

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра фундаментальної математики

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА МАГІСТРА

на тему: «МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТИВНИХ
ХАРАКТЕРИСТИК РІЗНОМОДУЛЬНОГО КОМПОЗИТНОГО
МАТЕРІАЛУ»

Виконала: студентка 2 курсу, групи 8.1110-з
спеціальності 111 математика
(шифр і назва спеціальності)
освітньої програми математика
(назва освітньої програми)

О.Р. Бережна

(ініціали та прізвище)

Керівник доцент кафедри фундаментальної та прикладної
математики, доцент, к.ф.-м.н. Клименко М.І.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Рецензент доцент кафедри програмної інженерії, доцент,
к.ф.-м.н. Кудін О.В.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет математичний
Кафедра фундаментальна математика
Рівень вищої освіти магістр
Спеціальність 111 – математика
Освітня програма математика

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри фундаментальної
математики, доцент, д.т.н

_____ С.М. Гребенюк
(підпис)

« _____ » _____ 2021р.

З А В Д А Н Н Я

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТЦІ

Бережній Ользі Русланівні

(прізвище, ім'я та по-батькові)

1. Тема роботи (проекту) Математичне моделювання ефективних характеристик
різномодульного композитного матеріалу

керівник роботи (проекту) Клименко М.І., к.ф.-м.н, доцент
(прізвище, ім'я та по-батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом ЗНУ від « _____ » _____ 2021 року № _____

2. Строк подання студентом роботи _____

3. Вихідні дані до роботи 1. Постановка задачі
2. Перелік літератури

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)
1. Формування структури волокнистих композиційних матеріалів
2. Прогнозування фізико-механічних характеристик композиційних матеріалів
3. Реалізація обчислювального процесу прогнозування механічних характеристик
багатокомпонентних композитів

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень) _____
Презентація

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
1	Клименко М.І., доцент		
2	Клименко М.І., доцент		
3	Клименко М.І., доцент		

7. Дата видачі завдання _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Розробка плану роботи		
2	Збір вихідних даних		
3	Обробка методичних та теоретичних джерел		
4	Розробка першого розділу		
5	Розробка другого і третього розділів		
6	Оформлення та нормоконтроль кваліфікаційної роботи		
7	Захист кваліфікаційної роботи		

Студент

_____ (підпис)

О.Р. Бережна

_____ (ініціали та прізвище)

Керівник роботи

_____ (підпис)

М.І.Клименко

_____ (ініціали та прізвище)

Нормоконтроль пройдено

Нормоконтролер

_____ (підпис)

О.Г. Спиця

_____ (ініціали та прізвище)

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота магістра «Математичне моделювання ефективних характеристик різномодульного композитного матеріалу»: 57 с., 14 рис., 48 джерел..

ВОЛОКНО, ГОМОГЕНІЗАЦІЯ, З'ЄДНУВАЛЬНИЙ МАТЕРІАЛ, ЕФЕКТИВНІ КОНСТАНТИ, КОМПОЗИТ, МОДУЛЬ ЮНГА, МОДУЛЬ ЗСУВУ

Об'єкт дослідження –гомогенізація хаотично армованих волокнистих ізотропних композитів.

Предмет дослідження – фізико-механічні властивості композиційного матеріалу.

Мета роботи: визначення ефективних фізико-механічних характеристик для ізотропних волокнистих композиційних матеріалів.

Методи дослідження – методи аналізу (аналіз інформації з вітчизняних та зарубіжних наукових публікацій за темою дослідження) і синтезу (систематизація інформації та розробка на її основі алгоритму та програми), математичного моделювання (моделі гомогенізації композиційних матеріалів).

У кваліфікаційній роботі досліджено структуру та властивості вуглецевих композиційних матеріалів, особливості застосування основних сучасних підходів до прогнозування ефективних фізико-механічних характеристик композиційних матеріалів, розроблено алгоритм розрахунку ефективних модулів пружності та межі міцності хаотично армованих волокнистих композитів; здійснено програмну реалізацію визначення ефективних характеристик композитів та виконано розрахунки за створеною програмою для різних типів волокон, здійснено отриманих результатів.

Результати роботи можуть бути використані при проектуванні конструкцій, що містять елементи, виготовлені з композиційних матеріалів.

SUMMARY

Master's Qualification Thesis "Mathematical modeling of effective characteristics of multimodular composite material": 57 pages, 14 figures, 48 references.

FIBER, HOMOGENIZATION, CONNECTING MATERIAL, EFFICIENT CONSTANTS, COMPOSITE, YOUNG MODULE, SHIFT MODULE

The object of research is the homogenization of chaotically reinforced fibrous isotropic composites.

Subject of research – physical and mechanical properties of composite material.

Purpose: to determine the effective physical and mechanical properties for isotropic fibrous composite materials.

