# МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

# МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**Кафедра загальної математики**

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА МАГІСТРА

на тему: **«МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІАЛЬНО- ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Виконала: студентка |  2  | курсу, групи |  8.1119-з  |
| спеціальності  |  | 111 математика  |
| (шифр і назва спеціальності) |
| освітньої програми |  |  математика  |
| (назва освітньої програми) |
| А. Р. Шульгіна |
| (ініціали та прізвище) |
| Керівник | завідувач кафедри загальної математики, доцент, к.ф.-м.н. Зіновєєв І. В.  |
| (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) |
| Рецензент | завідувач кафедри фундаментальної математики, професор, д.т.н. Гребенюк С. М.  |
|  | (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) |

Запоріжжя 2020

|  |
| --- |
| **МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ** |
| **ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ** |
| Факультет | математичний |
| Кафедра | загальної математики |
| Рівень вищої освіти |  | магістр |
| Спеціальність | 111 математика |
| (шифр і назва) |
| Освітня програма |  | математика |

|  |
| --- |
| **ЗАТВЕРДЖУЮ**Завідувач кафедризагальної математики, доцент |
| І. В. Зіновєєв |
| (підпис) |
| « | 22 | » | травня | 2020 р. |

**З А В Д А Н Н Я**

# НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТЦІ

Шульгіній Аліні Русланівні

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Тема роботи (проекту)  | (прізвище, ім’я та по-батькові)Математичне моделювання соціально-економічних  |
| задач за допомогою клітинних автоматів |
| керівник роботи (проекту) |  Зіновєєв Ігор Валерійович к.ф.-м.н., доцент  |
| (прізвище, ім’я та по-батькові, науковий ступінь, вчене звання) |
| затверджені наказом ЗНУ від | «  | 20 | » |  травня  | 2020 року № |  577-с  |
| 2. Строк подання студентом роботи | 30.11.2020 |  |  |
| 3. Вихідні дані до роботи | 1. Постановка задачі. |  |  |
| 2. Перелік літератури. |
| 4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) |
| 1. Постановка задачі. |
| 2. Основи математичного моделювання. |
| 3. Основні положення теорії клітинних автоматів. |
| 4. Розв’язання задачі за допомогою клітинних автоматів. |
| 5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов’язкових креслень) |
| Презентація |

6. Консультанти розділів роботи

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Розділ | Прізвище, ініціали та посадаконсультанта | Підпис, дата |
| завдання видав | завдання прийняв |
|  |  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 7. Дата видачі завдання | 22.05.2020 |

**КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Назва етапів кваліфікаційної роботи | Строк виконання етапів роботи | Примітка |
| 1. | Розробка плану роботи. | 22.05.2020 |  |
|  |  |  |  |
| 2. | Збір вихідних даних. | 29.05.2020 |  |
|  |  |  |  |
| 3. | Обробка методичних та теоретичних | 12.06.2020 |  |
|  | джерел. |  |  |
|  |  |  |  |
| 4. | Розробка першого розділу. | 03.07.2020 |  |
|  |  |  |  |
| 5. | Розробка другого розділу. | 31.07.2020 |  |
|  |  |  |  |
| 6. | Розробка третього розділу. | 04.09.2020 |  |
|  |  |  |  |
| 7. | Розробка четвертого розділу | 16.10.2020 |  |
|  |  |  |  |
| 8. | Оформлення та нормоконтроль | 25.11.2020 |  |
|  | кваліфікаційної роботи. |  |  |
|  |  |  |  |
| 9. | Захист кваліфікаційної роботи. | 07.12.2020 - 13.12.2020 |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент |  | А. Р. Шульгіна |
| (підпис) |  | (ініціали та прізвище) |
| Керівник роботи |  | І. В. Зіновєєв |
| (підпис) |  | (ініціали та прізвище) |

**Нормоконтроль пройдено**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Нормоконтролер |  | О. Г. Спиця |
| (підпис) |  | (ініціали та прізвище) |

# РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота магістра «Математичне моделювання соціально-економічних задач за допомогою клітинних автоматів»: 52 с., 14 рис., 1 табл., 14 джерел.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ, МОДЕЛЬ, МОДЕЛЮВАННЯ, КЛІТИНИЙ АВТОМАТ, КОМП’ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.

Об’єкт дослідження – процес застосування клітинних автоматів для розв’язання соціально-економічних задач.

Мета роботи: дослідити алгоритми роботи клітинних автоматів при моделюванні соціально-економічних задач.

Метод дослідження – аналітичний, експериментальний.

Для реалізації поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

* проаналізувати поняття теорії математичного моделювання;
* проаналізувати поняття теорії клітинних автоматів, їх класифікацію;
* проаналізувати актуальність використання клітинних автоматів при моделюванні соціально-економічних задач;
* обґрунтувати необхідність створення клітинних автоматів;
* розв’язати приклади моделювання соціально-економічних задач за допомогою клітинних автоматів.

У ході написання кваліфікаційної роботи було наведено постановка соціально-економічних задач, та підходи до розв’язання клітинних автоматів.

# SUMMARY

Master’s Qualification Thesis «Mathematical Modeling of the Socio- Economic Problems by Using of the Cellular Automatons»: 52 pages, 14 figures, 1 tables, 14 references.

MATHEMATICAL MODELING, MATHEMATICAL STATEMENT OF THE PROBLEM, MODEL, MODELING, CELLULAR AUTOMATONS, COMPUTER MODELING.

The object of research is the process of using of the Cellular Automatons to solve socio-economic problems.

The aim to investigate the algorithms of cellular automatons in the modeling of socio-economic problems.

The methods of research are analytical, experimental.

To achieve this goal it is necessary to solve the following problems:

* analyze the concept of modeling;
* analyze the concept of cellular automatons, their classification;
* to analyze the relevance of the use of cellular automatons in modeling socio-economic problems;
* substantiate the need to create cellular automatons;
* solve examples of modeling of socio-economic problems with the help of cellular automatons.

In the process of writing the qualification work, socio-economic problems and approaches to solving cellular automatons were solved.

# ЗМІСТ

|  |  |
| --- | --- |
| Завдання на кваліфікаційну роботу………………………………………… | 2 |
| Реферат………………………………………………………………………… | 4 |
| Summary………………………………………………………………………… | 5 |
| Вступ…………………………………………………………………………… | 8 |
| 1 Теоретичні основи математичного моделювання …………………… | 10 |
| 1.1 Поняття моделі. Призначення моделей. Їх класифікація …….. | 10 |
| 1.2 Адекватність та ефективність моделей ……….…….…………. | 13 |
| 1.3 Поняття математичної моделі …..……..……………………….. | 14 |
| 1.4 Етапи побудови математичних моделей ...…………………….. | 15 |
| 1.4.1 Обстеження об’єкта моделювання ...…………………… | 186 |
| 1.4.2 Математична та змістовна постановка задачі..………… | 187 |
| 1.5 Висновки за розділом 1...…………………….………………….. | 18 |
| 2 Основні теоретичні положення теорії клітинних автоматів…..…….. | 19 |
| 2.1 Клітинні автомати………………..……..……………………….. | 19 |
| 2.2 Приклади застосування клітинних автоматів. Гра життя.….…. | 24 |
| 2.3 Висновки за розділом 2...…………………….………………….. | 29 |
| 3 Соціально-економічне моделювання за допомогою клітинних | 30 |

автоматів………………………………………………………………………..

* 1. Особливості математичного моделювання економічних та 30

соціально-економічних систем …………...…..……..………………………..

* 1. Соціально-економічна система як об’єкт моделювання 31
	2. Клітинні автомати в моделюванні соціально-економічних

систем 32

* + 1. Рух неорганізованої групи людей.....……………………
		2. Моделювання динаміки вікової структури та

чисельності соціальної групи……………………………………...……...…

383

8

34

* + 1. Дискретна модифікація моделі А.П. Михайлова 8

«влада-суспільство» 35

* 1. Висновки за розділом 3 39
1. Застосування клітинних автоматів у соціально-економічному

моделюванні 40

* 1. Моделювання транспортного потоку 40
	2. Моделювання руху маршрутного таксі 43
	3. Оцінка загроз суспільству від масштабних пожеж 46
	4. Висновки за розділом 4 48

Висновки 49

Перелік посилань 51

# ВСТУП

У процесі пізнання та практичної діяльності людство широко застосовує різноманітні моделі. «Моделювання – це універсальний метод наукового пізнання, що базується на побудові, дослідженні та використанні моделей об’єктів та явищ. Найбільш важливим різновидом моделювання є математичні моделі. В їх основі лежить припущення про те, що всі параметри, величини, початкові дані можна кількісно виміряти й описати математичними співвідношеннями.

Математичне моделювання – потужний інструмент розв’язування технологічних і наукових проблем, що ґрунтується на використанні математичних моделей. Сучасні досягнення науки і техніки були б неможливими без побудови ефективних математичних моделей. Розумно керувати складними процесами в наш час теж неможливо без використання адекватних математичних моделей».[7]

Застосування методів математичного моделювання, як методології наукової та практичної діяльності, неодноразово доводило достатньо високу ефективність.

