} x_i + \theta_{k_1} x_{k_1}.$$

Крок 2 Додамо до останнього співвідношення $\lambda_{n+2} x_{n+2}$, отримаємо

$$\sum_{i=1}^{n+2} \lambda_i x_i = \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i^{(1)} x_i + \lambda_{n+2} x_{n+2}.$$

Нехай $\lambda_{n+1}^{(1)} = \lambda_{n+2}$, тоді $\sum_I^{n+2} \lambda_i x_i = \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i^{(1)} x_i$.

Розглянемо множину $\{x_i\}_{i=1, i \neq k_1}^{n+1}$, що утворюється із $n + 1$ елементу. Вона задає лінійно залежну систему. Знайдемо набір чисел $\{t_i^{(2)}\}_{i=1, i \neq k_1}^{n+1}$ такий, що $\sum_{i=1, i \neq k_1}^{n+2} t_i^{(2)} x_i = 0$. Останню рівність помножимо на $(-\varepsilon)$, а до отриманого додамо вираз $\sum_{i=1}^{n+2} \lambda_i^{(1)} x_i$:

$$\sum_{i=1}^{n+2} \lambda_i^{(1)} x_i = \sum_{i=1, i \neq k_1}^{n+2} \lambda_i^{(1)} x_i + \theta_{k_1} x_{k_1} = \sum_{i=1, i \neq k_1}^{n+2} (\lambda_i^{(1)} - \varepsilon t_i^{(2)}) x_i + \theta_{k_1} x_{k_1}.$$

Знайдемо число $\varepsilon^{(2)}$ таке щоб мало місце включення $\{\lambda_i^{(2)} = \lambda_i^{(1)} - \varepsilon^{(2)} t_i^{(2)}\}_{i=1, i \neq k_1}^{n+2} \subset [0; 1]$, а для деякого номера $k_2 \leq n + 2$ число $\lambda_{k_2}^{(2)}$ дорівнювало нулю або одиниці, тобто $\lambda_{k_2}^{(2)} \in \{0, 1\}$.

Нехай $\theta_{k_2} = \lambda_{k_2}^{(2)}$, при цьому $\theta_{k_1} = \lambda_{k_1}^{(1)} = \lambda_{k_1}^{(2)}$, тоді

$$\sum_{i=1}^{n+2} \lambda_i x_i = \sum_{i=1, i \neq 1}^{n+2} \lambda_i^{(2)} x_i = \sum_{i=1, i \neq k_1, k_2}^{n+2} \lambda_i^{(2)} x_i + \theta_{k_1} x_{k_1} + \theta_{k_2} x_{k_2}.$$

Після $m - n$ кроків буде побудований набір номерів k_1, k_2, \dots, k_{m-n} , де $k_j \leq j + n$, і коефіцієнтів $\theta_{k_1}, \theta_{k_2}, \dots, \theta_{k_{m-n}} \in \{0; 1\}$, таких що, по-перше, має місце включення $\{\lambda_i^{(j)}\}_{i=1}^{j+n} \subset [0, 1]$, по-друге, нерівність $\sum_{i=1}^{n+j} \lambda_i^{(j)} x_i = \sum_{i=1}^{n+j} \lambda_i x_i$, в якій $\lambda_{k_l}^j = \theta_{k_l}$ при $l \leq j$, тобто

$$\sum_{i=1}^{n+j} \lambda_i x_i = \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq k_l, l \leq j}}^{n+j} \lambda_i^{(j)} x_i + \theta_{k_1} x_{k_1} + \theta_{k_2} x_{k_2} + \dots + \theta_{k_j} x_{k_j}.$$

Довизначити значення $\theta_k \in \{0; 1\}$ з номерами $k \notin \{k_i\}_{i=1}^{m-n}$ довільним чином. Для $j \leq m - n$, в результаті, матимемо

$$\left\| \sum_{i=1}^{n+j} \theta_i x_i - \sum_{i=1}^{n+j} \lambda_i x_i \right\| = \left\| \sum_{i=1}^{n+j} \left(\theta_i - \lambda_i^{(j)} \right) x_i \right\| \leq n \max_{1 \leq i \leq m} \|x_i\|.$$

n ненульових доданців

З останньої нерівності випливає нерівність, яка потребувала доведення.

Наступну лему наведемо без доведення.

Лема 2.2 (С.А. Чобанян) [7, 17].

Для будь-якого скінченного набору $\{x_i\}_{i=1}^m$ елементів в довільному банаховому просторі X , які задовольняють рівність $\sum_{i=1}^m x_i = 0$, існує перестановка $\pi : \{1, 2, \dots, m\} \rightarrow \{1, 2, \dots, m\}$ така, що для кожного набору знаків $\{v_i\}_{i=1}^m \subseteq \{-1; +1\}$ виконується нерівність

$$\max_{k \leq m} \left\| \sum_{i=1}^k x_{\pi(i)} \right\| \leq \max_{k \leq m} \left\| \sum_{i=1}^k v_i x_{\pi(i)} \right\|.$$

Лема 2.3 (лема про перестановку) [4].

Нехай X – n -вимірний простір. Тоді для будь-якого скінченного набору $\{x_i\}_{i=1}^m$ елементів з X існує перестановка $\pi : \{1, 2, \dots, m\} \rightarrow \{1, 2, \dots, m\}$ така, що

$$\max_{k \leq m} \left\| \sum_{i=1}^k x_{\pi(i)} \right\| \leq 2n \max_{k \leq m} \|x_k\| + (2n + 1) \left\| \sum_{i=1}^m x_i \right\|.$$

Доведення. Нехай $x_0 = -\sum_{i=1}^m x_i$. Застосуємо лему Чобаняна, знайдемо перестановку $\pi : \{0, 1, 2, \dots, m\} \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, m\}$, для якої виконано нерівність

$$\max_{0 \leq k \leq m} \left\| \sum_{i=1}^k x_{\pi(i)} \right\| \leq \max_{0 \leq k \leq m} \left\| \sum_{i=1}^k \alpha_i x_{\pi(i)} \right\| \quad (2.1)$$

для довільного набору знаків $\{\alpha_i\}_{i=1}^m \subseteq \{-1; +1\}$.

В силу леми про округлення коефіцієнтів для набору векторів $\{x_i\}_{i=0}^m \subset X$ і чисел $\{\lambda_i = \frac{1}{2}\}$ знайдеться числовий набір $\{\theta_i\} \subseteq \{0; 1\}$ такий, що

$$\max_{0 \leq k \leq m} \left\| \frac{1}{2} \sum_{i=0}^k x_{\pi(i)} - \sum_{i=0}^k \theta_i x_{\pi(i)} \right\| \leq n \max_{0 \leq k \leq m} \|x_k\|$$

або, що те ж, для $\{\alpha_i = \operatorname{sgn}(\frac{1}{2} - \theta_i)\}$ маємо

$$\max_{0 \leq k \leq m} \left\| \sum_{i=0}^k \alpha_i x_{\pi(i)} \right\| \leq 2n \max_{0 \leq k \leq m} \|x_k\|.$$

Після з'єднання останньої нерівності з нерівністю (2.1) отримаємо:

$$\max_{0 \leq k \leq m} \left\| \sum_{i=0}^k x_{\pi(i)} \right\| \leq 2n \max_{0 \leq k \leq m} \|x_k\|. \quad (2.2)$$

Відділимо нульовий член шляхом збільшення правої частину нерівності і зменшення лівої:

$$\begin{aligned} \max_{0 \leq k \leq m} \|x_k\| &\leq \max_{1 \leq k \leq m} \|x_k\| + \|x_n\|; \\ \max_{0 \leq k \leq m} \left\| \sum_{i=0}^k x_{\pi(i)} \right\| &\geq \left| \max_{\substack{0 \leq k \leq m \\ i \neq i_0}} \left\| \sum_{i=0}^k x_{\pi(i)} \right\| - \|x_{\pi(i_0)}\| \right|, \end{aligned}$$

де $0 = \pi(i_0)$. Побудуємо перестановку ω :

$$\omega(1) = \pi(0), \omega(2) = \pi(1), \dots, \omega(i_0) = \pi(i_0 - 1), \omega(i_0 + 1) = \pi(i_0 + 1), \omega(m) = \pi(m).$$

Остання нерівність набуде вигляду:

$$\max_{0 \leq k \leq m} \left\| \sum_{i=0}^k x_{\pi(i)} \right\| \geq \left| \max_{1 \leq k \leq m} \left\| \sum_{i=1}^k x_{\omega(i)} \right\| - \|x_0\| \right|. \quad (2.3)$$

З нерівностей (2.1), (2.2) і (2.3) отримаємо:

$$\left| \max_{1 \leq k \leq m} \left\| \sum_{i=1}^k x_{\omega(i)} \right\| - \|x_0\| \right| \leq 2n \cdot \left(\max_{1 \leq k \leq m} \|x_k\| + \|x_n\| \right).$$

Після елементарних перетворень отримаємо необхідну нерівність.

Лема про переставлення доведена в дещо іншому формулюванні Штейніцем Е. Нижче ми скористаємося цим формулюванням [7, 17].

Нехай в m -вимірному нормованому просторі X задано скінченну множину векторів $\{x_i\}_{i=1}^n$, суму яких ми позначимо через x . Тоді можна так переставити елементи цієї множини, щоб для будь-якого натурального $k \leq n$ виконується нерівність

$$\left\| \sum_{i=1}^k x_{\pi(i)} - \frac{k-m}{n} x \right\| \leq m \max_i \|x_i\|,$$

де π – відповідна перестановка множини індексів [7, 17].

2.2 Оцінка часу критичного шляху оптимальної перестановки за допомогою леми про переставлення

Застосуємо леми про переставлення для наближеного розв'язання «задачі m верстатів» [7]. На m верстатах потрібно обробити партію з деталей. Кожна деталь

проходить обробку спочатку на першому верстаті, потім на другому і т. д.; кожен верстат обробляє деталі в одному і тому ж порядку. Обробка деталі i ($1 \leq i \leq n$) на верстаті j ($1 \leq j \leq m$) починається відразу після того, як (а) деталь i оброблена на верстаті $(j - 1)$ і (б) деталь $(i - 1)$ оброблена на верстаті j . Потрібно так впорядкувати множину деталей, щоб сумарний час обробки T був найменшим ($T = T^*$). Відомі тривалості обробки: t_{ij} – час обробки деталі i на верстаті j .

Формула обчислення сумарного часу обробки через тривалості t_{ij} , згідно так званої «теоремі про критичний шлях», має вигляд [7, 15-17]:

$$T = \max \left\{ \sum_{i=1}^{n_1} t_{i1} + \sum_{i=n_1}^{n_2} t_{i2} + \dots + \sum_{i=n_{m-1}}^n t_{im} \right\}, \quad (2.5)$$

де максимум береться за різноманітними наборами індексів

$$1=n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_{m-1} \leq n_m = n.$$

З вигляду формули (2.5) безпосередньо впливає наступна оцінка знизу числа T :

$$\max_{1 \leq j \leq m} \sum_{i=1}^n t_{ij} \leq T. \quad (2.6)$$

Оскільки ліва частина не залежить від того, в якому порядку беруться деталі, формула (2.6) дає оцінку знизу і для найменшого часу обробки T^* .

Введемо в розгляд m -вимірний нормований простір E_1 , елементами якого будуть вектори $x = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$, а норма визначається формулою

$$\|x\| = \max_{1 \leq j \leq m} |t_j|.$$

Інакше кажучи, $E_1 = l_\infty^{(m)}$. Кожній деталі можна співставити вектор

$$x_i = \{t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{im}\}.$$

Теорема 2.1 [7, 11, 17]. Множина деталей $\{x_i\}_{i=1}^n$ може бути впорядкованою так, щоб сумарний час їх обробки задовольняв нерівність

$$T(\pi) \leq \left\| \sum_{i=1}^n x_i \right\| + (2m^2 + m - 1) \cdot \max_{1 \leq j \leq m} \|x_i\|. \quad (2.7)$$

Доведення. Шукаємо перестановку π візьмемо з леми про переставлення по Штейніцу Е. [7, 17]. З нерівності (2.4) неважко отримати, що

$$\left\| \sum_{i=h}^k x_{\pi(i)} - \frac{k-h+1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right\| \leq 2m \max_{1 \leq j \leq n} \|x_i\|$$

для будь-яких $1 \leq h \leq k \leq n$, а звідси, в свою чергу, що

$$\left\| \sum_{i=h}^k x_{\pi(i)} \right\| \leq \frac{k-h+1}{n} \left\| \sum_{i=1}^n x_i \right\| + 2m \max_i \|x_i\|. \quad (2.8)$$

Кожну складову у формулі (2.5) оцінимо згідно (2.8):

$$\sum_{i=n_{j-1}}^{n_j} t_{\pi(i)j} \leq \left\| \sum_{i=n_{j-1}}^{n_j} x_{\pi(i)} \right\| \leq \frac{n_j - n_{j-1} + 1}{n} \left\| \sum_{i=1}^n x_{(i)} \right\| + 2m \max_i \|x_i\|.$$

Підсумовуючи останню нерівність за j , отримуємо необхідну оцінку:

$$\begin{aligned}
T(\pi) &\leq \frac{n-1+m}{n} \left\| \sum_{i=1}^n x_i \right\| + 2m^2 \cdot \max_i \|x_i\| \leq \\
&\leq \left\| \sum_{i=1}^n x_i \right\| + (2m^2 + m - 1) \max_i \|x_i\|.
\end{aligned}$$

Зіставляючи (2.6) і (2.7), отримуємо двосторонню оцінку

$$\max_{1 \leq j \leq m} \sum_{i=1}^n t_{\pi(i)j} \leq T^* \leq T(\pi) \leq \max_{1 \leq j \leq m} \sum_{i=1}^n t_{\pi(i)j} + (2m^2 + m - 1) \max_{ij} t_{ij}.$$

Остаточний висновок: похибка, яка виходить при заміні мінімального часу обробки T^* часом $T(\pi)$, не залежить від числа деталей:

$$T(\pi) - T^* \leq (2m^2 + m - 1) \max_{ij} t_{ij}.$$

3 ІЛЮСТРАЦІЯ ЕФФЕКТИВНОСТІ ОЦІНКИ КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ ОПТИМАЛЬНОЇ ПЕРЕСТАНОВКИ

3.1 Алгоритм розв'язання «задачі двох верстатів»

Постановка задачі була сформульована в розділі 1.