В останні роки, внаслідок широкого впровадження обчислювальної техніки й відповідного програмного забезпечення, а особливо персональних комп’ютерів, методи математичного моделювання набули нового розвитку і стали широко використовуватися в повсякденній практиці. Особливо прагнення до математичної формалізації виявляється в тих сферах знання, де прямий експеримент, що дозволяє зібрати повну інформацію про об’єкт, практично неможливий. Наприклад, економіко-математичне моделювання є одним із сучасних підходів для аналізу розвитку народного господарства, його галузей та підприємств.

«Математичне моделювання – це галузь знань, де поєднуються фундаментальні дослідження математики, інформатики із застосуванням в

інших науках, тобто для розв’язування задач математичного моделювання необхідна відповідна математична та предметна підготовка.»[7]

В останні десятки років математичне моделювання виокремилося в самостійну дисципліну з притаманними їй об’єктами та методами дослідження й стало потужним засобом дослідження складних систем. До таких систем у наш час можна віднести технічні, біологічні, екологічні, соціально-економічні системи, які характеризуються нелінійністю, складністю та багатогранністю зв’язків між елементами системи.

Предметом математичного моделювання є побудова й дослідження математичних моделей з метою пізнання реальності.

Математичне моделювання опирається на знання практично всіх розділів математики і вимагає доброї підготовки з математичного аналізу, диференціальних та різницевих рівнянь, алгебри, геометрії, теорії функцій, математичної фізики, теоретичної механіки, теорії управління, дискретної математики, обчислювальних методів та інших.

З кожним роком людина отримує все більше обчислювальних можливостей. Для використання цих можливостей можна знайти безліч шляхів. Один із основних це моделювання все складніше процесів. На даний момент у цьому напрямку розвивається декілька підходів один з яких є теорія клітинних автоматів.

Тема клітинних автоматів дуже актуально тому, що може привести до розгадок багатьох питань навколишньому світі. Клітинні автомати є універсальною математичною моделлю, що застосовується для вирішення проблем та задач. Метою даної роботи є вирішення соціально-економічних задач за допомогою клітинних автоматів.

# ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

* 1. **Поняття моделі. Призначення моделей. Їх класифікація**

Термін «модель» широко використовується в науці та в повсякденному спілкуванні. Протягом усього життя людина постійно має справу з моделями обдумуючи свої вчинки, подумки прокручуючи наслідки того чи іншого рішення. Так з процесом моделювання ми зустрічаємося вже в дитинстві коли з кубиків створюємо різні конструкції.

В цей час, у світі, геoметричних об’єктів не існує. Точки лінії геометричні фігури є абстрактними поняттями, хоча їх виникнення пов’язане з описом і вивчення властивостей реальних тіл.

Під моделлю розуміємо такий створений специфічний об’єкт матеріального або абстрактного характеру, що знаходиться у певній відповідності (схожості, подібності) до об’єкта оригінала і відображає частину властивостей характеристик, зв’язків об’єкта, оригінали, які є істотними для поставленої задачі. Цей об’єкт (модель) створюється з метою одержання або збереження інформації про об’єкт-оригінал. Процес побудови дослідження та використання моделі для вивчення об’єктів називається моделюванням.

Моделювання – одна з основних категорій пізнання. На ідеї моделювання базується будь-який метод пізнання. Моделювання – це дослідження явищ, об’єктів шляхом заміни їх більш зручною для дослідження системою, тобто побудови та дослідження моделей. Методи моделювання мають наділяти модель здатністю відображати основні риси реального об’єкта, тобто встановлювати взаємно однозначну відповідність між моделлю і оригіналом.

Процедура моделювання застосовувалась здавна, але роль і значення його постійно зростає в наш час і привертає увагу широкого кола спеціалістів. Підвищений інтерес до моделювання зумовлений цією роллю, яку моделі

відіграють у пізнанні. Моделювання є найбільш ефективним методом наукових досліджень та практичної діяльності людини.

Найважливішим і найбільш розповсюдженим призначенням є їх застосування для вивчення дослідження складних процесів і полягає в тому, щоб виявити найсуттєвіші фактори, які формують ті чи інші властивості реального об’єкта, його структуру, оскільки сама модель відображає лише деякі основні характеристики вихідного об’єкта.

Моделі які описують форми об’єкта моделювання його структуру, складові частини, зв’язки між ними, називають структурними, а моделі, які відображають процеси, що відбуваються в об’єкті та описують механізм функціонування об’єкта моделювання – функціональними.

Метою моделювання є опис поведінки системи, побудова теорії та перевірка різних припущень і гіпотез для з’ясування принципів функціонування системи, використання моделі для передбачення майбутнього системи.

Моделювання дозволяє варіювати параметрами середовища, дає економію засобів при проектуванні систем, усуває зайві витрати людських і матеріальних ресурсів. Отже, можемо зробити висновок, що модель необхідна для того щоб:

* зрозуміти яка будова конкретного об’єкту яка його структури якими є основні властивості принципи його функціонування та взаємодії з навколишнім світом;
* навчитися керувати об’єктом або процесом пізнавати найкращі способи управління за заданими цілями та критеріями;
* прогнозувати прямі та непрямі наслідки реалізації різних форм управління об’єктами та системами.

Класифікація методів моделювання й моделей можна здійснювати за різними ознаками: за сферою застосування, за характером об’єктів, за формою подання інформації, за засоби моделювання. Будь-яка така класифікація умовна, оскільки вона відображає тільки деяку сторону процесу моделювання. Оскільки нас цікавить роль математичних моделей у дослідженні систем то дамо класифікацію моделей за засобом моделювання.

За засобами моделювання поділяються на дві великі групи: методи ідеального моделювання та методи матеріального моделювання (див. рис. 1.1).

Моделі

Матеріальні

Ідеальні

Фізичні

Аналогові

Формалізовані (наукові)

Неформалізовані (інтуїтивні)

Знакові

Образні

Математичні

Рисунок 1.1 – Класифікація моделей за засобами моделювання

Ідеальне моделювання – первинне, щодо матеріального (спочатку у свідомості людини формується ідеальна модель, а потім на її основі будується матеріальна модель).

Моделювання називається матеріальним тоді коли дослідження об’єкта здійснюється на матеріальних аналогах, зв’язок яких з оригінальними об’єктами має матеріальний характер.

# Адекватність та ефективність моделей

Описання якого-небуть процесу можливе тільки до певного рівня деталізації, тому будь-яке дослідження реального об’єкта зводиться до побудови моделі цього об’єкта. Модель повинна правильно, з необхідною довіреністю відображати вихідний об’єкт – від цього залежить успіх модельного дослідження. Питання про відповідність моделі об’єкта-оригіналу належить до числа важливих у сфері модельної методології. Жодна, навіть найбільш довершена модель не може бути тотожною реальності. Модель за допомогою якої вдається вивчити властивості реального об’єкта називається адекватною об’єкту.

Адекватність означає, що вимоги тотожності, правильності, істинності моделі виконання лише тієї мірою, яка необхідна для розв’язання даної задачі. В деяких випадках навіть вдається ввести міру адекватності, тобто вказати спосіб, який визначає, яка з двох моделей найбільш наближена до об’єкта. Найбільш природним шляхом встановлення адекватності моделей є їх практична експлуатація, тобто верифікація моделі реальних процесів або явищ можете здійснити лише шляхом порівняння результатів, які дає модель з реальними даними, а ступінь збігу цих результатів і визначають точність моделі. Адекватні моделі є, як правило, значним науковим досягненням.

Під час процесу моделювання з одного боку потрібно більш повно й точно відтворювати в моделі властивості й характеристики об’єкта, тому слід враховувати максимум факторів, щоб не опустити суттєве. З іншого боку модель повинна бути зручною для дослідження тобто ефективною (економічною), що призводить до спрощення, що в свою чергу призводить до зменшення точності моделі. Найкраща якість моделей досягається як розумний компроміс між близькістю моделі до оригіналу (адекватністю) та простотою що забезпечує зручність її використання (ефективністю).

У випадку математичного моделювання визначальним фактором ефективності моделі є обраний математичний апарат.

# Поняття математичної моделі

Основним поняттям математичного моделювання є поняття математичної моделі. Поняття математичної моделі як і ряд інших понять що використовуються в математичному моделюванні не мають строгого формального визначення. В це поняття вкладають конкретний зміст з яким пов’язаний наближений опис якого-небуть явища чи процесу оточуючого світу за допомогою математичної символіки.

Математична модель – це абстракція реальності в якій відношення між елементами реальності що цікавлять дослідника замінені відповідними відношеннями між математичними категоріями. Це відношення як правило подаються у формі рівнянь нерівностей між змінними що характеризують функціонування реальної системи. Математичні моделі дозволяють проникнути в суть досліджуваного явища а також здійснювати його прогнозування та управління.

В достатньо загальному випадку об’єкт моделювання можна охарактеризувати векторами зовнішніх внутрішніх і вихідних параметрів. Довільна математична модель дозволяє за даними вихідними даними визначити значення вихідних параметрів об’єкта чи явища. Тому можна припустити що суть будь-якої математичної моделі це відображення множини Щ𝑥 значень

вхідних параметрів 𝑋 і внутрішніх параметрів 𝐺 ∈ Щ𝑔 на множину значень Щ𝑦

вихідних параметрів 𝑌. Отже математичну модель можна розглядати як деякий зв’язок між причиною і наслідком. Сформулюємо визначення математичної моделі.