Зазначимо лише, що оскільки в оптимальному розв'язку порядок обробки деталей на верстаті А збігається з порядком їх обробки на верстаті В, то на верстаті А відповідні операції можуть бути виконані без жодних затримок, а отже, оптимізація буде полягати у пошуку мінімального часу простою верстату В.

Алгоритм розв'язання задачі проілюструємо на прикладі [14-16].

Крок 1 Записуються часи робіт (таблиця 3.1)

Таблиця 3.1 – Час виконання робіт на кожному станку

Номер деталі	1	2	3	4	5
Верстат А	3	4	2	3	1
Верстат В	2	1	3	5	4

Крок 2 Переглядаються всі часи обробки деталей як на верстаті А, так і на верстаті В, щоб знайти мінімальні серед них ($t_{2B} = 1$ і $t_{5A} = 1$).

Крок 3 Якщо мінімальний час відповідає верстату А, то деталь з відповідним номером обробляється першою. В даному прикладі $t_{5A} = 1$, отже деталь №5 вийде на обробку першою. До того ж, вона буде оброблятися першою як на верстаті А, так і на верстаті В.

Крок 4 Якщо мінімальний час відповідає верстату В, то деталь з відповідним номером обробляється останньою. В даному прикладі $t_{2B} = 1$, отже деталь №2 вийде на обробку останньою.

Крок 5 Обрані деталі більше не розглядаються.

Крок 6 Повторюють етапи 1-5 з рештою деталями.

У випадку, коли час опрацювання двох різних деталей на одному верстаті збігається, причому цей час менший за час обробки цих деталей на іншому верстаті, то порядок обробки деталей з накою властивість може бути довільним.

Для даного прикладу час обробки у випадку заданого порядку дорівнює 21 одиниць часу, а при оптимальному порядок обробки 5-3-4-1-2, знайденому відповідно до алгоритму, загальний час обробки становить 16 одиниць часу.

Алгоритм розв'язання «задачі двох верстатів» коротко представлений у вигляді блок- схеми (див. додаток В).

3.2 Розрахунок тестового прикладу «задачі двох верстатів»

Спочатку в якості тестового прикладу ми взяли для обробки на двох верстатах 100 деталей (див. додаток Г). Час обробки кожної деталі задали довільно. Запустивши складену програму (див. додаток Д), ми побачили наступне.

Для вихідної перестановки отримано час критичного шляху 246,9 одиниць часу. Програма ж «сама визначила» оптимальну перестановку, при якій сумарний час обробки деталей буде найменшим, тобто час критичного шляху оптимальної перестановки. У цьому випадку він становить 196,0 одиниць часу. Ми бачимо, що різниця склала 50,9 одиниць часу. Якщо це секунди, то різниця не суттєва, а якщо хвилини або години, то час вражає.

Для остаточних висновків нам необхідно розрахувати похибку, яка виходить при заміні мінімального часу обробки часом перестановки, а саме час оцінки критичного шляху оптимальної перестановки, який в нашому прикладі дорівнює 221,1 одиниць часу. У доведенні цієї оцінки Беловим І.С., Століним Я.М., Севастьяновим С.В. сказано, що це відхилення не повинно перевищувати наступної величини $(2m^2 + m - 1) \max t_{ij}$, де t_{ij} – час обробки деталі i , на верстаті j . У нашому випадку похибка не перевищує 26,1 одиниць часу.

Таким чином, відхилення між точним часом критичного шляху оптимальної перестановки і наближеним склало $221,1 - 196,0 = 25,1$ одиниць часу.

Тобто $T(\pi) - T^* = 25,1 < 26,1$. Ми бачимо, що оцінка критичного шляху оптимальної перестановки задовільно наближена до точного часу критичного шляху оптимальної перестановки.

Крім того, $T(\pi) - T^* = 25,1$; $T(\theta) - T^* = 50,9$ (де через θ позначена вихідна перестановка), тому відхилення між часом заданого критичного шляху і часом оцінки має практично той же порядок, що і $T(\pi) - T^*$ і практично не ілюструє ефективність оцінки Белова І.С., Століна Я.М., Севастьянова С.В. Кращий результат в сенсі відхилення наближеного розв'язання від точного вдається отримати збільшивши кількість деталей.

При розгляді задачі двох верстатів, на яких обробляється 300 (див. додаток Е) деталей, вже отримано наступне:

$$T(\pi) - T^* = 31,1; T(\theta) - T(\pi) = 215,5; T(\theta) - T^* = 215,5.$$

Цей приклад свідчить про ефективність оцінки часу оптимальної перестановки.

3.3 Розрахунок тестового прикладу «задачі трьох верстатів»

Якщо для двох верстатів алгоритм розв'язання поставленої задачі виявився відомим, то вже для трьох верстатів розв'язання фактично зводилося до перебору всіх можливих варіантів перестановок, що для великої кількості деталей реально нездійсненно. Алгоритм для розрахунків в «задачі трьох верстатів» представлено блок-схемою (див. додаток Ж).

За тестовий приклад ми взяли для обробки 300 деталей (див. додаток К). Ми не мали на меті знайти оптимальну перестановку, а лише відшукати перестановку,

близьку до оптимальної, якою була так звана перестановка «навпаки». Тобто перестановку виду $\{300,299,298,\dots,3,2,1\}$.

Складена програма (див. додаток Л) «видала» наступні результати.

Час критичного шляху вихідної перестановки - 827.9 одиниць часу; час критичного шляху перестановки «навпаки» - 609.9 одиниць часу; час оцінки критичного шляху оптимальної перестановки - 679.0 одиниць часу.

Ми бачимо, що перестановка «навпаки» виявилася близькою до оптимальної перестановці, так як час її критичного шляху на 218,0 одиниць часу менше ніж час критичного шляху, що відповідає вхідним даним. Крім того, $T(\pi) - T^* = 69.1$ одиниць часу. Отримане дозволяє зробити висновок, що необхідно шукати перестановки, що принаймні мають час критичного шляху близький до оцінки Белова І.С., Століна Я.М., Севастьянова С.В. [7, 11, 17].

Результати цього прикладу довели, що оскільки розв'язання задач з великою кількістю деталей точними методами практично неможливо. Там, де не можна скористатися точними методами, зазвичай, користуються наближеними, як в нашому випадку.

3.4 Розрахунок тестового прикладу «задачі чотирьох верстатів»

Ще гірші справи з більш складними постановками задач теорії розкладів. Наприклад, «задачі чотирьох верстатів», де деталь послідовно проходить чотири стадії обробки на різних верстатах.

Ми склали програму для розв'язання «задачі чотирьох верстатів» для шести деталей (див. додаток М). Коротко алгоритм розв'язання цієї задачі представлений у вигляді блок-схеми (див. додаток Н). Програма «перебрала» 720 перестановок і «видала» наступні результати (див. додаток О).

Час критичного шляху вхідного – 29.10 одиниць часу; оптимальних перестановок виявилось кілька, і час їх критичного шляху склав 28.70 одиниць часу.

Алгоритму розв'язання «задачі чотирьох верстатів» не знайдено, але В.В. Шкурба в своїй роботі [15] наводить такий спосіб розв'язання, що спрощує і прискорює розв'язання .

Як і у випадку «задачі двох верстатів», можна довести, що в оптимальному розкладі обробки деталей черговість обробки деталей на перших двох верстатах однакова, однакова вона і на двох останніх верстатах.

Для першого випадку скористаємося алгоритмом розв'язання «задачі двох верстатів», а для другого випадку потрібно внести очевидні зміни. Деталь i на останньому верстаті можна поставити безпосередньо перед деталлю j «посунувши» вправо деталь j (разом з операціями, що займали місце перед i і j) на відрізок, рівний тривалості виконання останньої операції деталі i . Звідси випливає, що розв'язання «задачі чотирьох верстатів» не можна подати однією перестановкою, але можна подати двома перестановками, що відповідають порядку обробки деталей на перших двох верстатах і на останніх двох.

Так як метою даної кваліфікаційної роботи не було розв'язання «задачі m верстатів», а тільки показати ефективність роботи оцінки часу критичного шляху оптимальної перестановки, в разі «задачі чотирьох верстатів» ми бездумно перебрали всілякі перестановки шести деталей. Результати показали, що програма працює і в цьому випадку.

3.5 Висновки за тестовими прикладів щодо ефективності оцінки критичного шляху оптимальної перестановки

Завдяки лемі про переставлення елементів кінцевовимірному просторі Беловим І.С., Століним Я.М., Севастьяновим С.В. [7, 11, 17]. була отримана оцінка найменшого часу обробки n деталей на m верстатах при оптимальній розстановці деталей, тобто задачі послідовності включення їх в цикл обробки.

Спочатку була розглянута задача про невелику кількість деталей і верстатів. Відхилення оцінки Белова І.С., Століна Я.М. , Севастьянова С.В. . [7, 11, 17]. від

фактичного мінімального часу виявилось значним. Ці ж результати підтвердилися при подвійній кількості верстатів і невеликій кількості деталей. Ми поставили собі за мету встановити, в якому випадку такого роду відхилення незначні в порівнянні з реальним відхиленням часу неупорядкованого процесу про розстановку деталей (вхідного, що не переставлені) в порівнянні з мінімальним часом для оптимальної перестановки.

Перше припущення, що у нас виникло, полягало в наступному: необхідно збільшити кількість деталей. На цьому шляху ми зіткнулися з низкою труднощів. Розв'язання поставленої задачі виявилось відомим тільки для двох верстатів, а вже для трьох верстатів розв'язання фактично зводилося до перебору всіх можливих варіантів перестановок. Остання, для великої кількості деталей реально нездійсненна.

У зв'язку зі сказаним вище ефективність даної оцінки ми перевірили спочатку на двох верстатах з великою кількістю деталей, а потім для трьох верстатів розглянули один окремий випадок. Результати свідчили про те, що можливі ситуації, коли бездумне складання розкладу обробки деталей призводить до його значного відхилення від оптимального розкладу. Це відхилення на багато більше відхилення, що дається оцінкою І. С. Белова, Я. М. Століна, С. В. Севастьянова.

У реальних умовах вирішують і більш складні задачі; в них, наприклад, число верстатів m значне, і послідовність проходження (в процесі обробки) верстатів деталями неоднакова. Користуватися для розв'язання таких задач точними методами практично безнадійно. У таких випадках можна скористатися оцінкою І. С. Белова, Я. М. Століна, С. В. Севастьянова. Вона може дати відповідь на питання про грамотність складання розкладу, зпланованого інженерами. І в тих випадках, коли відхилення цієї оцінки від зпланованого розкладу буде велике, то необхідно буде задуматися над переглянутими цього розкладу, щоб його хоча б наблизити до оцінки І. С. Белова, Я. М. Століна, С. В. Севастьянова.

ВИСНОВКИ

Задачі про розклади тісно пов'язані з виробничими проблемами. В теорії оптимального управління їх відносять до «задач про верстати». Суть цих задач полягає в пошуку такої оптимальної перестановки n деталей, при якій буде мінімальним час їх обробки на m верстатах при заданій технології порядку їх обробки.

Час обробки, що визначає повне завершення технологічного процесу, називається критичним шляхом. Знайти критичний шлях дозволяють методи мережеских графів, які досить добре вивчені, чого не можна сказати з приводу «задач про верстати». Існує повне розв'язання задачі «двох верстатів». У загальному випадку можна розв'язати цю задачу методом простого перебору всіх можливих перестановок. Реально зробити це можна лише для невеликої кількості деталей і верстатів. Існує дещо спрощене розв'язання задачі «трьох верстатів». Для більшої кількості станків задача значно ускладнюється.

У кваліфікаційній роботі наведено спосіб оцінки критичного шляху оптимальної перестановки, отриманий на основі абстрактної леми про переставлення елементів в скінченномірному просторі. Ця оцінка добре «працює» як раз в разі великої кількості деталей. Ми в цьому змогли переконатися, вирішивши точно і наближено задачі двох і трьох верстатів відповідно для 300 деталей за допомогою програми, написаної для ЕОМ, і порівнявши час критичного шляху вхідної перестановки, оптимальної та оцінки оптимального часу. Різниця між першою і другою величиною виявилася значно більше різниці між першою і третьою величиною. Це говорить про те, що при розв'язанні конкретних задач ми можемо провести спочатку оцінку оптимального часу, а потім намагатися знайти перестановку, час критичного шляху якої близький до цієї оцінки.