Під математичною моделлю будемо розуміти деяке оператор не співвідношення 𝑌 = 𝐴(𝑋, 𝐺), яке дозволяє за відповідними значеннями вихідних параметрів 𝑋 і внутрішних параметрів 𝐺 встановити вихідні значення параметрів 𝑌 об’єкта моделювання тобто оператор моделі 𝐴 відображає множину

𝑋, 𝐺 в 𝑌, 𝑋 ∈ Щ𝑥, 𝐺 ∈ Щ𝑔, 𝑌 ∈ Щ𝑦 де Щ𝑥, Щ𝑔, Щ𝑦 − множини допустимих значень вхідних внутрішніх та вихідних параметрів моделювання об’єкта.

Математичні моделі дозволяють звести дослідження реального об’єкта до розв’язування математичних задачі, відкриваючи можливості використання математичного аналізу та сили електронно-обчислювальних машин. Роль електронно-обчислювальних машин настільки велика що термін математичне моделювання тепер розуміють більш широко і він належить до важливої галузі прикладної математики, що містить у собі як розробку дослідження математичних моделей так і створення обчислювальних алгоритмів та програм для розв’язування задач. Моделювання на електронно-обчислювальних машинах значно дешевше за інші види моделювання і дозволяє одержувати результати з більшою точністю.

# Етапи побудови математичних моделей

Останнім часом спостерігається поява великої кількості математичних моделей для різних процесів. Особливістю математичних моделей, які створюються в наш час, є те, що вони використовуються для складних систем взаємодіючих елементів, тому це призводить до ускладнення моделей, до необхідності сумісного використання багатьох теорії та сучасних електронно-обчислювальних машин.

Створення математичних моделей – це складна задача, яка вимагає співпраці багатьох спеціалістів як у предметні області, що пов’язана з об’єктом моделювання, так і в області прикладної математики, сучасних числових методів та програмування.

Процес моделювання не можна повністю формалізувати і для побудови моделей визначну роль відіграють неформальні евристичні прийоми людського інтелекту.

Складність математичного моделювання полягає саме в тому що при побудові математичних моделей необхідно поєднувати математичні і спеціальні знання. Побудова математичних моделей – це пошук компромісу між

урахуванням якомога більшої кількості факторів реального процесу та можливістю подальшого аналізу математичної моделі.

Процес створення математичної моделі розглядається, як послідовність етапів зображених на рисунку 1.2. Наведена послідовність етапів має загальний і універсальний характер хоча в окремих випадках вона може змінюватися.

Вибір та розробка методів розв’язування, розв’язування задачі аналітичним або числовими методами

Перевірка адекватності моделі реальній дійсності (верифікація моделі)

Математична постановка задачі. Перевірка конкретності

моделі, несуперечливості в рамках математичної моделі.

Якісний аналіз моделі.

Концептуальна постановка задачі моделювання

Змістовна постановка задачі, схематизація, формалізація

фактів, явищ, атистація, формулювання технічного завдання щодо розробки моделі

Обстереження об’єкта моделювання накопичення факторів явищ проведення експериментів

Практичне використання побудованої моделі

Рисунок 1.2 – Етапи побудови математичних моделей

# Обстеження об’єкта моделювання

Основною метою обстеження об’єкту моделювання є:

а) детальне вивчення об’єкта моделювання з метою виявлення основних факторів, механізмів, що суттєво впливають на його поведінку, вибір тих факторів, які піддаються формалізації;

б) виділення та опис внутрішніх і зовнішніх зв’язків об’єкта;

в) визначення параметрів, які дозволяють описувати об’єкт моделювання; г) збір і перевірка експериментальних даних, проведення в разі

необхідності нових експериментів;

д) аналіз і порівняння між собою побудованих раніше моделей об’єкта; е) аналіз і узагальнення всього накопиченого матеріалу.

# Математична та змістовна постановка задачі

На основі зібраної інформації про об’єкт моделювання формулюється змістовна постановка задачі моделювання, яка як правило, не буває остаточною й може уточнюватися та конкретизуватися в процесі розробки моделі.

Змістовну постановку задачі моделювання складає перелік сформульованих у словесній формі основних питань про об’єкт моделювання, які цікавлять при моделюванні.

Весь зібраний у результаті обстеження матеріал про об’єкт, змістовна постановка задачі моделювання, додаткові вимоги до реалізації моделі й подання результатів дослідження оформлюється у вигляді технічного завдання щодо проектування і розробки моделі.

Після того, як визначені математичні величини, що описують процес, явище чи систему, переходять до пошуку математичних співвідношень, які зв’язують ці математичні величини. Формулювання співвідношень здійснюється на основі зроблених припущень, висунутих гіпотез, законів, яким підпорядковуються ці явища.

Закінчена концептуальна постановка задачі моделювання дозволяє сформулювати математичну задачу моделювання, яка містить сукупність різних математичних співвідношень, що описують поведінку, властивості об’єкта моделювання, взаємозв’язки між елементами об’єкта. При цьому потрібно намагатися, щоб математична модель була зручною для подальшого дослідження.

Математична постановка задачі – це сукупність математичних співвідношень, які описують поведінку і властивості об’єкта моделювання.

Моделі призначається для опису параметрів деякого явища або процесу для вивчення закономірностей зміни цих параметрів і використовується:

а) Для вивчення властивостей поведінки об’єкта при різних вхідних даних; б) Як блоки моделей у системах автоматизованого проектування та

управління;

в) При побутові оптимізації них моделей складних систем і комплексів.

Працюючи з моделлю дослідники починають добре розуміти властивості об’єкта можуть пояснити поведінку об’єкта. Детальний аналіз моделі дозволить з’ясувати область застосування моделі оцінити можливість спрощення моделі з метою підвищення ефективності та напряму подальшого розвитку моделі. На основі моделі розробляють узагальнено теорію реального об’єкта.

# Висновки за розділом 1

Таким чином в даному розділі проаналізовано поняття теорії математичного моделювання. Наведено основні поняття, їх класифікацію, призначення моделей, адекватність та ефективність моделей, етапи їх побудови. Мета подальших досліджень наступних розділів – побудова математичної моделі соціально-економічних процесів, яка відображала основні властивості об’єкта, дозволяла описати як влаштований конкретний об'єкт, яка його структура внутрішнього зв'язку властивість закону розвитку, взаємодії з навколишнім середовищем; навчитися управляти об'єктом або процесом, прогнозувати наслідки реалізації заданих способів і форм впливу на об'єкт.

# ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ

* 1. **Клітинні автомати**

В даному розділі наведено інформацію: що таке клітинний автомат, критерії, властивості та класифікація клітинних автоматів. Матеріал був використаний з енциклопедії. [4]

«Клітинний автомат – дискретна математична модель, яка визначає сукупність та описується набором клітинок, що утворюють періодичну решітку, та заданими правилами переходу, що визначають стан клітини за теперішнім станом самої клітинки та тих її сусідів, що знаходяться від неї на певній відстані, яка не перевищує максимальну.»[4]

«Поняття клітинних автоматів доволі обширне, тому можна знайти доволі багато різних визначень. Найпоширенішими є:

а) математичний об'єкт із дискретним простором та часом;

б) регулярна структура двійкових скінченних автоматів з однаковими правилами переходів, що виражені у вигляді булевих функцій від станів сусідніх автоматів;

в) стилізовані, синтетичні світи, що визначені простими правилами, подібно правилам настільної гри;

г) математична ідеалізація фізичної системи, в якій час та простір дискретні, а фізичні величини приймають скінченну множину значень.»[4]

«Класичні клітинні автомати в загальному випадку відповідають наступним критеріям:

а) зміна значень всіх клітинок відбуваються одночасно після обчислення нового стану кожної клітинки решітки. Інакше порядок перебору клітин решітки при проходженні ітеративного процесу суттєво впливав би на результат;

б) решітка однорідна. Неможливо відрізнити жодні два місця на решітці по ландшафту. Однак на практиці решітка виявляється кінцевою множиною клітин (адже неможливо виділити необмежений об'єм даних). В результаті можуть мати місце крайові ефекти: клітини, що стоять на межах решітки будуть відрізнятися за кількістю сусідів. Щоб уникнути цього можна ввести періодичні крайові умови;

в) взаємодії локальні. Лише [околишні](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%BA%D1%96%D0%BB) клітинки (як правило, сусідні) здатні вплинути на дану клітинку;

г) множина станів клітинки кінцева. Ця умова потрібна, щоб для отримання нового значення стану клітини треба було виконати кінцеву кількість операцій (але це не заважає використовувати клітини для зберігання чисел із плаваючою комою для розв'язку прикладних задач).

Якщо з будь-якого початкового стану можна привести клітинного автомат в будь-яку задану конфігурацію шляхом варіювання значення загального вхідного параметра, такий клітинні автомати називають повним.»[4]

«Властивості клітинних автоматів:

а) cтани елементів.

У кожний момент часу кожен елемент клітинного автомата приймає один стан зі скінченного набору станів. У залежності від цих станів в наступний момент часу набір елементів може прийняти новий стан. Якщо для елементів КА множини можливих станів відрізняються, такий клітинний автомат називається полігенним. Але на практиці використовуються комірки з еквівалентною множинам можливих станів алгебраїчною структурою – лінійні клітинні автомати;

б) геометрія.

Елементи можуть бути геометрично розташовані різноманітним чином. Розмірність простору може бути довільною, а число елементів – як безкінечним, так і скінченним. В останньому випадку виникає додаткова міра свободи в граничних умовах. Вони можуть бути різними, але на практиці використовуються постійні у часі (найчастіше – нульові) або періодичні

граничних умовах. У динамічних клітинних автоматів геометрія може змінюватися з часом, а якщо геометрія різна на різних ділянках простору, такі клітинні називають неоднорідними;

в) сусідство.

Сусіди – це елементи, від яких залежить елемент клітинного автомата. Можна назвати поняття сусідства ключовим для клітинного автомата. При тому сусідство розуміється не в геометричному сенсі, а в інформаційному. Хоча зазвичай інформаційний сенс накладається на геометричний. Сусідство одиничних автоматів встановлюється постійним для кожного одиничного автомата решітки і визначається спеціальним вектором – індексом сусідства. Як правило, розглядаються 𝑑-мірні регулярні решітки, в цілочислові точки яких поміщені копії деякого [автомата Мура](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%B2%D1%82%D0%BE%D0%BC%D0%B0%D1%82_%D0%9C%D1%83%D1%80%D0%B0). Стан елемента в наступний момент часу обчислюється зі стану самого елементу і його сусідів. Сусідство більшою мірою визначається геометрією клітинного автомата. Для різних цілей можлива зміна числа вхідних станів елемента. Якщо для кожного елемента клітинного автомата число входів і виходів однакове, такий клітинний автомат називається збалансованим;

г) локальне правило.

Відповідно до локального правила змінюється стан елемента клітинного автомата протягом часу. Клітинний автомат, в якому локальні правила різні для різних елементів, називається різнорідним. Локальне правило може бути недетермінованим, тобто змінюватися в часі або мати випадкову природу.

Класифікація клітинних автоматів:

а) синхронні та асинхронні клітинні автомати.

У синхронних клітинних автоматах всі клітинки переходять у новий стан одночасно за сигналом глобального таймера. При цьому як вхідні стани використовуються старі стани сусідніх клітинок. У асинхронних клітинних автоматах клітинки переходять у новий стан у випадковому порядку, причому новий стан клітинки відразу може використовуватися її сусідами як вхідний;

б) рухливі й нерухомі клітинні автомати.

Рухливі клітинні автомати характеризуються можливістю зміни положення клітинки в решітці під час еволюції системи. У нерухомих клітинних автоматах положення клітини під час еволюції залишається постійним;

в) детерміновані та імовірнісні клітинні автомати.

У детермінованих клітинних автоматах стан комірки 𝛼𝑖𝑛 + 1 в наступний момент часу однозначно визначається станом цієї клітинки і її найближчих сусідів у попередній момент часу. У цьому випадку стан даного елемента в момент часу 𝑛 + 1 є однозначною функцією 𝐹 від двох змінних – стану цього елемента і суми станів його найближчих сусідів у попередній момент часу 𝑛. При такому визначенні клітинний автомат не має пам'яті. Клітинний автомат з пам'яттю можна отримати, припустивши, що функція 𝐹 залежить, наприклад, також від стану елемента в ще більш ранній момент часу.

Клітинні автомати, в яких стани комірок в наступний момент часу визначаються на основі деяких ймовірностей, називаються імовірнісними клітинними автоматами (ІКА). У класичних ІКА правила переходів мають абстрактний характер і не пов'язані однозначно з реальними процесами, що відбуваються в модельованій системі. У таких автоматах при моделюванні процесу для кожної клітинки датчиком випадкових чисел генерується випадкове число 𝑄(0 < 𝑄 < 1), що порівнюється з імовірністю 𝑤 реалізації цього процесу. Якщо 𝑄 < 𝑤, то процес реалізується;

г) Клітинний автомат у вигляді звичайних диференційних рівнянь.

Іноді використовуються правила, записані у вигляді звичайних диференціальних рівнянь. У цьому випадку стани комірок задаються набором змінних, значеннями яких можуть бути будь-які дійсні числа. Для таких автоматів диференціальні рівняння розв'язуються для кожної комірки окремо протягом фіксованого відрізка часу, при цьому кожна клітинка може мати різні початкові умови. Цей клас клітинних автоматів дуже щільно прилягає до диференціальних рівнянь в частинних похідних.

Основною ідеєю є розбиття модельованої області на рівновеликі комірки і розв'язання системи звичайних диференціальних рівнянь незалежно в кожній клітинці з різними початковими умовами. У деяких моделях просторове розташування комірок неістотне, а в інших кількість сусідніх комірок і розмірність простору відіграють вирішальну роль (випадки поширення хвиль або виникнення стаціонарних просторових структур у нерухомому середовищі). У моделях клітинного автомату – звичайних диференціальних рівнянь передбачається, що клітинка містить дуже велику кількість частинок, що дозволяє застосовувати звичайні диференціальні рівняння і неперервні функції. Ця обставина залишає тільки один спосіб для моделювання дифузії, а саме просте опосередкування концентрації по сусіднім коміркам;

д) за структурою.

За структурою клітинний автомат поділяють в залежності від кількості вимірів. Найбільш вживані одно- та двовимірні. Як ґратки беруть поле, комірки якого є трикутники, чотирикутники чи шестикутники;

е) одновимірні клітинні автомати.

В одновимірному (лінійному) клітинному автоматі решітка являє собою ланцюжок клітинок (одновимірний масив), в якому для кожної з них, крім крайніх, є по два сусіди. Для усунення крайових ефектів решітка «загортається» у тор. Це дозволяє використовувати наступне співвідношення для всіх клітин автомата

𝑦′ [𝑖] = 𝑓(𝑦[𝑖 – 1], 𝑦[𝑖], 𝑦[𝑖 + 1]), Де 𝑓— функція переходів клітинки;

𝑦′ [𝑖] – стан𝑖-ї клітинки в наступний момент часу;

𝑦[𝑖– 1] – стан (𝑖– 1)-ї клітинки в даний момент часу;

𝑦[𝑖] – стан 𝑖-ї клітинки в даний момент часу;

𝑦[𝑖 + 1] – стан (𝑖 + 1) −ї клітинки в даний момент часу;

є) двовимірні клітинні автомати.

У двовимірному (площинному) клітинному автомату решітка реалізується двовимірним масивом. У ній кожна клітина має вісім сусідів. Для усунення крайових ефектів решітка так само, як і в попередньому випадку, «загортається» у тор. Це дозволяє використовувати наступне співвідношення для всіх клітинок автомата:

𝑦′[𝑖][𝑗] = 𝑓(𝑦[𝑖] [𝑗], 𝑦[𝑖– 1] [𝑗], 𝑦[𝑖– 1] [𝑗 + 1],

𝑦[𝑖][𝑗 + 1], 𝑦[𝑖 + 1][𝑗 + 1], 𝑦[𝑖 + 1][𝑗],

𝑦 [𝑖 + 1] [𝑗– 1], 𝑦[𝑖] [𝑗– 1], 𝑦[𝑖 – 1] [𝑗 – 1]).»[4]

# Приклади застосування клітинних автоматів. Гра життя

Гра «Життя» – клітинний автомат, придуманий англійським математиком Джоном Конвеем в 1970 році.[2]

Постановка завдання: місце дії цієї гри – «всесвіт» – це розмічена на клітини поверхню або площину – безмежна, обмежена, або замкнута (в межі – нескінченна площина).

Кожна клітина на цій поверхні може перебувати в двох станах: бути

«живою» (заповненої) або бути «мертвої» (порожній). Клітка має вісім сусідів, що оточують її.

Розподіл живих клітин на початку гри називається першим поколінням. Кожне наступне покоління розраховується на основі попереднього за такими правилами:

а) в порожній (мертвої) клітці, поруч з якою рівно три живі клітини, зароджується життя;

б) якщо у живої клітини є дві або три живі сусідки, то ця клітина продовжує жити; в іншому випадку, якщо сусідів менше двох або більше трьох, клітина вмирає ( «від самотності» або «від перенаселеності»);

в) гра припиняється, якщо:

* на полі не залишиться жодної «живої» клітини
* конфігурація на черговому кроці в точності (без зрушень і поворотів) повторить себе ж на одному з попередніх кроків (складається періодична конфігурація)
* при черговому кроці жодна з клітин не змінює свого стану (складається стабільна конфігурація; попереднє правило, вироджені до одного кроку назад)

Ці прості правила призводять до величезного розмаїття форм, які можуть виникнути в грі.

Гравець не приймає прямої участі в грі, а лише розставляє або генерує початкову конфігурацію «живих» клітин, які потім взаємодіють згідно з правилами вже без його участі (він є спостерігачем).

У комп'ютерних реалізаціях гри поле обмежено і (як правило) верхня межа поля «з'єднана» з нижньої, а ліва межа – з правого, що представляє собою емуляцію поверхні тора, але на екрані поле завжди відображається у вигляді рівномірної сітки.

Найпростіший алгоритм «зміни покоління» послідовно переглядає всі осередки решітки і для кожного осередку підраховує сусідів, визначаючи долю кожної клітини (не зміниться, помре, народиться). Такий найпростіший алгоритм використовує два двовимірних масиву – один для поточного покоління, другий

– для наступного.

Більш складний, але і більш швидкий алгоритм складає списки клітин для перегляду в наступному поколінні; клітини, які не можуть змінитися, в списки не вносяться. Наприклад, якщо будь-яка клітина і жодна з її сусідів залишилися незмінними на попередньому ходу, то ця клітина не зміниться і на поточному ходу.