Робота свідчить про те, що абстрактні результати можуть знайти саме несподіване застосування при розв'язанні практичних задач.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Аничкин А.С., Семенов В.А. Объектно-ориентированный каркас для программной реализации приложений теории расписаний // *Труды Инс-та системного программирования РАН*. 2017. Том 29, вып. 3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/obektno-orientirovannyu-karkas-dlya-programmnoy-realizatsii-prilozheniy-teorii-raspisaniy/viewer> (дата звернення 13.10.2020).
2. Аничкин А.С., Семенов В.А. Современные модели и методы теории расписаний // *Труды Инс-та системного программирования РАН*. 2014. Том 26, вып. 3. С. 5–50.
3. Белов И.С., Столин Я.Н. Алгоритмы в одномаршрутной задаче оптимального планирования // *Математическая экономика и функциональный анализ*. 1974. С. 248–257.
4. Д'яченко Н.М., Ткаченко І.Г. Ряди в скінченновимірних банахових просторах: навчальний посібник для студентів напряму підготовки «Математика» спеціалізації «Математичний аналіз». Запоріжжя : Запоріз. нац. ун-т, 2013. 76 с.
5. Задача мінімізації сумарного відхилення від спільного директивного строку при виконанні завдань паралельними пристроями / Годна А.В., Жданова О.Г., Маленко А.О., Сперкач М.О. // *Науковий огляд*. 2017. Том 9, № 41. С. 14–32.
6. Згуровский М.З., Павлов А.А. Теоретические свойства ПДС-алгоритма для задачи минимизации суммарного взвешенного запаздывания на одном приборе // *Вісник НТУУ “КПІ”. Серія «Інформатика, управління та обчислювальна техніка»*. Київ : ВЕК+, 2017. №65. С. 4–14.
7. Кадец В.М., Кадец М.И. Перестановки рядов в пространствах Банаха. Тарту : Тартуский гос. ун-т, 1988. 200 с.
8. Кадец В.М. Курс функционального анализа: учеб. пособие для студ. механ.-мат. ф-та. Харьков : Харьковский нац. ун-т им. В.Н. Каразина, 2006. 607 с.

9. Ковалюк Т.В. Алгоритмізація та програмування: підручник (з грифом МОН). Друге видання. Львів : «Магнолія 2006», 2016. 400 с.
10. Левин В. И. Задача m станков при ограничениях на порядок следования деталей // *Автомат. и телемех.*, 1987, № 3. С. 107–116 .
11. Севастьянов С.В. О приближённом решении некоторых задач теории расписаний // *Методы дискретного анализа в синтезе управления систем.* Новосибирск, 1978. С. 66–75.
12. Сперкач Майя Олегівна. Інформаційна технологія оперативно-календарного планування дрібносерійного виробництва за концепцією «точно в строк» // дис. ... канд. техн. наук. : 05.13.06 – Інформаційні технології. Київ : НТУУ «КПІ», 2016. 222 с.
13. Тимофієва Н.К., Гриценко В.І. Розв’язання задачі планування з теорії розкладів методом структурно-алфавітного пошуку та гібридним алгоритмом // *Управляющие системы и машины.* 2011. № 3. С. 21–36.
14. Трояновский В.М. Математическое моделирование в менеджменте. Москва : РДЛ, 2003. 240 с.
15. Шкурба В.В. Задачи трёх станков. Москва : Наука, 1976. 94 с.
16. Эддоус М., Стэнфилд Р. Методы принятия решений. Москва : ЮНИТИ, 1997. 590 с.
17. Kadets M., Kadets V. Series in Banach spaces conditional and unconditional convergence (translated by Andrei Iacob from the Russian-language ed.). Basel-Boston-Berlin : Birkhäuser Verlag, 1997. 156 p.

Додаток А

Аналіз критичного шляху вхідної перестановки
із застосуванням вершинного графу

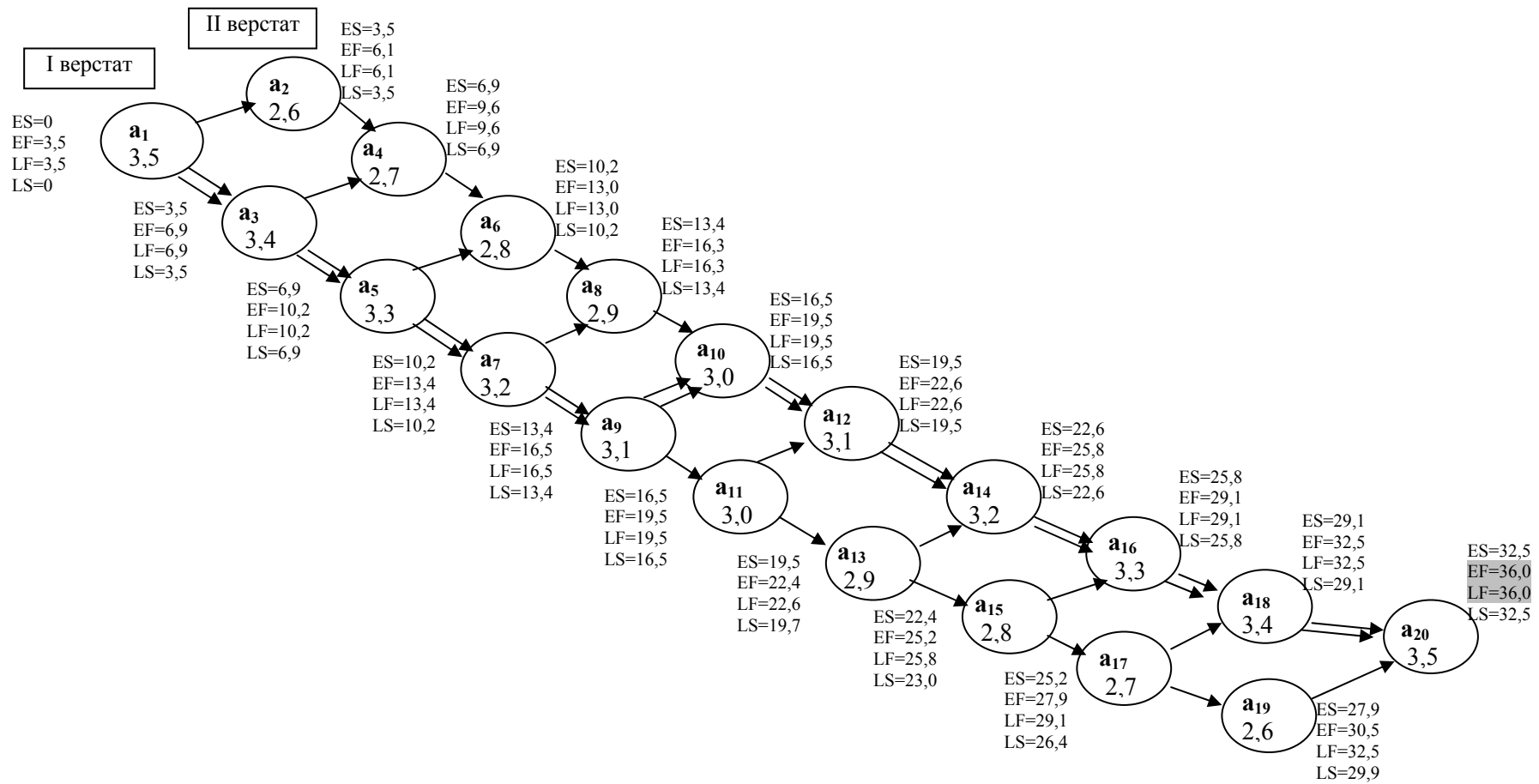
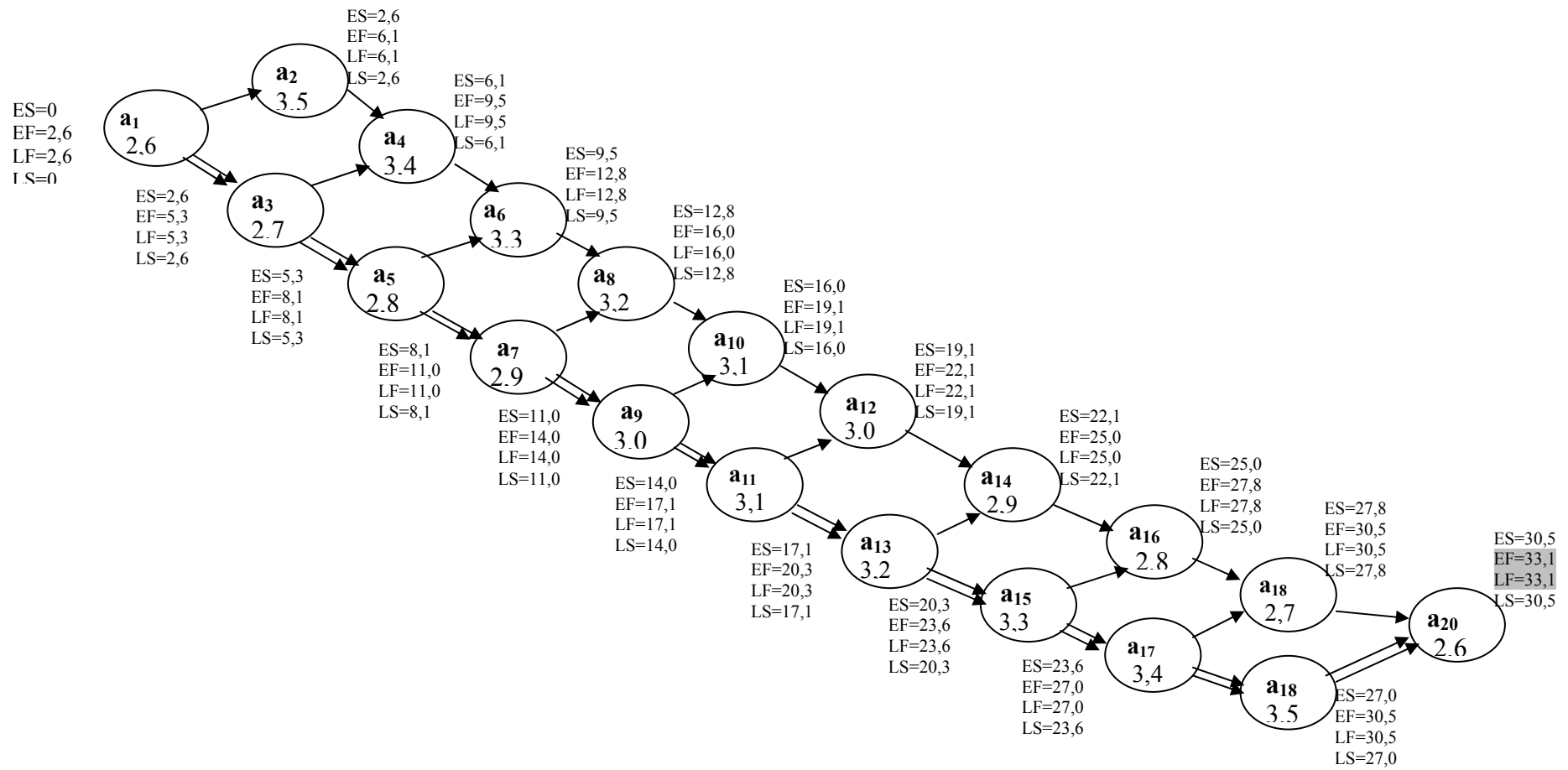


Рисунок А.1

Додаток Б

Аналіз критичного шляху перестановки «навпаки»
із застосуванням вершинного графу



Рисунк Б.1

Додаток В

Блок-схема розв'язання «задачі двох верстатів»