Незабаром після опублікування правил було виявлено кілька цікавих шаблонів (варіантів розстановки живих клітин в першому поколінні), зокрема:

𝑟-пентаміно і планер (𝑔𝑙𝑖𝑑𝑒𝑟).

Планер (𝑔𝑙𝑖𝑑𝑒𝑟) на квадратній решітці 10 × 10 з періодичними умовами (див. рис. 2.1).

Рисунок 2.1 – Приклад планеру (𝑔𝑙𝑖𝑑𝑒𝑟) на квадратній решітці 10 × 10 з періодичними умовами

Деякі такі фігури залишаються незмінними у всіх наступних поколіннях, стан інших періодично повторюється, в деяких випадках зі зміщенням всієї фігури. Існує фігура (𝐷𝑖𝑒ℎ𝑎𝑟𝑑) всього з семи живих клітин, нащадки якої існують протягом ста тридцяти поколінь, а потім зникають.[2]

До теперішнього часу більш-менш склалася наступна класифікація фігур: а) стійкі фігури – фігури, що лишаються незмінними після кожної [ітерації](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%86%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%86%D1%96%D1%8F); б) періодичні фігури (осцилятори) – фігури, стан яких повторюється через

деяку кількість поколінь;

в) рухливі фігури (космічні кораблі, глайдери або планери) – фігури, стан яких повторюється, але з деяким зсувом у просторі;

г) гармати – фігури, стан яких повторюється, але кожен цикл вони додатково створюють фігури, що рухаються;

д) паротяги – рухливі фігури, які залишають за собою сліди у вигляді стійких або періодичних фігур;

е) пожирачі – стійкі (або періодичні) фігури, які можуть при зіткненні з деякими рухливими фігурами зберігати свій стан, знищуючи рухому фігуру;

є) довгожителі – фігури, що довго змінюються, перш ніж стабілізуватися (тобто, перетворитися на групу фігур, стан яких постійний чи періодично повторюється);

Приклади застосування [2] а) нерухомі фігури.

Нерухомі фігури не змінюються з плином часу. Найпростіший приклад нерухомої фігури – блок (див. рис. 2.2);

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Рисунок 2.2 – Блок

б) осцилятори.

Осцилятор – фігура, що має певну періодичність. Приклад: лінія з 3-х клітин (див. рис. 2.3);

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |

Рисунок 2.3 – Смужка

в) планери.

Планери (glider) – рухомі фігури, які є періодичними, але з кожним циклом руху зміщуються на кілька клітин у певному (зазвичай сталому) напрямку (див. рис. 2.4);

Рисунок 2.4 – Класичний планер

г) гармата планерів.

Гармата планерів – періодична фігура, яка за повний цикл генерує один чи кілька планерів (див. рис. 2.5);

Рисунок 2.5 – Гармата планерів (глайдерна гармата) д) райський сад.

Райським садом (сад Едему) називається таке розташування клітин, у якого не може бути попереднього покоління (див. рис. 2.6). Практично для будь-якої гри, стан клітин в якій визначається декількома сусідами на попередньому кроці, можна довести існування садів Едему, але побудувати конкретну фігуру набагато складніше;

Рисунок 2.6 – Приклад клітинного автомату «Райский сад» е) «цифри».

За допомогою найпростішого «шрифту» розміром 3 на 5 клітин, можна отримати дуже багато фігур. Наприклад, число 90, записане цим шрифтом, породжує планер.

Дивовижні властивості гри «Життя»

Вражає, що такі прості правила можуть породити велике розмаїття форм життя. Приведено лише деякі з відомих. В основному, це рухомі і осцилюючі фігури.

Цим гра «Життя» схожа на фрактали, де мудрі форми породжуються досить невеликим набором правил.

# Висновки за розділом 2

В даному розділі було проаналізовано поняття теорії клітинних автоматів, їх класифікацію, критерії та властивості клітинних автоматів. Досліджено один з найголовніших прикладів застосування клітинного автомату, а саме клітинний автомат Дж.Конвея Гра «Життя». Приклад цього клітинного автомату дає змогу зрозуміти, що в даний час на зміну штучному інтелекту, прийшов більш широкий термін - штучний інтелект і штучне життя. Даний розділ можна розглядати як введення в штучне життя. Тому моделювання подій реального світу може проводитися багатьма способами, які будуть розглянуті в наступних розділах.

# СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ

* 1. **Особливості математичного моделювання економічних та соціально-економічних систем**

Використання математичних методів економічних задачах в розв’язаннях, є можливість:

а) виділяти та формально описувати найбільш істотні зв’язки економічних об’єктів;

б) з побудованих в результаті обробки вихідної інформації даних, математичних співвідношень, отримувати нові знання про об’єкт, досліджувати залежності між параметрами, що описують цей об’єкт;

в) компактна формулювати основні положення є висновки економічної теорії;

г) розробляти стратегії управління економічними об’єктами.

Економіко-математичні моделі складаються з рівнянь та нерівностей, що містять змінні параметри, які описують економічні процеси та явища. Такі моделі необхідні спеціалістам для кращого розуміння економічних процесів а також для аналізу та управління економічними процесами.

У залежності від економічних завдань математичні моделі мають різну природу. Для знаходження найважливіших факторів, що визначають функціонування економічної системи, як правило, будують економічні моделі; для аналізу її розвитку в ректросистемі – балансові моделі; для вироблення прогнозів – динамічні моделі; для детальної проробки бізнес-планів – моделі бізнес-процесів. Єдиної універсальної математичної моделі економічної системи для розв’язування актуальних задач не існує. Крім цього економічні системи містять соціально-психологічні фактори які погано піддаються формалізації. Тому основу математичного моделювання економічних процесів складають

принципи моделювання природи, які дають змогу відносно просто будувати математичні моделі виробничо-технологічного, фінансового, соціально- демографічного рівнів.

Для побудови математичних моделей економіки, на відміну від природничих наук, не існує фундаментальних законів. Але такі фундаментальні твердження природи як закон збереження енергії, закон збереження мас безперечно переносяться в економіку як балансові співвідношення.

Прикладом відносно простого балансового співвідношення є міжгалузева модель Леонтьєва, яка на практиці використовуються передусім в задачах велико-масштабного планування економічних процесів.

# Соціально-економічна система як об'єкт моделювання.

Моделювання соціально-економічних систем – це побудова спрощеного способу соціально-економічної системи для дослідження її властивостей, прогнозування, планування і проведення сценарних розрахунків наслідків управлінських рішень.

Модель соціально-економічної системи є відтворенням взаємопов'язаних елементів соціальної та економічної складових процесів, їх взаємодії і функціонування, реакції на зміни навколишнього середовища.

Крім моделювання наслідків певних рішень за допомогою математичної моделі можна визначити максимальні потенційні можливості системи, ступінь її реагування на найменші зміни в середовищі, провести різні експерименти та вибрати оптимальні способи впливу.

Моделювання соціально-економічних систем здійснюється за допомогою логічного або математичного опису компонентів і функцій відображають істотні властивості системи.

В теорії і практиці математичного моделювання економіка паралельно розвивається кілька підходів до моделювання соціально-економічних систем.

# Клітинні автомати в моделюванні соціально-економічних систем

Велика кількість задач в соціології економіки і суміжних вас дисциплінарних областях вимагають для свого розв’язання, застосування математичного підходу зокрема їх побудови математичних моделей їх застосування в рамках таких досліджень.

Соціальна і економічна реальність завдає дискретний характер. Будь-які безліч людей і ставлення на них дискретної простір в якому відбувається соціально-економічні процеси в багатьох випадках також є дискретним а при здійсненні будь-якої діяльності люди часто розбивають час на дискретні інтервали.

Таким чином у багатьох випадках дискретної моделі таких процесів є більш адекватними ніж неперервні.

Одним з можливих дискретних підходів по моделюванню соціально- економічної динаміки є використання моделі класу клітинних автоматів. При цьому з одного боку такі моделі необхідно будувати безпосередньо на основі істотних властивостей модельованого явища але з іншого їх макро динаміка повинна відповідати макро динаміки існуючих безперервних моделей.

Остання вимога може бути виконана якщо будувати такі моделі не визначає апріорі їх параметрам потім застосувати не метод середнього Коля отримавши таким чином усереднене динаміку зміни моделі і нарешті підібрати параметри щоб ця динаміка відповідало відомо результатами отриманими за допомогою безперервних моделей.

Викладено підхід дозволяє зокрема побудує математичні моделі для розв’язання цілої низки задач.

# Рух неорганізованої групи людей

У рамках даного дослідження розглянемо задачу моделювання руху неорганізованої групи людей в умовах, коли існують деякі перешкоди такого руху.

Модель була побудована на базі клітинного автомата, що базується на таких правилах: поле автомата розбивається двома способами на підобластях розміром 2 × 2 (рисунок 3.1а), потім кожен блок випадковим чином повертається по, або проти годинникової стрілки (рисунок 3.1б). Перешкоди моделюються шляхом заборони на переміщення в заданих областях поля клітинного автомату.

Рисунок 3.1 – Правила клітинного автомату, що моделює направлений рух групи людей

а) поле автомата розбивається двома підобластями б) повернення блока по та проти годинникової стрілки

Для цієї моделі розподіл щільності людей уздовж осі х відповідає основному напрямку їх руху:

𝑢 = (11 − 6𝑢 + 2𝑢2) 𝑢

− 12(1 − 𝑢)(𝑢

)2 − (7 − 4𝑢) 𝑢 .