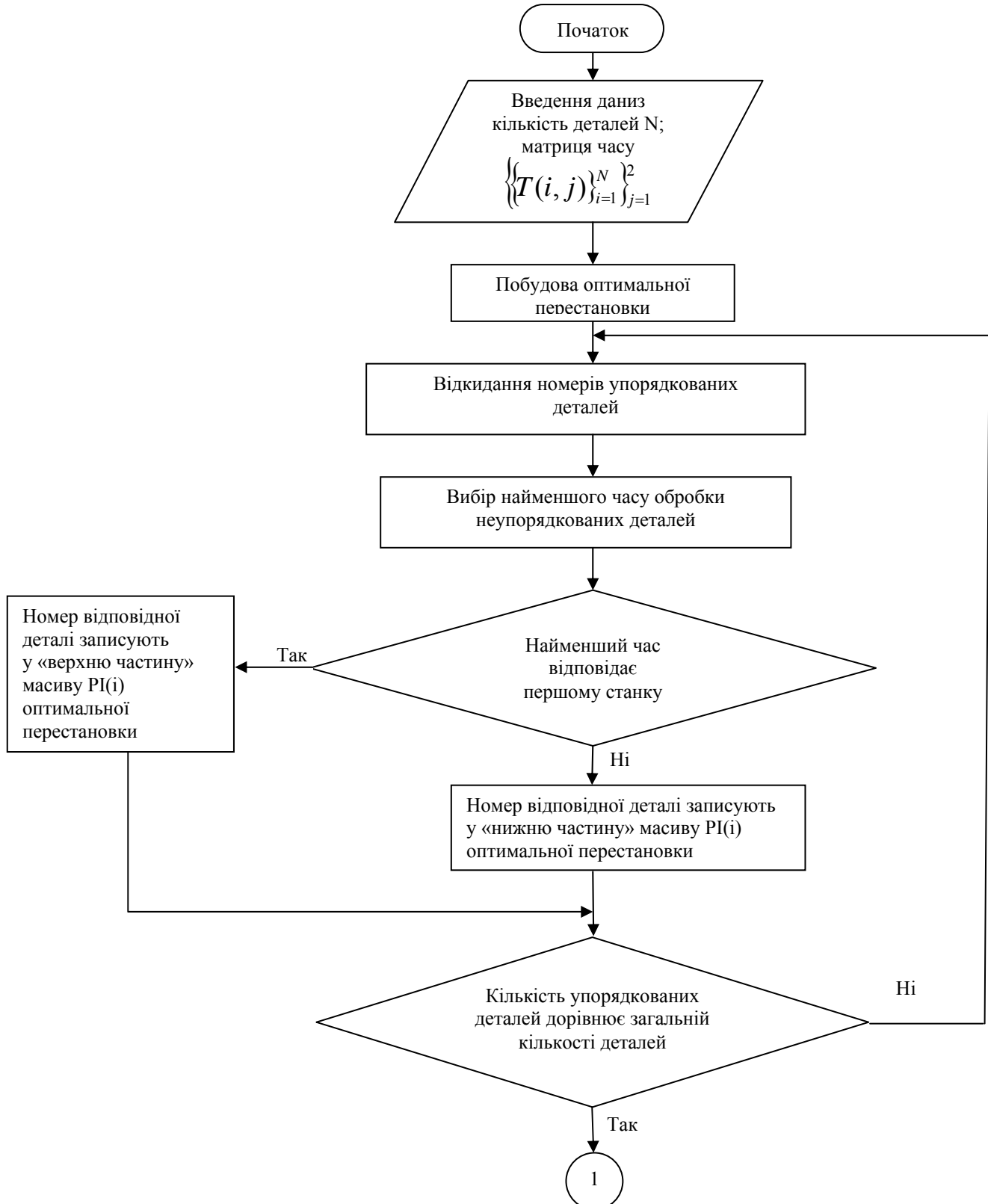


Рисунок В.1, сторінка 1

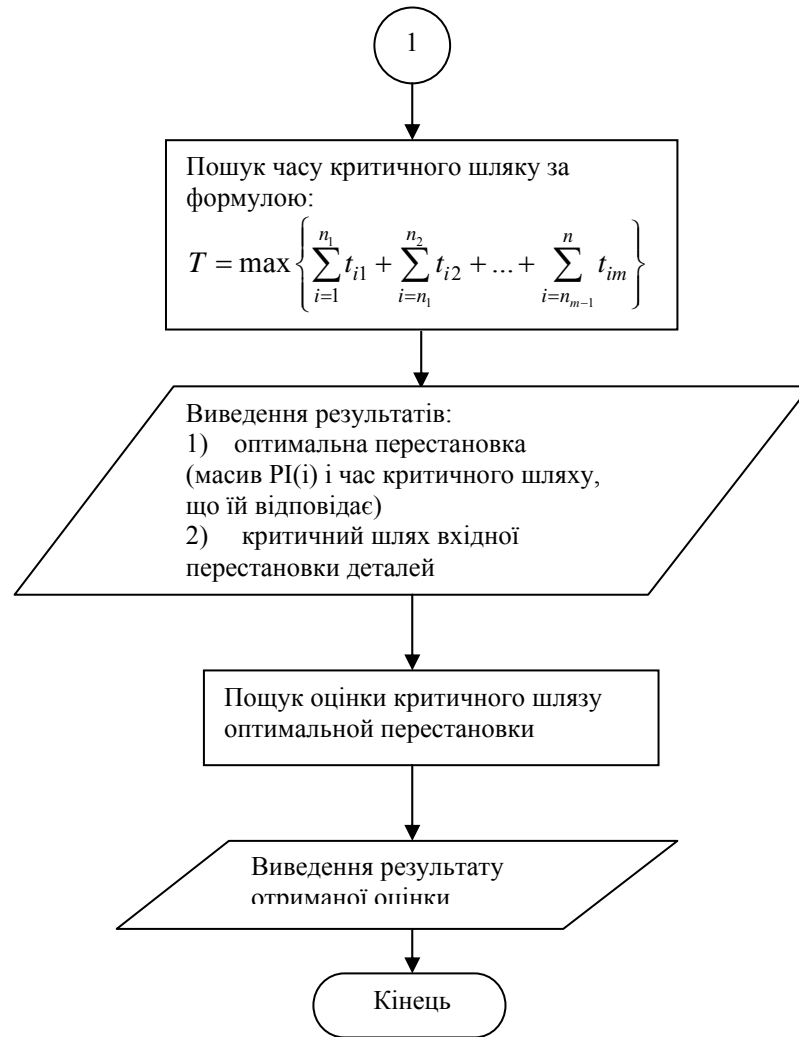


Рисунок В.1, сторінка 2

Додаток Г

**Розрахунок тестового прикладу «задачі двох верстатів»
для 100 деталей**

Таблиця Г.1 – Вхідні дані

2,9 1,	2,4 1,5	1,9 2,	1,4 2,5
2,9 1,	2,4 1,5	1,9 2,	1,4 2,5
2,9 1,	2,4 1,5	1,9 2,	1,4 2,5
2,9 1,	2,4 1,5	1,9 2,	1,4 2,5
2,9 1,	2,4 1,5	1,9 2,	1,4 2,5
2,8 1,1	2,3 1,6	1,8 2,1	1,3 2,6
2,8 1,1	2,3 1,6	1,8 2,1	1,3 2,6
2,8 1,1	2,3 1,6	1,8 2,1	1,3 2,6
2,8 1,1	2,3 1,6	1,8 2,1	1,3 2,6
2,8 1,1	2,3 1,6	1,8 2,1	1,3 2,6
2,7 1,2	2,2 1,7	1,7 2,2	1,2 2,7
2,7 1,2	2,2 1,7	1,7 2,2	1,2 2,7
2,7 1,2	2,2 1,7	1,7 2,2	1,2 2,7
2,7 1,2	2,2 1,7	1,7 2,2	1,2 2,7
2,7 1,2	2,2 1,7	1,7 2,2	1,2 2,7
2,7 1,2	2,2 1,7	1,7 2,2	1,2 2,7
2,6 1,3	2,1 1,8	1,6 2,3	1,1 2,8
2,6 1,3	2,1 1,8	1,6 2,3	1,1 2,8
2,6 1,3	2,1 1,8	1,6 2,3	1,1 2,8
2,6 1,3	2,1 1,8	1,6 2,3	1,1 2,8
2,6 1,3	2,1 1,8	1,6 2,3	1,1 2,8
2,5 1,4	2, 1,9	1,5 2,4	1, 2,9
2,5 1,4	2, 1,9	1,5 2,4	1, 2,9
2,5 1,4	2, 1,9	1,5 2,4	1, 2,9
2,5 1,4	2, 1,9	1,5 2,4	1, 2,9
2,5 1,4	2, 1,9	1,5 2,4	1, 2,9

Оптимальна перестановка

96 97 98 99 100 91 92 93 94 95 86 87 88 89 90 81 82 83 84 85 76 77 78 79 80 71 72 73 74 75 66 67 68 69 70 61
62 63 64 65 56 57 58 59 60 51 52 53 54 55 50 49 48 47 46 45 44 43 42 41 40 39 38 37 36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26
25 24 23 22 21 20 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Час критичного шляхоптимальної перестановки 196,000000
Час критичного шляху вихідного 246,900000
Час оцінки критичного шляху оптимальної перестановки 221,100000

Додаток Д

Програма розрахунку «задачі двох верстатів»

```

PROGRAM ST
C-----
C   ЗАДАЧА ПРО ДВА ВЕРСТАТИ
C-----
REAL T(3000,2)
INTEGER PI(3000)
CHARACTER NAME*2, NAME2*5
NAME = 'ST'
NAME2= 'VINOD'
OPEN (UNIT=2, FILE=NAME, STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=3, FILE=NAME2,STATUS='NEW')
C-----
C   ВВЕДЕННЯ ДАНИХ
C
WRITE(*,*)'ВВЕДІТЬ К-СТЬ деталей'
READ(*,*) N
C
C   ВВЕДЕННЯ МАТРИЦІ часу
C
DO 100 L=1,N
100  READ(2,*) T(L,1), T(L,2)
C-----
C   ПОБУДОВА ОПТИМАЛЬНОЇ ПЕРЕСТАНОВКИ
C
NOM_NACH = 0
NOM_KON = 0
50  T_MIN=10000
DO 1 L=1,N
C
C   ВІДКИНУВШИ ТИХ НОМЕРІВ ДЕТАЛЕЙ, ЯКІ ВЖЕ
C   ВПОРЯДКУВАЛИ
C
DO 4 L1=1,N
IF(PI(L1),EQ,L) GO TO 1
4  CONTINUE
C
C   ВИБІРНАЙМЕНШОГО ЧАСУ ОБРОБКИ
C   НЕВПОРЯДКОВАНІСТЬ ДЕТАЛЕЙ І ЗАПАМ'ЯТУВАННЯ
C   НОМЕРІВ ДЕТАЛЕЙ L_1(L_2)
C   З НАЙМЕНШИМ ЧАСОМ ОБРОБКИ,
C   А ТАК САМО НОМЕРИ ВЕРСТАТА NOM_ST ЙОМУ
C   ВІДПОВІДНОГО
DO 2 J=1,2
IF(T_MIN,LE,T(L,J)) GO TO 2
T_MIN = T(L,J)
IF(J,EQ,2) GO TO 3
L_1=L
NOM_ST=1
GO TO 2
3  L_2=L
NOM_ST=2
2  CONTINUE
1  CONTINUE
C
C   ЯКЩО НАЙМЕНШИЙ ЧАС ВІДПОВІДАВ ПЕРШОМУ ВЕРСТАТУ,
C   ТО НОМЕР ВІДПОВІДНОЇ ДЕТАЛІ ЗАПИСУЄМО
C   «ПОЧАТОК» NOM_NACH,
C   ЯКЩО - ДРУГОМУ ВЕРСТАТІ, ТО В «КІНЕЦЬ»
C   N + 1 - NOM_KON
C
IF(NOM_ST,EQ,2) GO TO 13
NOM_NACH = NOM_NACH+1
PI(NOM_NACH)=L_1
GO TO 12
13  NOM_KON = NOM_KON+1
PI(N + 1 - NOM_KON) = L_2
12  IF(NOM_NACH+NOM_KON,NE,N) GO TO 50
C
WRITE(3,*)' ОПТИМАЛЬНА ПЕРЕСТАНОВКА'
WRITE(3,200) (PI(I),I=1,N)
WRITE(*,*)' ОПТИМАЛЬНА ПЕРЕСТАНОВКА'
WRITE(*,200) (PI(I),I=1,N)
200  FORMAT(1000I4)
C-----
C   знаходження часу критичного шляху для
C   оптимальної C перестановки вихідної
C
C
T_PI_MAX = 0,
T_MAX = 0,
DO 31 J1=1,N
T_PI1=0,
T_1 =0,
DO 41 IS=1,J1
NOM=PI(IS)
T_PI1=T_PI1+T(NOM,1)
T_1 =T_1+T(IS,1)
41  CONTINUE
IND_N2=J1
DO 32 J2=1,N
T_PI2=0,
T_2 =0,
IND_V2=J2-1+IND_N2
IF(IND_V2,GT,N) GO TO 32
IND_V2=N
DO 42 IS=IND_N2,IND_V2
NOM=PI(IS)
T_PI2=T_PI2+T(NOM,2)
T_2 =T_2 +T(IS,2)
42  CONTINUE
T_PI=T_PI1+T_PI2
T_1 =T_1 +T_2
IF(T_PI,GT,T_PI_MAX) T_PI_MAX=T_PI
IF(T_1,GT,T_MAX) T_MAX=T_1
32  CONTINUE
31  CONTINUE
C
C   ВИСНОВОК РЕЗУЛЬТАТІВ НА ЕКРАН И В ФАЙЛ
C   ПРО ТОЧНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ
C
WRITE(*,*)'ЧАС КРИТИЧНОЇ ОБРОБКИ ШЛЯХУ
* ОПТИМАЛЬНОЇ ПЕРЕСТАНОВКИ, T_PI_MAX
WRITE(*,*)'ЧАС КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ
* ВИХІДНОГО', T_MAX
WRITE(3,*)'ЧАС КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ
* ОПТИМАЛЬНОЇ ПЕРЕСТАНОВКИ', T_PI_MAX
WRITE(3,*)'ЧАС КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ
* ВИХІДНОГО', T_MAX
C-----
C   ПОШУК ОЦІНКИ ЧАСУ КРИТ, ШЛЯХУ
C   ОПТИМАЛЬНОЇ ПЕРЕСТАНОВКИ
C
T_1=0
T_2=0
T_MAX=0
DO 77 L=1,N
T_1=T_1+T(L,1)
T_2=T_2+T(L,2)
IF(T_MAX,LT,T(L,1)) T_MAX=T(L,1)
IF(T_MAX,LT,T(L,2)) T_MAX=T(L,2)
77  CONTINUE
IF(T_1,GE,T_2) T_NORM=T_1
IF(T_1,LE,T_2) T_NORM=T_2
WRITE(*,*) T_NORM, T_MAX
C
C   ВИСНОВОК РЕЗУЛЬТАТІВ ПРО НАБЛИЖЕНЕ