𝑡 2

𝑥𝑥

𝑥 4 𝑥

Використання традиційного підходу передбачає розв’язання цього рівняння аналітично або чисельно. Застосування ж клітинного автомата дозволяє

здійснити безпосереднє імітаційне моделювання для кожного конкретного завдання, конкретної ситуації.

# Моделювання динаміки вікової структури та чисельності соціальної групи

Розглянемо задачу визначення динаміки вікової структури і чисельності певної соціальної групи. В основу математичної моделі задачі покладено математичну модель вікової структури викладачів вищої школи в межах чи прогнозування розвитку ситуації в освіті.

В якості основи моделі візьмемо одновимірний клітинний автомат в якому

𝑞𝑛 (𝑡) задає стан клітини під номером 𝑡 на 𝑛-ном кроці по часу.

Правила цього автомата задамо в позначеннях

𝑞𝑛+1(𝑡 + 1) = (1 − 𝜇(𝑡, 𝑠))𝑞𝑛(𝑡) + 𝑝(𝑡, 𝑠)𝑣(𝑡).

Тут 𝜇(𝑡, 𝑠) – коефіцієнт мобільності рівної частки викладачів віку 𝑡, яка при даному рівні матеріального забезпечення (включає заробітну плату і соціальні пільги) з яких-небудь причин перестане працювати в вищій освіті. Новим параметром моделі є 𝑝(𝑡, 𝑠) – коефіцієнт привабливості професій визначається як ймовірність того, що отримавши пропозицію працювати в цій галузі представник певної соціальної групи прийме цю пропозицію. Цей коефіцієнт також залежить від віку потенційного працівника і рівня матеріального забезпечення 𝑠. Сама ж величина 𝑠 складається з об'єктивної (реальна зарплатна плата) і суб'єктивної (оцінка працівників грошового еквівалента отриманих і соціальних пільг) частин. Цю величину найпростіше виражати в одиницях в певний момент часу. Нарешті 𝑣(𝑡) обсяг випуску вищими навчальними закладами фахівців віку 𝑡.

За допомогою даної моделі на основі даних досліджень було проведено прогнозування динаміки вікової структури викладачів вищої школи прогнозу на

10 років. Розрахунки проводились для п'яти сценаріїв зміни соціального забезпеченості викладачів (збереження ситуації, припинення додаткової соціальної підтримки викладачів, стрибкоподібне підвищення рівня забезпечення до оптимального початку періоду прогнозування, поступове підвищення рівня забезпечення до середнього по країні, поступове підвищення рівня забезпечення до середнього по Европі (див. рис. 3.2)).

Рисунок 3.2 – Реальне розподілення викладачів за віком та результати прогнозування за сценарієм (поступове підвищення рівня забезпечення до середнього по Европі)

# Дискретна модифікація моделі А.П.Михайлова «влада- суспільство»

Проста модель описує тимчасову динаміку встановлення рівноваги в системі двох конкуруючих у боротьбі за владу політичних сил. У математичному відношенні проблема зводиться до системи двох не лінійно звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.

Постановка завдання та формулювання моделі

Основними шуканими величинами в описуваної моделі є поточні рівні влади партнерів. Вони описуються безрозмірними функціями часу

𝑝1(𝑡) > 0, 𝑝2(𝑡) > 0, 𝑡 ≥ 𝑡0, 𝑡0 – час починаючи з якого вивчається еволюція

системи.

Вважається що кожній гілці влади є своє уявлення про те, який рівень влади вона повинна була б мати в даний момент часу і яким мав би бути рівень влади у її конкурента. Ці уявлення описується наступними заданими функціями часу:

а) 𝑝11(𝑡) > 0 – рівень влади який перший партнер хотів би мати для себе; б) 𝑝12(𝑡) > 0 – рівень влади який перший партнер хотів би мати для

другого;

в) 𝑝22(𝑡) > 0 – рівень влади який другий партнер хотів би мати для себе; г) 𝑝21(𝑡) > 0 – рівень влади який другий партнер хотів би мати для

першого.

Вважається також як що величина 𝑝1 + 𝑝2 також як і величини 𝑝11 + 𝑝12 і

𝑝22 + 𝑝21 знаходиться в конституційних рамках, тобто обмежені зверху і знизу максимальними і мінімальними повноваженнями.

Щодо введених величин можливо три наступних ситуацій: а) Якщо одночасно виконуються співвідношення

𝑝11(𝑡) = 𝑝21(t), 𝑝12(𝑡) = 𝑝22(t), 𝑡 ≥ 𝑡0

і

𝑝1(𝑡) = 𝑝11(t), 𝑝2(𝑡) = 𝑝22(t), 𝑡 ≥ 𝑡0 .

то, очевидно, сторони згодні один з одним і не роблять ніяких дій зі зміни величин 𝑝1(𝑡) і 𝑝2(𝑡). В цьому випадку є узгоджене рівновагу;

б) якщо рівності 𝑝11(𝑡) = 𝑝21(t), 𝑝12(𝑡) = 𝑝22(t), 𝑡 ≥ 𝑡0 виконані, а

рівності 𝑝1(𝑡) = 𝑝11(t), 𝑝2(𝑡) = 𝑝22(t), 𝑡 ≥ 𝑡0 – немає, тоді партнери йдуть до рівноваги без боротьби і конкуренції;

в) якщо хоча б одна з рівності 𝑝11(𝑡) = 𝑝21(t), 𝑝12(𝑡) = 𝑝22(t), 𝑡 ≥ 𝑡0 не виконується, то сторони вживають заходів на захист своєї позиції в результаті чого приходять до вимушеної рівноваги – компромісу.

При формулюванні математичної моделі роблять такі припущення:

а) кожен з партнерів поводиться таким чином щоб реалізувати свої уявлення про рівень влади як для себе так і для конкурента. У цьому варіанті партнери діють в деякому сенсі симетрично;

б) інтенсивність дії партнера визначається пропорційно трьом факторам: різниці між бажаним і поточним рівнями влади; найбільш поточними значеннями рівнів влади; компетентним партнером, тобто бажанням підкріпитися відповідною компетентністю (інтелектом, амбіціями, інформаційними та фінансовими ресурсами, досвідом).

Побудова моделі ґрунтується на припущеннях𝑝11(𝑡) = 𝑝21(t), 𝑝12(𝑡) =

𝑝22(t), 𝑡 ≥ 𝑡0 і 𝑝1(𝑡) = 𝑝11(t), 𝑝2(𝑡) = 𝑝22(t), 𝑡 ≥ 𝑡0, приходимо до наступної математичної моделі:

𝑑𝑝1 = 𝑓

𝑝 (𝑝

− 𝑝

) + 𝑓

𝑝 (𝑝

− 𝑝 ) ,

𝑑𝑡

11 1 11 1

21 2 21 1

𝑑𝑝2 = 𝑓

𝑝 (𝑝

− 𝑝

) + 𝑓

𝑝 (𝑝

− 𝑝 ),

𝑑𝑡

22 2 22 2

12 1 12 2

де 𝑓𝑖𝑗 = 𝑓𝑖𝑗(𝑡, 𝑝1, 𝑝2, 𝑝11, 𝑝22, 𝑝12, 𝑝21) ≥ 0, 𝑖, 𝑗 = 1,2 – ступені компетентного владолюбства партнерів задані функції часу шуканих величин і бажаних партнерами рівнів влади.

Це нелінійна система двох звичайних диференціальних рівнянь першого порядку коефіцієнти якої залежать в загальному випадку від часу параметрів моделі і рішення.

Якщо відомі початкові умови при 𝑡 = 𝑡0, 𝑝1(𝑡0) = 𝑝0 > 0,

1

𝑝2(𝑡0) = 𝑝0 > 0*,* то з цих заданих значень однозначно знаходиться рішення, –

2

пара функцій 𝑝1(𝑡), 𝑝2(𝑡) для всіх 𝑡 > 𝑡0, нас цікавлять ті інтервали зміни 𝑡, в яких обидві ці функції позитивні.

Отже при зроблених припущеннях динаміка зміни рівнів влади протиборчих сторін описується моделлю, яка використовує параметри. Можна отримати тимчасову залежність шуканих функцій 𝑝1(𝑡), 𝑝2(𝑡) (в окремих випадках аналітичний в загальному випадку на увазі не лінійної задачі чисельно).

Побудована модель допускає ряд природних узагальнень (боротьба між кількома партнерами, втручання зовнішніх сил).

Класична нелінійна модель «влада-суспільство» розглядає взаємний вплив системи влади і соціально-економічної ситуації в суспільстві. У деяких випадках при її аналізі виникає певні протиріччя між безперервним характером класичної моделі і дискретністю моделюється реальності. Крім того в безперервної моделі не завжди вдається без суттєвого збільшення обчислювального складності врахувати можливі відмінності параметрах моделі між регіонами.

В рамках даного підходу була побудована модифікація моделі трьох рівневої системи «влади-суспільства» заснована на клітинному автоматі з псевдо сусідами в якому клітини моделюють окремі регіони. При цьому показано, що в середньому динаміка кількість влади в автоматі – це динаміка неперервної моделі.

Макродинаміка дискретної моделі дозволяє отримати результати як в рамках класичного підходу так й його розвитку.