```

C РІШЕННЯ ЗАДАЧІ

C

```
      WRITE (*,*) 'ЧАС ОЦІНКИ КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ  
*           ОПТИМ, ПЕРЕСТАНОВКИ'  
      WRITE (*,*) T_NORM+9*T_MAX  
      WRITE (3,*) 'ЧАС ОЦІНКИ КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ  
*           ОПТИМ, ПЕРЕСТАНОВКИ'  
      WRITE (3,*) T_NORM+9*T_MAX
```

Додаток Е

Розрахунок тестового прикладу «задачі двох верстатів»

для 300 деталей

Таблиця Е.1 – Вхідні дані

3,3 0,4	3,4 0,7	3,0 1	2,5 1,3	2,2 1,6	1,9 1,9	1,6 2,2	1,3 2,5	1, 2,8	0,6 3,1
3,3 0,4	3,4 0,7	3,0 1	2,5 1,3	2,2 1,6	1,9 1,9	1,6 2,2	1,3 2,5	1, 2,8	0,6 3,1
3,3 0,4	3,4 0,7	3,0 1	2,5 1,3	2,2 1,6	1,9 1,9	1,6 2,2	1,3 2,5	1, 2,8	0,6 3,1
3,3 0,4	3,4 0,7	3,0 1	2,5 1,3	2,2 1,6	1,9 1,9	1,6 2,2	1,3 2,5	1, 2,8	0,6 3,1
3,3 0,4	3,4 0,7	3,0 1	2,5 1,3	2,2 1,6	1,9 1,9	1,6 2,2	1,3 2,5	1, 2,8	0,6 3,1
3,3 0,4	3,4 0,7	3,0 1	2,5 1,3	2,2 1,6	1,9 1,9	1,6 2,2	1,3 2,5	1, 2,8	0,6 3,1
3,3 0,4	3,4 0,7	3,0 1	2,5 1,3	2,2 1,6	1,9 1,9	1,6 2,2	1,3 2,5	1, 2,8	0,6 3,1
3,3 0,4	3,4 0,7	3,0 1	2,5 1,3	2,2 1,6	1,9 1,9	1,6 2,2	1,3 2,5	1, 2,8	0,6 3,1
3,3 0,4	3,4 0,7	3,0 1	2,5 1,3	2,2 1,6	1,9 1,9	1,6 2,2	1,3 2,5	1, 2,8	0,6 3,1
3,3 0,4	3,4 0,7	3,0 1	2,5 1,3	2,2 1,6	1,9 1,9	1,6 2,2	1,3 2,5	1, 2,8	0,6 3,1
3,4 0,5	3,3 0,8	2,9 1,1	2,4 1,4	2,1 1,7	1,8 2,	1,5 2,3	1,2 2,6	0,9 2,9	0,5 3,2
3,4 0,5	3,3 0,8	2,9 1,1	2,4 1,4	2,1 1,7	1,8 2	1,5 2,3	1,2 2,6	0,9 2,9	0,5 3,2
3,4 0,5	3,3 0,8	2,9 1,1	2,4 1,4	2,1 1,7	1,8 2	1,5 2,3	1,2 2,6	0,9 2,9	0,5 3,2
3,4 0,5	3,3 0,8	2,9 1,1	2,4 1,4	2,1 1,7	1,8 2	1,5 2,3	1,2 2,6	0,9 2,9	0,5 3,2
3,4 0,5	3,3 0,8	2,9 1,1	2,4 1,4	2,1 1,7	1,8 2	1,5 2,3	1,2 2,6	0,9 2,9	0,5 3,2
3,4 0,5	3,3 0,8	2,9 1,1	2,4 1,4	2,1 1,7	1,8 2	1,5 2,3	1,2 2,6	0,9 2,9	0,5 3,2
3,4 0,5	3,3 0,8	2,9 1,1	2,4 1,4	2,1 1,7	1,8 2	1,5 2,3	1,2 2,6	0,9 2,9	0,5 3,2
3,4 0,5	3,3 0,8	2,9 1,1	2,4 1,4	2,1 1,7	1,8 2	1,5 2,3	1,2 2,6	0,9 2,9	0,5 3,2
3,4 0,5	3,3 0,8	2,9 1,1	2,4 1,4	2,1 1,7	1,8 2	1,5 2,3	1,2 2,6	0,9 2,9	0,5 3,2
3,4 0,5	3,3 0,8	2,9 1,1	2,4 1,4	2,1 1,7	1,8 2	1,5 2,3	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3
3,5 0,6	3,1 0,9	2,8 1,2	2,3 1,5	2,0 1,8	1,7 2,1	1,4 2,4	1,1 2,7	0,7 3,	0,4 3,3

Оптимальна перестановка

291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 271 272
273 274 275 276 277 278 279 280 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 251 252 253 254 255
256 257 258 259 260 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 231 232 233 234 235 236 237 238
239 240 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 201
202 203 204 205 206 207 208 209 210 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 181 182 183 184

185 186 187 188 189 190 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 161 162 163 164 165 166 167
168 169 170 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 150 149 148 147 146 145 144 143 142 141
140 139 138 137 136 135 134 133 132 131 130 129 128 127 126 125 124 123 122 121 120 119 118
117 116 115 114 113 112 111 110 109 108 107 106 105 104 103 102 101 100 99 98 97 96 95 94 93 92
91 90 89 88 87 86 85 84 83 82 81 80 79 78 76 75 74 73 72 71 70 69 68 67 66 65 64 63 62 61 60 59 58
57 56 55 54 53 52 51 50 49 048 47 46 45 44 43 42 41 40 39 38 37 36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26
25 24 23 22 21 20 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Час критичного шляху оптимальної перестановки 598,500000

Час критичного шляху вихідного 814,000000

Час оцінки критичного шляху оптим, перестановки 629,600000

Додаток Ж

Блок-схема «задачі трьох верстатів»

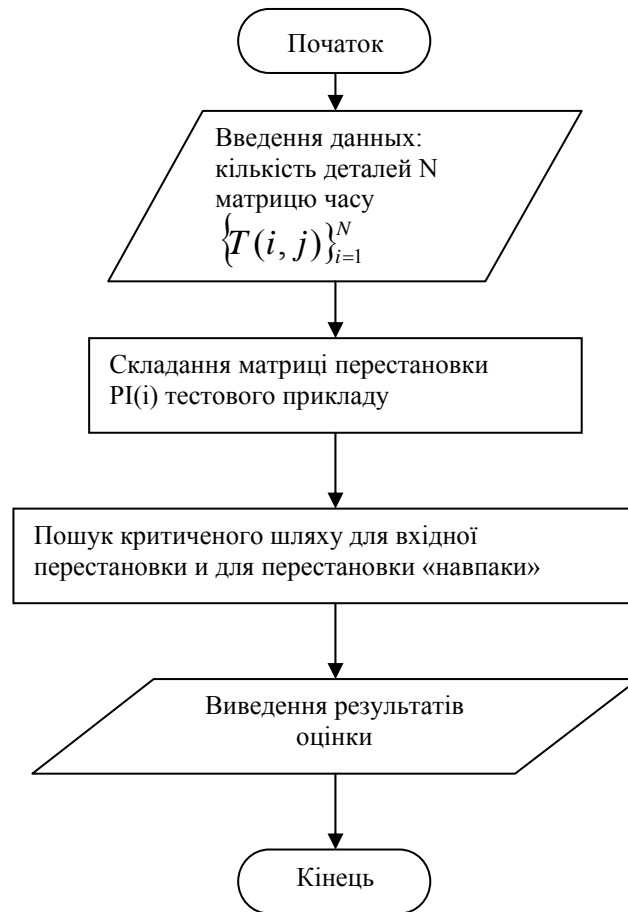


Рисунок Ж.1

Додаток К

**Розрахунок тестового прикладу «задачі трьох верстатів»
для 300 деталей**

Таблиця К.1 – Вихідні дані

3,5 0,4 0,5	3,1 0,8 0,9	2,7 1,2 1,3	2,3 1,6 1,7	1,8 2,1 2,2	1,4 2,5 2,6	1, 2,9 3,
3,5 0,4 0,5	3,1 0,8 0,9	2,7 1,2 1,3	2,2 1,7 1,8	1,8 2,1 2,2	1,4 2,5 2,6	1, 2,9 3,
3,5 0,4 0,5	3,1 0,8 0,9	2,7 1,2 1,3	2,2 1,7 1,8	1,8 2,1 2,2	1,4 2,5 2,6	0,9 3, 3,1
3,5 0,4 0,5	3,1 0,8 0,9	2,7 1,2 1,3	2,2 1,7 1,8	1,8 2,1 2,2	1,4 2,5 2,6	0,9 3, 3,1
3,5 0,4 0,5	3,1 0,8 0,9	2,6 1,3 1,4	2,2 1,7 1,8	1,8 2,1 2,2	1,4 2,5 2,6	0,9 3, 3,1
3,5 0,4 0,5	3,1 0,8 0,9	2,6 1,3 1,4	2,2 1,7 1,8	1,8 2,1 2,2	1,3 2,6 2,7	0,9 3, 3,1
3,5 0,4 0,5	3,1 0,8 0,9	2,6 1,3 1,4	2,2 1,7 1,8	1,8 2,1 2,2	1,3 2,6 2,7	0,9 3, 3,1
3,5 0,4 0,5	3, 0,9 1,	2,6 1,3 1,4	2,2 1,7 1,8	1,8 2,1 2,2	1,3 2,6 2,7	0,9 3, 3,1
3,5 0,4 0,5	3, 0,9 1,	2,6 1,3 1,4	2,2 1,7 1,8	1,7 2,2 2,3	1,3 2,6 2,7	0,9 3, 3,1
3,5 0,4 0,5	3, 0,9 1,	2,6 1,3 1,4	2,2 1,7 1,8	1,7 2,2 2,3	1,3 2,6 2,7	0,9 3, 3,1
3,4 0,5 0,6	3, 0,9 1,	2,6 1,3 1,4	2,2 1,7 1,8	1,7 2,2 2,3	1,3 2,6 2,7	0,9 3, 3,1
3,4 0,5 0,6	3, 0,9 1,	2,6 1,3 1,4	2,1 1,8 1,9	1,7 2,2 2,3	1,3 2,6 2,7	0,9 3, 3,1
3,4 0,5 0,6	3, 0,9 1,	2,6 1,3 1,4	2,1 1,8 1,9	1,7 2,2 2,3	1,3 2,6 2,7	0,6 3,1 3,2
3,4 0,5 0,6	3, 0,9 1,	2,6 1,3 1,4	2,1 1,8 1,9	1,7 2,2 2,3	1,3 2,6 2,7	0,6 3,1 3,2
3,4 0,5 0,6	3, 0,9 1,	2,5 1,4 1,5	2,1 1,8 1,9	1,7 2,2 2,3	1,3 2,6 2,7	0,6 3,1 3,2
3,4 0,5 0,6	3, 0,9 1,	2,5 1,4 1,5	2,1 1,8 1,9	1,7 2,2 2,3	1,2 2,7 2,8	0,6 3,1 3,2
3,4 0,5 0,6	3, 0,9 1,	2,5 1,4 1,5	2,1 1,8 1,9	1,7 2,2 2,3	1,2 2,7 2,8	0,6 3,1 3,2
3,4 0,5 0,6	2,9 1, 1,1	2,5 1,4 1,5	2,1 1,8 1,9	1,7 2,2 2,3	1,2 2,7 2,8	0,6 3,1 3,2
3,4 0,5 0,6	2,9 1, 1,1	2,5 1,4 1,5	2,1 1,8 1,9	1,6 2,3 2,4	1,2 2,7 2,8	0,6 3,1 3,2
3,4 0,5 0,6	2,9 1, 1,1	2,5 1,4 1,5	2,1 1,8 1,9	1,6 2,3 2,4	1,2 2,7 2,8	0,6 3,1 3,2
3,3 0,6 0,7	2,9 1, 1,1	2,5 1,4 1,5	2,1 1,8 1,9	1,6 2,3 2,4	1,2 2,7 2,8	0,6 3,1 3,2
3,3 0,6 0,7	2,9 1, 1,1	2,5 1,4 1,5	2, 1,9 2,	1,6 2,3 2,4	1,2 2,7 2,8	0,6 3,1 3,2
3,3 0,6 0,7	2,9 1, 1,1	2,5 1,4 1,5	2, 1,9 2,	1,6 2,3 2,4	1,2 2,7 2,8	0,5 3,2 3,3
3,3 0,6 0,7	2,9 1, 1,1	2,5 1,4 1,5	2, 1,9 2,	1,6 2,3 2,4	1,2 2,7 2,8	0,5 3,2 3,3
3,3 0,6 0,7	2,9 1, 1,1	2,4 1,5 1,6	2, 1,9 2,	1,6 2,3 2,4	1,2 2,7 2,8	0,5 3,2 3,3
3,3 0,6 0,7	2,9 1, 1,1	2,4 1,5 1,6	2, 1,9 2,	1,6 2,3 2,4	1,1 2,8 2,9	0,5 3,2 3,3
3,3 0,6 0,7	2,9 1, 1,1	2,4 1,5 1,6	2, 1,9 2,	1,6 2,3 2,4	1,1 2,8 2,9	0,5 3,2 3,3
3,3 0,6 0,7	2,8 1,1 1,2	2,4 1,5 1,6	2, 1,9 2,	1,6 2,3 2,4	1,1 2,8 2,9	0,5 3,2 3,3
3,3 0,6 0,7	2,8 1,1 1,2	2,4 1,5 1,6	2, 1,9 2,	1,5 2,4 2,5	1,1 2,8 2,9	0,5 3,2 3,3
3,3 0,6 0,7	2,8 1,1 1,2	2,4 1,5 1,6	2, 1,9 2,	1,5 2,4 2,5	1,1 2,8 2,9	0,5 3,2 3,3
3,2 0,7 0,8	2,8 1,1 1,2	2,4 1,5 1,6	2, 1,9 2,	1,5 2,4 2,5	1,1 2,8 2,9	0,5 3,2 3,3
3,2 0,7 0,8	2,8 1,1 1,2	2,4 1,5 1,6	1,9 2, 2,1	1,5 2,4 2,5	1,1 2,8 2,9	0,5 3,2 3,3
3,2 0,7 0,8	2,8 1,1 1,2	2,4 1,5 1,6	1,9 2, 2,1	1,5 2,4 2,5	1,1 2,8 2,9	0,4 3,3 3,3
3,2 0,7 0,8	2,8 1,1 1,2	2,3 1,6 1,7	1,9 2, 2,1	1,5 2,4 2,5	1,1 2,8 2,9	0,4 3,3 3,3
3,2 0,7 0,8	2,8 1,1 1,2	2,3 1,6 1,7	1,9 2, 2,1	1,5 2,4 2,5	1, 2,9 3,	0,4 3,3 3,3
3,2 0,7 0,8	2,8 1,1 1,2	2,3 1,6 1,7	1,9 2, 2,1	1,5 2,4 2,5	1, 2,9 3,	0,4 3,3 3,3
3,2 0,7 0,8	2,7 1,2 1,3	2,3 1,6 1,7	1,9 2, 2,1	1,5 2,4 2,5	1, 2,9 3,	0,4 3,3 3,3
3,2 0,7 0,8	2,7 1,2 1,3	2,3 1,6 1,7	1,9 2, 2,1	1,4 2,5 2,6	1, 2,9 3,	0,4 3,3 3,3
3,2 0,7 0,8	2,7 1,2 1,3	2,3 1,6 1,7	1,9 2, 2,1	1,4 2,5 2,6	1, 2,9 3,	0,4 3,3 3,3
3,1 0,8 0,9	2,7 1,2 1,3	2,3 1,6 1,7	1,9 2, 2,1	1,4 2,5 2,6	1, 2,9 3,	0,4 3,3 3,3
3,1 0,8 0,9	2,7 1,2 1,3	2,3 1,6 1,7	1,8 2,1 2,2	1,4 2,5 2,6	1, 2,9 3,	0,4 3,3 3,3
3,1 0,8 0,9	2,7 1,2 1,3	2,3 1,6 1,7	1,8 2,1 2,2	1,4 2,5 2,6	1, 2,9 3,	0,4 3,3 3,3

Час критичного шляху перестановки «навпаки» 609,900000

Час критичного шляху вихідного 827,900000

Час оцінки критичного шляху оптим, перестановки 679,000000

Додаток Л

Програма розрахунку «задачі трьох верстатів»

```

PROGRAM ST
C-----
C ЗАДАЧА ТРЬОХ ВЕРСТАТІВ
C-----
REAL T(3000,3)
INTEGER PI(3000)
CHARACTER NAME*3, NAME2*5
NAME = 'ST3'
NAME2= 'VINOD'
OPEN (UNIT=2, FILE=NAME, STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=3, FILE=NAME2,STATUS='NEW')
C-----
C Введення ДАННИХ
C
WRITE(*,*) 'ВВЕДІТЬ КІЛЬКІСТЬДЕТАЛЕЙ'
READ(*,*) N
C
C ВВЕДЕННЯ МАТРИЦІ ЧАСУ
C
DO 100 L=1,N
100 READ(2,*) T(L,1), T(L,2), T(L,3)
C-----
C ДЛЯ ДАННОЇ ІДЕЇ ПОВУДОВИ ОПТИМАЛЬНОГО
C ПЕРСТАВЛЕННЯ
DO 200 L=1,N
PI(L) = N-L+1
200 CONTINUE
C-----
C ПОШУК ЧАСУ КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ ДЛЯ
C ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРЕСТАВЛЕННЯ І ВИХІДНОЇ
C
T_PI_MAX = 0,
T_MAX = 0,
DO 31 J1=1,N
T_PI1=0,
T_1 =0,
DO 41 IS=1,J1
NOM=PI(IS)
T_PI1=T_PI1+T(NOM,1)
T_1 =T_1+T(IS,1)
41 CONTINUE
IND_N2=J1
DO 32 J2=1,N
T_PI2=0,
T_2 =0,
IND_V2=J2-1+IND_N2
IF(IND_V2,GT,N) GO TO 32
DO 42 IS=IND_N2,IND_V2
NOM=PI(IS)
T_PI2=T_PI2+T(NOM,2)
T_2 =T_2 +T(IS,2)
42 CONTINUE
IND_N3=IND_V2
DO 33 J3=1,N
T_PI3=0,
T_3 =0,
IND_V3=J3-1+IND_N3
IF(IND_V3,GT,N) GO TO
33
IND_V3=N
DO 43 IS=IND_N3,IND_V3
NOM=PI(IS)
T_PI3=T_PI3+T(NOM,3)
T_3 =T_3 +T(IS,3)
43 CONTINUE
T_PI=T_PI1+T_PI2+T_PI3
T_ =T_1 +T_2 +T_3
IF(T_PI,GT,T_PI_MAX) T_PI_MAX=T_PI
IF(T_,GT,T_MAX) T_MAX=T_
write(*,*) j1,j2,j3
33 CONTINUE
32 CONTINUE
31 CONTINUE
WRITE(*,*) 'ЧАС КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ
* ПЕРЕСТАНОВКИ #навпаки#', T_PI_MAX
WRITE(*,*) 'ЧАС КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ
* ВИХІДНОГО', T_MAX
WRITE(3,*) 'ЧАС КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ
* ПЕРЕСТАНОВКИ #навпаки#', T_PI_MAX
WRITE(3,*) 'час КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ
* ВИХІДНОГО', T_MAX
C-----
C ПОШУК ОЦІНКИ ЧАСУ КРИТ, ШЛЯХУ
C ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРЕСТАВЛЕННЯ
C
T_1=0
T_2=0
T_3=0
T_MAX=0
DO 77 L=1,N
T_1=T_1+T(L,1)
T_2=T_2+T(L,2)
T_3=T_3+T(L,3)
IF(T_MAX,LT,T(L,1)) T_MAX=T(L,1)
IF(T_MAX,LT,T(L,2)) T_MAX=T(L,2)
IF(T_MAX,LT,T(L,3)) T_MAX=T(L,3)
77 CONTINUE
c write(*,*) t_1,t_2,t_3,t_max
IF(T_1,GE,T_2) T_NORM=T_1
IF(T_1,LE,T_2) T_NORM=T_2
IF(T_3,GE,T_NORM) T_NORM=T_3
WRITE(*,*) T_NORM, T_MAX
WRITE(*,*) 'ЧАСОЦІНКИКРИТИЧНОГОШЛЯХУ
* ОПТИМ, ПЕРЕСТАНОВКИ'
WRITE(*,*) T_NORM+20*T_MAX
WRITE(3,*) 'ЧАС ОЦІНКИ КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ
* ОПТИМ, ПЕРЕСТАНОВКИ'
WRITE(3,*) T_NORM+20*T_MAX
400 FORMAT(10G11,4)
END

```

Додаток М

Програма розрахунку «задачі чотирьох верстатів»

```

PROGRAM STANKI
REAL T(100,10)
INTEGER I(100),PI(100)
CHARACTER NAME*2, NAME2*5
NAME = 'ST'
NAME2= 'VIHOD'
OPEN (UNIT=2, FILE=NAME, STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=3, FILE=NAME2,STATUS='NEW')
WRITE(*,*)'ВВЕДИТЬ кількість станків і
* кість деталей'
READ(*,*) M,N
DO 100 L=1,N
  READ(2,*) (T(L,J), J=1,M)
  DO 1 I1=1,N
    I(1)=I1
    DO 2 I2=1,N
      I(2)=I2
      IF(I2,EQ,I1) GO TO 2
      DO 3 I3=1,N
        I(3)=I3
        IF(I3,EQ,I1,OR,I3,EQ,I2) GO TO 3
        DO 4 I4=1,N
          IF(I4,EQ,I1,OR,I4,EQ,I2,
          * OR,I4,EQ,I3) GO TO 4
          I(4)=I4
          DO 5 I5=1,N
            DO 75 L=1,4
              IF(I5,EQ,I(L)) GO TO 5
            CONTINUE
            I(5)=I5
            DO 6 I6=1,N
              DO 76 L=1,5
                IF(I6,EQ,I(L)) GO TO 6
              CONTINUE
              I(6)=I6
              DO 30 K=1,N
                PI(K)=I(K)
              CONTINUE
              T_PI_MAX = 0,
              DO 31 J1=1,N
                T_PI1=0,
                DO 41 IS=1,J1
                  NOM=PI(IS)
                  T_PI1=T_PI1+T(NOM,1)
                CONTINUE
                IND_N2=J1
                DO 32 J2=1,N
                  T_PI2=0,
                  IND_V2=J2-1+IND_N2
                  IF(IND_V2,GT,N) GO TO 32
                  DO 42 IS=IND_N2,IND_V2
                    NOM=PI(IS)
                    T_PI2=T_PI2+T(NOM,2)
                  CONTINUE
                  IND_N3=IND_V2
                  DO 33 J3=1,N
                    T_PI3=0,
                    IND_V3=J3-1+IND_N3
                    IF(IND_V3,GT,N)
                    * GO TO 33
                    DO 43 IS=IND_N3,IND_V3
                      NOM=PI(IS)
                      T_PI3=T_PI3+T(NOM,3)
                    CONTINUE
                    IND_N4=IND_V3
                    DO 34 J4=1,N
                      T_PI4=0,
                      IND_V4=J4-1+IND_N4
                      IF(IND_V4,GT,N)
                      * GO TO 34
                      IND_V4=N
                      DO 44 IS=IND_N4,IND_V4

```

Додаток Н

Блок-схема «задачі m станків» для малої кількості деталей з пошуком оптимальної перестановки



Рисунок Н.1

Додаток О

Розрахунок тестового прикладу «задачі чотирьох верстатів»

для 6 деталей

Таблиця О.1 – Вхідні дані

3,3	2,8	2,9	3,0
3,2	2,9	3,0	3,1
3,1	3,0	3,1	3,2
3,0	3,1	3,2	3,3
2,9	3,2	3,3	3,4
2,8	3,3	3,4	3,5