Серед таких результатів можна виділити наступні:

а) території з більш високим коефіцієнтом приросту населення є більш сприйнятливими до цієї моделі управління яка задається верхніми рівнями ієрархії;

б) наявність транспортних зв'язків між регіонами помітно покращує позитивну динаміку соціально економічного розвитку, що моделюється.

Можна припустити що розглянутий підхід до побудови дискретних моделі на основі клітинних автоматів замість неперервних виявиться ефективним для вирішення широкого кола задач моделювання соціально-економічних процесів.

# Висновки за розділом 3

У цьому розділі було проаналізовано актуальність використання клітинних автоматів при моделюванні соціально-економічних задач, обґрунтовано необхідність створення клітинних автоматів. Досліджено з чого складаються економіко-математичні моделі, як здійснюється моделювання соціально- економічних систем. Розглянуто приклади моделювання соціально-економічних систем, а саме: рух неорганізованої групи людей, моделювання динаміки вікової структури та чисельності соціальної групи та дискретна модифікація моделі А.П. Михайлова «влада суспільство».

# ЗАСТОСУВАННЯ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ У СОЦІАЛЬНО- ЕКОНОМІЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ

* 1. **Моделювання транспортного потоку**

Перші ідеї застосування клітинних автоматів для моделювання транспортних потоків було запропоновано в роботі Кремера і Людвіга. [13]

Однак активна розробка дослідження в даному напрямку почалися тільки після публікації Негелі і Шрекенберга. [14]

Нехай 𝑥𝑛 і 𝑣𝑛 координати і швидкість 𝑛-ного автомобіля

𝑑𝑛 = 𝑥𝑛−1 − 𝑥𝑛 – дистанція до автомобіля – лідера. У клітинному автоматі моделі на кожному кроці формула стану всіх автомобілів в системі оновлюється відповідно до наступних правил:

а) прискорення. Виражається тенденція до збільшення швидкості але в той же час без перевищення максимально допустимої швидкості 𝑣𝑚𝑎𝑥

𝑣𝑛(𝑚 + 1) = min(𝑣𝑛(𝑚) + 1, 𝑣𝑚𝑎𝑥);

б) гальмування. Умови дозволяють уникнути зіткнень з автомобілем, що йде попереду

𝑣𝑛(𝑚 + 1) = min(𝑣𝑛(𝑚), 𝑣𝑛(𝑚) − 𝑥𝑛−1(𝑚) − 𝑑),

де 𝑑 – відстань між сусідніми автомобілями;

в) випадкові збурення. Дана умова характеризує випадкові відмінності в поведінці водіїв.

𝑣 (𝑚 + 1) =

max(𝑣𝑛(𝑚) − 1,0), 𝑝,

𝑛 {

𝑣𝑛

(𝑚), 𝑝 − 1;

г) рух

𝑥𝑛(𝑚 + 1) = 𝑥𝑛(𝑚) + 𝑣𝑛(𝑚).

Наведений набір правил є мінімальним набором, що необхідний для відтворення базових властивостей транспортного потоку. Чисельні експерименти показують, що потоки є стійким при малих щільностях і втрачає стійкість при високій щільності. Також необхідно зауважити що потік залишається стійким для всіх значень щільності при 𝑝 = 0.

Розширення моделі клітинних автоматів для двомірного випадку. Багаторядні мікро моделі дозволяють отримати більш реалістичну картину при моделюванні транспортних потоків. Узагальнення однорідної моделі клітинних автоматів на двовимірний випадок для можливості моделювання багатосмугового руху. У такій моделі траса являє собою двовимірну решітку в якій кількість клітинок в поперечному напрямку відповідає числу смуг траси. У моделі дозволені перестроювання машин зі смуг в смугу та обгони. Процес оновлення станів клітинок ділиться на два кроки:

а) для кожної машини з'ясовується можливість і необхідність зміни смуги.

Проводиться зміна смуги. Цей крок виконується паралельно для всіх машин;

б) проводиться рух вперед по кожній смузі за правилами одно смугового

руху.

Зміна смуг повинна відбуватися за один часовий крок. Якщо в одному

напрямку існує більше ніж два варіанти, то може виникнути конфлікт, коли дві машини з крайніх смуг бажають зміститься в середню та зайняти одну і ту ж клітинку. Такий конфлікт долається введенням додаткового правила перестроюванні вправо тільки на парних кроках, а вліво тільки на непарних.

Для зміни смуг існує кілька причин: на сусідній смузі вище швидкість руху, або менше щільність, перестроюванні на сусідню смугу необхідно для успішного досягнення мети руху. З іншого боку перед зміною машиною смуги

необхідно перевірити чи виконані умови безпеки. При виконанні всіх цих умов машина робить зміну смуги з деякою заданою вірогідністю.

Модель Т-подібного перехрестя

Побудуємо модель руху на Т-подібному перехресті згідно заданому набору умов проїзду перехрестя (знаки пріоритету, дозволені напрямки руху).

Розглянемо ділянку головної дороги, яка має по одній смузі в кожному напрямку і ділянку другорядних, що перетинають головну і теж мають по одній смузі в кожному напрямку. Для спрощення моделі вважаємо що всі машини рухаються з однією швидкістю. У шуканий моделі клітинки мають різні розміри. Велика частина клітинок має розміри, що кратні розміру машини, але безпосередньо на самому перехресті клітини мають розмір машини.

Визначимо клітинний автомат як структуру 𝐶𝐴 =< 𝐴, 𝑅, 𝑋, 𝑇 >, де 𝐴 = {0,1} – множина станів клітини, 𝑅 – множина правил зміни свого стану або збереження колишнього для кожної клітинки автомату залежно від її місця розташування, 𝑋 = {1,2, . . 𝑎} – множині транспортних засобів, 𝑇 – множині тактів часу. Таким чином кожен клітинний автомат має свій набір правил і ці правила тим складніше чим більше конфліктних напрямків певних вихідними набором правил проїзду перехрестя може використовувати дану клітинку.

Кожна клітинка або порожня або містить машину. Для цього кожній машині присвоєно унікальний індифікатор – номер смуги. Правило всіх клітин мають загальний вид – якщо клітина не порожня перевіряється важливі клітинки та в разі виконання умов машина забирається з поточної клітинки і поміщається в наступні.

У всіх інших клітинках умовою є вільність важливих клітин. Значення клітин {0,1} – порожня або зайнята клітинки відповідно, клітинка може бути зазначено як 𝑥 – важлива клітинка, 𝑛 – наступна.

Приклад виконання правил (див. рис. 4.1).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Перший крок, до застосування правила |  | Після |  |
| Другий крок, до застосування правила |  | Після |  |
| Третій крок, до застосування правила |  | Після |  |

Рисунок 4.1 – Поворот направо з головної дороги

# Моделювання руху маршрутного таксі

Розглянемо задачу моделювання руху автотранспорту (маршрутне таксі, автобус, тролейбус). На рис 4.2 показано світлофори у порядку появи за маршрутом. Відповідно номеру світлофору у таблиці 1 показано тривалість їх сигналів. Час дії жовтого сигналу світлофору єдина і складає 3 секунди. Зустрічаються ділянки з встановленими швидкісними обмеженнями. Від 2 до 3 світлофора обмежений максимальний рух 40 км/год. Від 21 до 22 світлофора обмежений максимальний рух 40 км/год. Від 28 світлофора впродовж 550 м обмежений максимальний рух 40 км/год.

Рисунок 4.2 – Схема маршруту

Ділянка дороги з пошкодженим покриттям бере початок від світлофора

9 і закінчується біля світлофора 10. При моделюванні цієї ділянки використовувався індекс 2, тобто рекомендована швидкість руху по ньому

складає 40 км / ч. Наступна ділянка бере початок за 240 м до світлофора 10 індекс його стану 1, рекомендована швидкість 20 км / ч.

Дороги біля світлофора має перетин з трамвайними коліями. Швидкість руху на цих ділянках обмежено значенням 20 км / год. Чи не регульовані пішохідні переходи розташовані на відстані 200 м на північ від світлофора 2, на відстані 50 м на південь від світлофора 9, на відстані 210 м на північний схід від світлофора 29, на відстані 70 м на північний захід від світлофора 30.

Таблиця 4.1 – Тривалість сигналів світлофору

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номерсвітлофора | Червоний,с | Зелений, с | Номерсвітлофора | Червоний,с | Зелений, с |
| 1 | 40 | 35 | 18 | 40 | 30 |
| 2 | 40 | 50 | 19 | 15 | 25 |
| 3 | 50 | 50 | 20 | 30 | 25 |
| 4 | 15 | 30 | 21 | 30 | 15 |
| 5 | 20 | 50 | 22 | 15 | 45 |
| 6 | 20 | 100 | 23 | 35 | 20 |
| 7 | 20 | 100 | 24 | 65 | 20 |
| 8 | 30 | 75 | 25 | 50 | 40 |
| 9 | 25 | 20 | 26 | 20 | 30 |
| 10 | 20 | 35 | 27 | 40 | 25 |
| 11 | 40 | 45 | 28 | 30 | 50 |
| 12 | 35 | 35 | 29 | 15 | 100 |
| 13 | 35 | 25 | 30 | 30 | 50 |
| 14 | 25 | 30 | 31 | 50 | 45 |
| 15 | 25 | 25 | 32 | 15 | 100 |
| 16 | 25 | 30 | 33 | 35 | 35 |
| 17 | 60 | 30 | - | - | - |

# Оцінка загроз суспільству від масштабних пожеж

В останній час збільшилася кількість масштабних пожеж. Моделювання дає можливість вивчати реальні та прогнозувати можливі стани, розглядати сценарії при керуючих впливах. Одним з найбільш простих та наглядних способах способах моделювання є застосування клітинних автоматів.