Таблиця О.2 – Результати тестового прикладу

29,10	1 2 3 4 5 6	29,20	1 3 5 4 2 6	29,20	1 5 2 6 3 4	29,30	1 6 5 2 3 4	28,80	2 3 4 5 1 6	29,10	2 4 6 5 1 3
29,30	1 2 3 4 6 5	29,20	1 3 5 4 6 2	29,20	1 5 2 6 4 3	29,30	1 6 5 2 4 3	28,80	2 3 4 5 6 1	29,10	2 4 6 5 3 1
29,30	1 2 3 5 4 6	29,20	1 3 5 6 2 4	29,20	1 5 3 2 4 6	29,30	1 6 5 3 2 4	29,00	2 3 4 6 1 5	29,00	2 5 1 3 4 6
29,30	1 2 3 5 6 4	29,20	1 3 5 6 4 2	29,20	1 5 3 2 6 4	29,30	1 6 5 3 4 2	29,00	2 3 4 6 5 1	29,00	2 5 1 3 6 4
29,50	1 2 3 6 4 5	29,40	1 3 6 2 4 5	29,20	1 5 3 4 2 6	29,30	1 6 5 4 2 3	29,00	2 3 5 1 4 6	29,00	2 5 1 4 3 6
29,50	1 2 3 6 5 4	29,40	1 3 6 2 5 4	29,20	1 5 3 4 6 2	29,30	1 6 5 4 3 2	29,00	2 3 5 1 6 4	29,00	2 5 1 4 6 3
29,20	1 2 4 3 5 6	29,40	1 3 6 4 2 5	29,20	1 5 3 6 2 4	29,10	2 1 3 4 5 6	29,00	2 3 5 4 1 6	29,00	2 5 1 6 3 4
29,20	1 2 4 3 6 5	29,40	1 3 6 4 5 2	29,20	1 5 3 6 4 2	29,30	2 1 3 4 6 5	29,00	2 3 5 4 6 1	29,00	2 5 1 6 4 3
29,20	1 2 4 5 3 6	29,40	1 3 6 5 2 4	29,20	1 5 4 2 3 6	29,30	2 1 3 5 4 6	29,00	2 3 5 6 1 4	29,00	2 5 3 1 4 6
29,20	1 2 4 5 6 3	29,40	1 3 6 5 4 2	29,20	1 5 4 2 6 3	29,30	2 1 3 5 6 4	29,00	2 3 5 6 4 1	29,00	2 5 3 1 6 4
29,40	1 2 4 6 3 5	29,10	1 4 2 3 5 6	29,20	1 5 4 3 2 6	29,50	2 1 3 6 4 5	29,20	2 3 6 1 4 5	29,00	2 5 3 4 1 6
29,40	1 2 4 6 5 3	29,20	1 4 2 3 6 5	29,20	1 5 4 3 6 2	29,50	2 1 3 6 5 4	29,20	2 3 6 1 5 4	29,00	2 5 3 4 6 1
29,30	1 2 5 3 4 6	29,10	1 4 2 5 3 6	29,20	1 5 4 6 2 3	29,20	2 1 4 3 5 6	29,20	2 3 6 4 1 5	29,00	2 5 3 6 1 4
29,30	1 2 5 3 6 4	29,10	1 4 2 5 6 3	29,20	1 5 4 6 3 2	29,20	2 1 4 3 6 5	29,20	2 3 6 4 5 1	29,00	2 5 3 6 4 1
29,30	1 2 5 4 3 6	29,20	1 4 2 6 3 5	29,20	1 5 6 2 3 4	29,20	2 1 4 5 3 6	29,20	2 3 6 5 1 4	29,00	2 5 4 1 3 6
29,30	1 2 5 4 6 3	29,20	1 4 2 6 5 3	29,20	1 5 6 2 4 3	29,20	2 1 4 5 6 3	29,20	2 3 6 5 4 1	29,00	2 5 4 1 6 3
29,30	1 2 5 6 3 4	29,10	1 4 3 2 5 6	29,20	1 5 6 3 2 4	29,40	2 1 4 6 3 5	29,00	2 4 1 3 5 6	29,00	2 5 4 3 1 6
29,30	1 2 5 6 4 3	29,10	1 4 3 2 6 5	29,20	1 5 6 3 4 2	29,40	2 1 4 6 5 3	29,20	2 4 1 3 6 5	29,00	2 5 4 3 6 1
29,50	1 2 6 3 4 5	29,10	1 4 3 5 2 6	29,20	1 5 6 4 2 3	29,30	2 1 5 3 4 6	29,00	2 4 1 5 3 6	29,00	2 5 4 6 1 3
29,50	1 2 6 3 5 4	29,10	1 4 3 5 6 2	29,20	1 5 6 4 3 2	29,30	2 1 5 3 6 4	29,00	2 4 1 5 6 3	29,00	2 5 4 6 3 1
29,50	1 2 6 4 3 5	29,10	1 4 3 6 2 5	29,30	1 6 2 3 4 5	29,30	2 1 5 4 3 6	29,10	2 4 1 6 3 5	29,00	2 5 6 1 3 4
29,50	1 2 6 4 5 3	29,10	1 4 3 6 5 2	29,30	1 6 2 3 5 4	29,30	2 1 5 4 6 3	29,10	2 4 1 6 5 3	29,00	2 5 6 1 4 3
29,50	1 2 6 5 3 4	29,10	1 4 5 2 3 6	29,30	1 6 2 4 3 5	29,30	2 1 5 6 3 4	28,90	2 4 3 1 5 6	29,00	2 5 6 3 1 4
29,50	1 2 6 5 4 3	29,10	1 4 5 2 6 3	29,30	1 6 2 4 5 3	29,30	2 1 5 6 4 3	29,00	2 4 3 1 6 5	29,00	2 5 6 3 4 1
29,10	1 3 2 4 5 6	29,10	1 4 5 3 2 6	29,30	1 6 2 5 3 4	29,40	2 1 6 3 4 5	28,90	2 4 3 5 1 6	29,00	2 5 6 4 1 3
29,30	1 3 2 4 6 5	29,10	1 4 5 3 6 2	29,30	1 6 2 5 4 3	29,40	2 1 6 3 5 4	28,90	2 4 3 5 6 1	29,00	2 5 6 4 3 1
29,20	1 3 2 5 4 6	29,10	1 4 5 6 2 3	29,30	1 6 3 2 4 5	29,40	2 1 6 4 3 5	28,90	2 4 3 6 1 5	29,20	2 6 1 3 4 5
29,20	1 3 2 5 6 4	29,10	1 4 5 6 3 2	29,30	1 6 3 2 5 4	29,40	2 1 6 4 5 3	28,90	2 4 3 6 5 1	29,20	2 6 1 3 5 4
29,40	1 3 2 6 4 5	29,30	1 4 6 2 3 5	29,30	1 6 3 4 2 5	29,40	2 1 6 5 3 4	28,90	2 4 5 1 3 6	29,20	2 6 1 4 3 5
29,40	1 3 2 6 5 4	29,30	1 4 6 2 5 3	29,30	1 6 3 4 5 2	29,40	2 1 6 5 4 3	28,90	2 4 5 1 6 3	29,20	2 6 1 4 5 3
29,00	1 3 4 2 5 6	29,30	1 4 6 3 2 5	29,30	1 6 3 5 2 4	29,10	2 3 1 4 5 6	28,90	2 4 5 3 1 6	29,20	2 6 1 5 3 4
29,10	1 3 4 2 6 5	29,30	1 4 6 3 5 2	29,30	1 6 3 5 4 2	29,30	2 3 1 4 6 5	28,90	2 4 5 3 6 1	29,20	2 6 1 5 4 3
29,00	1 3 4 5 2 6	29,30	1 4 6 5 2 3	29,30	1 6 4 2 3 5	29,20	2 3 1 5 4 6	28,90	2 4 5 6 1 3	29,20	2 6 3 1 4 5
29,00	1 3 4 5 6 2	29,30	1 4 6 5 3 2	29,30	1 6 4 2 5 3	29,20	2 3 1 5 6 4	28,90	2 4 5 6 3 1	29,20	2 6 3 1 5 4
29,20	1 3 4 6 2 5	29,20	1 5 2 3 4 6	29,30	1 6 4 3 2 5	29,30	2 3 1 6 4 5	29,10	2 4 6 1 3 5	29,20	2 6 3 4 1 5
29,20	1 3 4 6 5 2	29,20	1 5 2 3 6 4	29,30	1 6 4 3 5 2	29,30	2 3 1 6 5 4	29,10	2 4 6 1 5 3	29,20	2 6 3 4 5 1

29,20	1 3 5 2 4 6	29,20	1 5 2 4 3 6	29,30	1 6 4 5 2 3	28,90	2 3 4 1 5 6	29,10	2 4 6 3 1 5	29,20	2 6 3 5 1 4
29,20	1 3 5 2 6 4	29,20	1 5 2 4 6 3	29,30	1 6 4 5 3 2	29,00	2 3 4 1 6 5	29,10	2 4 6 3 5 1	29,20	2 6 3 5 4 1
29,20	2 6 4 1 3 5	28,90	3 4 1 2 5 6	29,10	3 6 4 1 2 5	28,90	4 3 1 2 5 6	29,00	4 6 3 1 2 5	28,90	5 3 1 2 4 6
29,20	2 6 4 1 5 3	29,10	3 4 1 2 6 5	29,10	3 6 4 1 5 2	29,10	4 3 1 2 6 5	29,00	4 6 3 1 5 2	28,90	5 3 1 2 6 4
29,20	2 6 4 3 1 5	28,80	3 4 1 5 2 6	29,10	3 6 4 2 1 5	28,80	4 3 1 5 2 6	29,00	4 6 3 2 1 5	28,90	5 3 1 4 2 6
29,20	2 6 4 3 5 1	28,80	3 4 1 5 6 2	29,10	3 6 4 2 5 1	28,80	4 3 1 5 6 2	29,00	4 6 3 2 5 1	28,90	5 3 1 4 6 2
29,20	2 6 4 5 1 3	28,90	3 4 1 6 2 5	29,10	3 6 4 5 1 2	28,90	4 3 1 6 2 5	29,00	4 6 3 5 1 2	28,90	5 3 1 6 2 4
29,20	2 6 4 5 3 1	28,90	3 4 1 6 5 2	29,10	3 6 4 5 2 1	28,90	4 3 1 6 5 2	29,00	4 6 3 5 2 1	28,90	5 3 1 6 4 2
29,20	2 6 5 1 3 4	28,90	3 4 2 1 5 6	29,10	3 6 5 1 2 4	28,90	4 3 2 1 5 6	29,00	4 6 5 1 2 3	28,90	5 3 2 1 4 6
29,20	2 6 5 1 4 3	29,00	3 4 2 1 6 5	29,10	3 6 5 1 4 2	29,00	4 3 2 1 6 5	29,00	4 6 5 1 3 2	28,90	5 3 2 1 6 4
29,20	2 6 5 3 1 4	28,70	3 4 2 5 1 6	29,10	3 6 5 2 1 4	28,80	4 3 2 5 1 6	29,00	4 6 5 2 1 3	28,90	5 3 2 4 1 6
29,20	2 6 5 3 4 1	28,70	3 4 2 5 6 1	29,10	3 6 5 2 4 1	28,80	4 3 2 5 6 1	29,00	4 6 5 2 3 1	28,90	5 3 2 4 6 1
29,20	2 6 5 4 1 3	28,80	3 4 2 6 1 5	29,10	3 6 5 4 1 2	28,80	4 3 2 6 1 5	29,00	4 6 5 3 1 2	28,90	5 3 2 6 1 4
29,20	2 6 5 4 3 1	28,80	3 4 2 6 5 1	29,10	3 6 5 4 2 1	28,80	4 3 2 6 5 1	29,00	4 6 5 3 2 1	28,90	5 3 2 6 4 1
29,10	3 1 2 4 5 6	28,70	3 4 5 1 2 6	29,00	4 1 2 3 5 6	28,80	4 3 5 1 2 6	28,90	5 1 2 3 4 6	28,90	5 3 4 1 2 6
29,30	3 1 2 4 6 5	28,70	3 4 5 1 6 2	29,00	4 1 2 3 6 5	28,80	4 3 5 1 6 2	29,00	5 1 2 3 6 4	28,90	5 3 4 1 6 2
29,20	3 1 2 5 4 6	28,70	3 4 5 2 1 6	29,00	4 1 2 5 3 6	28,80	4 3 5 2 1 6	28,90	5 1 2 4 3 6	28,90	5 3 4 2 1 6
29,20	3 1 2 5 6 4	28,70	3 4 5 2 6 1	29,00	4 1 2 5 6 3	28,80	4 3 5 2 6 1	28,90	5 1 2 4 6 3	28,90	5 3 4 2 6 1
29,40	3 1 2 6 4 5	28,70	3 4 5 6 1 2	29,20	4 1 2 6 3 5	28,80	4 3 5 6 1 2	29,00	5 1 2 6 3 4	28,90	5 3 4 6 1 2
29,40	3 1 2 6 5 4	28,70	3 4 5 6 2 1	29,20	4 1 2 6 5 3	28,80	4 3 5 6 2 1	29,00	5 1 2 6 4 3	28,90	5 3 4 6 2 1
29,00	3 1 4 2 5 6	28,90	3 4 6 1 2 5	28,90	4 1 3 2 5 6	28,80	4 3 6 1 2 5	28,90	5 1 3 2 4 6	28,90	5 3 6 1 2 4
29,10	3 1 4 2 6 5	28,90	3 4 6 1 5 2	29,10	4 1 3 2 6 5	28,80	4 3 6 1 5 2	28,90	5 1 3 2 6 4	28,90	5 3 6 1 4 2
29,00	3 1 4 5 2 6	28,90	3 4 6 2 1 5	28,90	4 1 3 5 2 6	28,80	4 3 6 2 1 5	28,90	5 1 3 4 2 6	28,90	5 3 6 2 1 4
29,00	3 1 4 5 6 2	28,90	3 4 6 2 5 1	28,90	4 1 3 5 6 2	28,80	4 3 6 2 5 1	28,90	5 1 3 4 6 2	28,90	5 3 6 2 4 1
29,20	3 1 4 6 2 5	28,90	3 4 6 5 1 2	29,10	4 1 3 6 2 5	28,80	4 3 6 5 1 2	28,90	5 1 3 6 2 4	28,90	5 3 6 4 1 2
29,20	3 1 4 6 5 2	28,90	3 4 6 5 2 1	29,10	4 1 3 6 5 2	28,80	4 3 6 5 2 1	28,90	5 1 3 6 4 2	28,90	5 3 6 4 2 1
29,10	3 1 5 2 4 6	28,90	3 5 1 2 4 6	28,90	4 1 5 2 3 6	28,80	4 5 1 2 3 6	28,90	5 1 4 2 3 6	28,90	5 4 1 2 3 6
29,10	3 1 5 2 6 4	28,90	3 5 1 2 6 4	28,90	4 1 5 2 6 3	28,80	4 5 1 2 6 3	28,90	5 1 4 2 6 3	28,90	5 4 1 2 6 3
29,10	3 1 5 4 2 6	28,90	3 5 1 4 2 6	28,90	4 1 5 3 2 6	28,80	4 5 1 3 2 6	28,90	5 1 4 3 2 6	28,90	5 4 1 3 2 6
29,10	3 1 5 4 6 2	28,90	3 5 1 4 6 2	28,90	4 1 5 3 6 2	28,80	4 5 1 3 6 2	28,90	5 1 4 3 6 2	28,90	5 4 1 3 6 2
29,10	3 1 5 6 2 4	28,90	3 5 1 6 2 4	28,90	4 1 5 6 2 3	28,80	4 5 1 6 2 3	28,90	5 1 4 6 2 3	28,90	5 4 1 6 2 3
29,10	3 1 5 6 4 2	28,90	3 5 1 6 4 2	28,90	4 1 5 6 3 2	28,80	4 5 1 6 3 2	28,90	5 1 4 6 3 2	28,90	5 4 1 6 3 2
29,20	3 1 6 2 4 5	28,90	3 5 2 1 4 6	29,00	4 1 6 2 3 5	28,80	4 5 2 1 3 6	28,90	5 1 6 2 3 4	28,90	5 4 2 1 3 6
29,20	3 1 6 2 5 4	28,90	3 5 2 1 6 4	29,00	4 1 6 2 5 3	28,80	4 5 2 1 6 3	28,90	5 1 6 2 4 3	28,90	5 4 2 1 6 3
29,20	3 1 6 4 2 5	28,90	3 5 2 4 1 6	29,00	4 1 6 3 2 5	28,80	4 5 2 3 1 6	28,90	5 1 6 3 2 4	28,90	5 4 2 3 1 6
29,20	3 1 6 4 5 2	28,90	3 5 2 4 6 1	29,00	4 1 6 3 5 2	28,80	4 5 2 3 6 1	28,90	5 1 6 3 4 2	28,90	5 4 2 3 6 1
29,20	3 1 6 5 2 4	28,90	3 5 2 6 1 4	29,00	4 1 6 5 2 3	28,80	4 5 2 6 1 3	28,90	5 1 6 4 2 3	28,90	5 4 2 6 1 3
29,20	3 1 6 5 4 2	28,90	3 5 2 6 4 1	29,00	4 1 6 5 3 2	28,80	4 5 2 6 3 1	28,90	5 1 6 4 3 2	28,90	5 4 2 6 3 1
29,20	3 2 1 4 5 6	28,90	3 5 4 1 2 6	29,00	4 2 1 3 5 6	28,80	4 5 3 1 2 6	28,90	5 2 1 3 4 6	28,90	5 4 3 1 2 6
29,30	3 2 1 4 6 5	28,90	3 5 4 1 6 2	29,20	4 2 1 3 6 5	28,80	4 5 3 1 6 2	29,00	5 2 1 3 6 4	28,90	5 4 3 1 6 2
29,20	3 2 1 5 4 6	28,90	3 5 4 2 1 6	29,00	4 2 1 5 3 6	28,80	4 5 3 2 1 6	28,90	5 2 1 4 3 6	28,90	5 4 3 2 1 6
29,20	3 2 1 5 6 4	28,90	3 5 4 2 6 1	29,00	4 2 1 5 6 3	28,80	4 5 3 2 6 1	28,90	5 2 1 4 6 3	28,90	5 4 3 2 6 1
29,30	3 2 1 6 4 5	28,90	3 5 4 6 1 2	29,10	4 2 1 6 3 5	28,80	4 5 3 6 1 2	28,90	5 2 1 6 3 4	28,90	5 4 3 6 1 2
29,30	3 2 1 6 5 4	28,90	3 5 4 6 2 1	29,10	4 2 1 6 5 3	28,80	4 5 3 6 2 1	28,90	5 2 1 6 4 3	28,90	5 4 3 6 2 1
28,90	3 2 4 1 5 6	28,90	3 5 6 1 2 4	28,90	4 2 3 1 5 6	28,80	4 5 6 1 2 3	28,90	5 2 3 1 4 6	28,90	5 4 6 1 2 3
29,00	3 2 4 1 6 5	28,90	3 5 6 1 4 2	29,00	4 2 3 1 6 5	28,80	4 5 6 1 3 2	28,90	5 2 3 1 6 4	28,90	5 4 6 1 3 2
28,80	3 2 4 5 1 6	28,90	3 5 6 2 1 4	28,80	4 2 3 5 1 6	28,80	4 5 6 2 1 3	28,90	5 2 3 4 1 6	28,90	5 4 6 2 1 3
28,80	3 2 4 5 6 1	28,90	3 5 6 2 4 1	28,80	4 2 3 5 6 1	28,80	4 5 6 2 3 1	28,90	5 2 3 4 6 1	28,90	5 4 6 2 3 1
29,00	3 2 4 6 1 5	28,90	3 5 6 4 1 2	28,90	4 2 3 6 1 5	28,80	4 5 6 3 1 2	28,90	5 2 3 6 1 4	28,90	5 4 6 3 1 2
29,00	3 2 4 6 5 1	28,90	3 5 6 4 2 1	28,90	4 2 3 6 5 1	28,80	4 5 6 3 2 1	28,90	5 2 3 6 4 1	28,90	5 4 6 3 2 1
28,90	3 2 5 1 4 6	29,10	3 6 1 2 4 5	28,80	4 2 5 1 3 6	29,00	4 6 1 2 3 5	28,90	5 2 4 1 3 6	28,90	5 6 1 2 3 4
28,90	3 2 5 1 6 4	29,10	3 6 1 2 5 4	28,80	4 2 5 1 6 3	29,00	4 6 1 2 5 3	28,90	5 2 4 1 6 3	28,90	5 6 1 2 4 3
28,90	3 2 5 4 1 6	29,10	3 6 1 4 2 5	28,80	4 2 5 3 1 6	29,00	4 6 1 3 2 5	28,90	5 2 4 3 1 6	28,90	5 6 1 3 2 4
28,90	3 2 5 4 6 1	29,10	3 6 1 4 5 2	28,80	4 2 5 3 6 1	29,00	4 6 1 3 5 2	28,90	5 2 4 3 6 1	28,90	5 6 1 3 4 2
28,90	3 2 5 6 1 4	29,10	3 6 1 5 2 4	28,80	4 2 5 6 1 3	29,00	4 6 1 5 2 3	28,90	5 2 4 6 1 3	28,90	5 6 1 4 2 3
28,90	3 2 5 6 4 1	29,10	3 6 1 5 4 2	28,80	4 2 5 6 3 1	29,00	4 6 1 5 3 2	28,90	5 2 4 6 3 1	28,90	5 6 1 4 3 2
29,10	3 2 6 1 4 5	29,10	3 6 2 1 4 5	28,90	4 2 6 1 3 5	29,00	4 6 2 1 3 5	28,90	5 2 6 1 3 4	28,90	5 6 2 1 3 4
29,10	3 2 6 1 5 4	29,10	3 6 2 1 5 4	28,90	4 2 6 1 5 3	29,00	4 6 2 1 5 3	28,90	5 2 6 1 4 3	28,90	5 6 2 1 4 3
29,10	3 2 6 4 1 5	29,10	3 6 2 4 1 5	28,90	4 2 6 3 1 5	29,00	4 6 2 3 1 5	28,90	5 2 6 3 1 4	28,90	5 6 2 3 1 4
29,10	3 2 6 4 5 1	29,10	3 6 2 4 5 1	28,90	4 2 6 3 5 1	29,00	4 6 2 3 5 1	28,90	5 2 6 3 4 1	28,90	5 6 2 3 4 1

29,10 3 2 6 5 1 4	29,10 3 6 2 5 1 4	28,90 4 2 6 5 1 3	29,00 4 6 2 5 1 3	28,90 5 2 6 4 1 3	28,90 5 6 2 4 1 3
29,10 3 2 6 5 4 1	29,10 3 6 2 5 4 1	28,90 4 2 6 5 3 1	29,00 4 6 2 5 3 1	28,90 5 2 6 4 3 1	28,90 5 6 2 4 3 1
28,90 5 6 3 1 2 4	29,00 6 1 3 5 2 4	29,00 6 2 3 4 1 5	29,00 6 3 2 1 4 5	29,00 6 4 1 5 2 3	29,00 6 5 1 3 2 4
28,90 5 6 3 1 4 2	29,00 6 1 3 5 4 2	29,00 6 2 3 4 5 1	29,00 6 3 2 1 5 4	29,00 6 4 1 5 3 2	29,00 6 5 1 3 4 2
28,90 5 6 3 2 1 4	29,00 6 1 4 2 3 5	29,00 6 2 3 5 1 4	29,00 6 3 2 4 1 5	29,00 6 4 2 1 3 5	29,00 6 5 1 4 2 3
28,90 5 6 3 2 4 1	29,00 6 1 4 2 5 3	29,00 6 2 3 5 4 1	29,00 6 3 2 4 5 1	29,00 6 4 2 1 5 3	29,00 6 5 1 4 3 2
28,90 5 6 3 4 1 2	29,00 6 1 4 3 2 5	29,00 6 2 4 1 3 5	29,00 6 3 2 5 1 4	29,00 6 4 2 3 1 5	29,00 6 5 2 1 3 4
28,90 5 6 3 4 2 1	29,00 6 1 4 3 5 2	29,00 6 2 4 1 5 3	29,00 6 3 2 5 4 1	29,00 6 4 2 3 5 1	29,00 6 5 2 1 4 3
28,90 5 6 4 1 2 3	29,00 6 1 4 5 2 3	29,00 6 2 4 3 1 5	29,00 6 3 4 1 2 5	29,00 6 4 2 5 1 3	29,00 6 5 2 3 1 4
28,90 5 6 4 1 3 2	29,00 6 1 4 5 3 2	29,00 6 2 4 3 5 1	29,00 6 3 4 1 5 2	29,00 6 4 2 5 3 1	29,00 6 5 2 3 4 1
28,90 5 6 4 2 1 3	29,00 6 1 5 2 3 4	29,00 6 2 4 5 1 3	29,00 6 3 4 2 1 5	29,00 6 4 3 1 2 5	29,00 6 5 2 4 1 3
28,90 5 6 4 2 3 1	29,00 6 1 5 2 4 3	29,00 6 2 4 5 3 1	29,00 6 3 4 2 5 1	29,00 6 4 3 1 5 2	29,00 6 5 2 4 3 1
28,90 5 6 4 3 1 2	29,00 6 1 5 3 2 4	29,00 6 2 5 1 3 4	29,00 6 3 4 5 1 2	29,00 6 4 3 2 1 5	29,00 6 5 3 1 2 4
28,90 5 6 4 3 2 1	29,00 6 1 5 3 4 2	29,00 6 2 5 1 4 3	29,00 6 3 4 5 2 1	29,00 6 4 3 2 5 1	29,00 6 5 3 1 4 2
29,00 6 1 2 3 4 5	29,00 6 1 5 4 2 3	29,00 6 2 5 3 1 4	29,00 6 3 5 1 2 4	29,00 6 4 3 5 1 2	29,00 6 5 3 2 1 4
29,00 6 1 2 3 5 4	29,00 6 1 5 4 3 2	29,00 6 2 5 3 4 1	29,00 6 3 5 1 4 2	29,00 6 4 3 5 2 1	29,00 6 5 3 2 4 1
29,00 6 1 2 4 3 5	29,00 6 2 1 3 4 5	29,00 6 2 5 4 1 3	29,00 6 3 5 2 1 4	29,00 6 4 5 1 2 3	29,00 6 5 3 4 1 2
29,00 6 1 2 4 5 3	29,00 6 2 1 3 5 4	29,00 6 2 5 4 3 1	29,00 6 3 5 2 4 1	29,00 6 4 5 1 3 2	29,00 6 5 3 4 2 1
29,00 6 1 2 5 3 4	29,00 6 2 1 4 3 5	29,00 6 3 1 2 4 5	29,00 6 3 5 4 1 2	29,00 6 4 5 2 1 3	29,00 6 5 4 1 2 3
29,00 6 1 2 5 4 3	29,00 6 2 1 4 5 3	29,00 6 3 1 2 5 4	29,00 6 3 5 4 2 1	29,00 6 4 5 2 3 1	29,00 6 5 4 1 3 2
29,00 6 1 3 2 4 5	29,00 6 2 1 5 3 4	29,00 6 3 1 4 2 5	29,00 6 4 1 2 3 5	29,00 6 4 5 3 1 2	29,00 6 5 4 2 1 3
29,00 6 1 3 2 5 4	29,00 6 2 1 5 4 3	29,00 6 3 1 4 5 2	29,00 6 4 1 2 5 3	29,00 6 4 5 3 2 1	29,00 6 5 4 2 3 1
29,00 6 1 3 4 2 5	29,00 6 2 3 1 4 5	29,00 6 3 1 5 2 4	29,00 6 4 1 3 2 5	29,00 6 5 1 2 3 4	29,00 6 5 4 3 1 2
29,00 6 1 3 4 5 2	29,00 6 2 3 1 5 4	29,00 6 3 1 5 4 2	29,00 6 4 1 3 5 2	29,00 6 5 1 2 4 3	29,00 6 5 4 3 2 1