Поставим наступне завдання: створити і візуалізувати математичну модель, яка дозволяє оцінити загрози суспільству від масштабних пожеж (див. рис. 4.3).

Рисунок 4.3 – Модель лісової пожежі

Умови:

а) поле 30 на 30 клітинок;

б) одна клітина – один крок і одне дерево (1 клітинка, розмір від 100 м × 100 м, до 1 км × 1 км);

в) навколо палаючого дерева є 8 найближчих клітинок, на які може перейти пожежа,

г) стан дерева: палаюче – клітинка зі станом 1, згоріле – клітинка зі станом -1, незгоріле – клітинка зі станом 0

д) ймовірність того що загориться дерево залежить від напрямку вітру (8 напрямків);

е) ймовірність загоряння, напрямок вітру та швидкість вітру визначається на початку розрахунку, і є вихідними даними для формування правил клітинного автомата.

Розв’язання:

Правила для клітинного автомата:

* клітинка з станом 0 може перетворитися лише в клітинку з станом 1 за ймовірнісним законом, якщо 8 сусідів у неї в стані 1;
* клітинка зі станом 1 – на наступному кроці, перетворюється в клітинка зі станом -1;
* клітинка зі станом -1 ніколи не змінюється.

В теорії в автоматах існують два принципово різних види клітин (за параметрами Причина-Слідство):

а) клітка-приймач – використовує дані про стани своїх сусідів і в кінцевому підсумку змінює свій стан (як правило, для комплексного врахування впливу сусідів);

б) клітка-причина – впливає на сусідів і, в кінцевому рахунку, змінює їх стан або створює передумови для такої зміни (і не виключено, що і своє).

У нашому випадку, простіше і зручніше використовувати другий вид клітинок, а для прискорення процесу розрахунку провести трансформацію правил. Найскладніші правила віддамо клітинці зі станом 1. Матриця ймовірностей «підпалу сусідів» повинна врахувати і швидкість, і напрямок вітру, і вологість, рівень самозагорання лісу. Така клітина як би переводить сусідні клітинки зі станом 0 в новий стан (так більш реально виглядає пожежа). І сама тут же гасне. У цьому випадку правила для зелених і чорних клітин – порожні.

Процес перерахунку станів:

Цикл перебору клітин біжить поки не зустріне клітинку зі станом 1 в масиві. У самому масиві відразу нічого не змінюється, а лише перевіряються сусіди і якщо серед них є клітинка зі станом 0, то в неї впадає «Іскра». Клітинка, можливо, займеться, а можливо і ні. Зміни, якщо відбудуться, зафіксуються в спеціальній колекції. Матриця ймовірностей «підпалу сусідів» формується таким чином, що клітинки зі станом 1 клітинки кидає іскри в основному за напрямком вітру – і тільки на клітинці зі станом 0 сусідні клітини. Після закінчення циклу чергового кроку, вносимо зміни в масив, одночасно очищаючи

«колекцію змін».

# Висновки за розділом 4

У цьому розділі розглянуто розв’язання прикладів моделювання соціально-економічних задач за допомогою клітинних автоматів. Досліджено низку соціальних проблем, а саме: оцінку загрози суспільству від масштабних пожеж, моделювання руху транспортних потоків та моделювання руху маршрутного таксі. На основі розв’язань задач соціально-економічного спрямування можемо зрозуміти актуальність використання клітинних автоматів, наглядно побачити оцінку та розв’язок задач.

# ВИСНОВКИ

Моделювання є ефективним методом наукового пізнання так як побудова моделі дозволяє вивчити досліджуваний об'єкт. Модель повинна враховувати сукупність різних факторів, що впливають на поведінку об'єкта.

У сфері моделювання соціально-економічних систем можна виділити кілька підходів, класів моделей: моделі загальної економічної рівноваги; моделі міжгалузевого балансу; імітаційне моделювання, моделі на основі клітинних автоматів.

Клітинні автомати є потужним засобом моделювання систем із багатьма складовими. Перевагою клітино-автоматного підходу є його виняткова ефективність при реалізації (як програмній, так і апаратній), що зумовлена локальністю всіх взаємодій. Таким чином один крок моделі має лінійну часову складність залежно від розміру системи.

Дослідження процесів і явищ реального світу за допомогою їх моделей дозволяє без особистих витрат отримувати відповіді на питання, що цікавлять і тому завжди актуально.

Таким чином в роботі розв’язано наступні завдання:

* проаналізовано поняття теорії математичного моделювання;
* проаналізовано поняття теорії клітинних автоматів, їх класифікацію;
* проаналізовано актуальність використання клітинних автоматів при моделюванні соціально-економічних задач;
* обґрунтовано застосування клітинних автоматів для математичного моделювання деяких соціально-економічних процесів;
* наведено приклади моделювання соціально-економічних задач за допомогою клітинних автоматів, а саме: моделювання транспортного потоку та руху маршрутного таксі, оцінку загрози суспільству від масштабних пожеж.

У результаті проведення досліджень відносно можливостей застосування клітинних автоматів до соціально-економічних задач, було досліджено

математичні моделі та алгоритми, в основу яких було покладено клітинні автомати, котрі дозволяють розпізнати загрози суспільству від масштабних пожеж, моделювання транспортного потоку та руху маршрутного таксі.

У першій задачі були вивчені питання моделювання транспортного потоку. На основі розглянутих методів був обґрунтований вибір математичної моделі клітинного автомата. Вивчено істотні методики моделювання дорожнього руху на основі клітинного автомата, проаналізовані найкращі з них в рамках завдання.

У другій задачі була створена модель руху автотранспорту в основу якої було покладено концепція клітинного автомата. Запропонована модель відноситься до класу імітаційних, бо за допомогою набору правил описується процес руху машин так як вони відбувається в дійсності. Модель дозволяє враховувати стан дорожнього полотна і його вплив на швидкість пересування транспортних засобів, приймає до уваги локальні швидкісні обмеження встановлені знаками дорожнього руху і світлофорами.

У третій задачі була створена модель лісових пожеж на основі клітинного автомата. За допомогою цієї моделі можна зрозуміти як краще проводити протипожежні заходи, оцінити можливі збитки.

Таким чином у даній роботі було розглянуто процеси застосування клітинних автоматів для розв’язання соціально-економічних задач. Досліджено алгоритми роботи клітинних автоматів при моделюванні соціально-економічних задач. Доведено актуальність використання клітинних автоматів при математичному моделюванні. Всі поставлені завдання виконані в повному обсязі.

# ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Геєць В. М., Клебанова Т. С., Черняк О. І. та ін. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування: підручник. Харків : ІНЖЕК, 2008. 396 с.
2. Гра «Життя». URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%96%D0% B8%D1%82%D1%82%D1%8F\_(%D0%B3%D1%80%D0%B0](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%96%D0%B8%D1%82%D1%82%D1%8F_%28%D0%B3%D1%80%D0%B0%29)) (дата звернення: 22.08.2020).
3. Дубовой В. М., Квєтний Р. Н., Михальов О. І., Усов А. В. Моделювання та оптимізація систем: підручник. Вінниця : ПП «ТД«Еднльвейс», 2017. 804 с.
4. Клітинний автомат. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A% D0%BB%D1%96%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BD%D0%B8%D0%B9\_%D 0%B0%D0%B2%D1%82%D0%BE%D0%BC%D0%B0%D1%8](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BB%D1%96%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BD%D0%B8%D0%B9_%D0%B0%D0%B2%D1%82%D0%BE%D0%BC%D0%B0%D1%82)2 (дата звернення: 04.08.2020).
5. Коротков В. А., Желізняк І. М. Технології виробництва і переробки продукції тваринництва: метод. посіб. Полтава : ПДАА, 2014. 145 с.
6. Ландэ Д. В., Фурашев В. Н.. [Моделирование электоральных процессов на основе концепции клеточных автоматов](http://dwl.kiev.ua/art/x36/klet-vyb.pdf). Харьков : НАКУ, 2007. С. 123–128.
7. Махней О. В. Математичне моделювання: навч. посiб. Iвано-Франкiвськ : 2015. 372 с.
8. Маценко В. Г. Математичне моделювання: навч. посіб. Чернівці : ЧНУ, 2014. 519 c.
9. Павленко П. М. Основи математичного моделювання систем і процесів: навч. посіб. Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2013. 201 с.
10. Пономарнко В. С., Малярець Л. М. Аналіз даних у дослідженнях соціально- економічних систем. Xарків : ІНЖЕК, 2009. 432 с.
11. Стеценко І. В. Моделювання систем: навч. посіб. Черкаси : ЧДТУ, 2010. 399 с.
12. Тоффоли Т., Марголус Н. Машины клеточных автоматов. Москва : Мир, 1991. 283 с.
13. Cremer М., Ludvig J. A fast simulation model for traffic flow on the basis of Boolean operations. *Math. Cornp Simul*. 1986. Vol. 28. P.297 – 303.
14. Nagel K., Schreckenberg M. A cellular automaton model for freeway traffic. *Journal de Physique I*. 1992. Vol. 2. No 12. P. 2221–2229.