Research methods – methods of analysis (analysis of information from domestic and foreign scientific publications on the research topic) and synthesis (systematization of information and development of algorithms and programs based on it), mathematical modeling (models of homogenization of composite materials)

The qualification work investigates the structure and properties of carbon composite materials, features of the main modern approaches to forecasting the effective physical and mechanical characteristics of composite materials, developed an algorithm for calculating the effective modulus of elasticity and strength of chaotically reinforced fibrous composites; program implementation of determination of effective characteristics of composites is carried out and calculations on the created program for different types of fibers are executed, the received results are carried out.

The results of the work can be used in the design of structures containing elements made of composite materials.

ЗМІСТ

Завдання на кваліфікаційну роботу.....	2
Реферат.....	4
Summary.....	5
Вступ.....	8
1 Формування структури волокнистих композиційних матеріалів.....	10
1.1 Способи модифікації структури і властивостей волокнистих композиційних матеріалів.....	10
1.2 Склад і властивості єднальних матеріалів.....	11
1.3 Структура і властивості отверджених єднальних.....	13
1.4 Типи вуглецевих волокон.....	14
1.5 Основні властивості вуглецевих композиційних матеріалів.....	17
1.6 Основні елементи статистичної механіки структурно-неоднорідних середовищ.....	19
2 Прогнозування фізико-механічних характеристик композиційних матеріалів.....	24
2.1 Методи прогнозування властивостей композитів.....	24
2.2 Моделювання властивостей композиційних матеріалів.....	26
2.3 Методика розрахунку механічних характеристик композитів, армованих волокнами.....	27
3 Реалізація обчислювального процесу прогнозування механічних характеристик багатокомпонентних композитів.....	33
3.1 Розробка алгоритму.....	33
3.2 Розробка програми розрахунку модулів пружності та межі міцності.....	35
3.3 Оцінка механічних характеристик ізотропних композитів на основі анізотропних волокнистих наповнювачів.....	38

Висновки.....	45
Перелік посилань.....	46
Додаток А Програма розрахунку модулів пружності та межі міцності композитів.....	51

ВСТУП

Розвиток передових технологій створення нових матеріалів ґрунтується на сучасних методах прогнозування і дослідження властивостей композитів, які можна використати в умовах дії складних навантажень. Створення сучасних високофункціональних композит-конструкцій вимагає збільшення міцності конструкційного матеріалу за умови мінімізації його маси. Розв'язання цієї задачі дає змогу проектування та створення матеріалів з заданими фізико-механічними властивостями. Основним методом, який спрямований на рішення поставлених завдань, є математичне моделювання. У зв'язку з цим актуальною є розробка засобів математичного моделювання ефективних характеристик композиційних матеріалів. Рішення поставлених завдань здійснюється у даній кваліфікаційній роботі магістра.

Метою магістерської роботи є визначення ефективних фізико-механічних характеристик для ізотропних композиційних матеріалів. У роботі визначається модуль Юнга, модуль зсуву та межа міцності на розтяг для вуглецевих композитів.

Досліджуються різномодульні композити, хаотично армовані волокнами. Ця особливість пояснює вибір ізотропного матеріалу у якості моделі однорідного композиту. У роботі під різномодульними композитами розуміємо матеріали, у яких модулі пружності для їх компонентів суттєво відрізняються між собою.

Для досягнення сформульованої мети магістерського дослідження у роботі потрібно вирішити наступні завдання:

- здійснити дослідження структури та властивостей вуглецевих композиційних матеріалів та їх складових компонентів – єднальних матеріалів та вуглецевих волокон;
- ознайомитися з основними принципами статистичної механіки неоднорідних середовищ;

- дослідити особливості застосування основних сучасних підходів до прогнозування ефективних фізико-механічних характеристик композиційних матеріалів,
- розробити алгоритм розрахунку ефективних модулів пружності та межі міцності хаотично армованих волокнистих композитів;
- здійснити програмну реалізацію визначення ефективних характеристик композитів та виконати розрахунки за створеною програмою для різних типів волокон;
- здійснити аналіз отриманих результатів.

Об'єктом дослідження у магістерській роботі є гомогенізація хаотично армованих волокнистих ізотропних композитів.

Предмет дослідження – фізико-механічні властивості композиційного матеріалу.

Визначення фізико-механічних характеристик композитів як однорідних матеріалів (ефективних характеристик) за відомими властивостями їх складових компонентів є складною задачею сучасної механіки, далекою від остаточного розв'язання, незважаючи на велику кількість пропонованих аналітичних та експериментальних підходів. Тому розробка нових засобів для розв'язання цієї задачі, що виконується у даній магістерській роботі, є актуальною для створення нових матеріалів з заданими властивостями.

1 ФОРМУВАННЯ СТРУКТУРИ ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

1.1 Способи модифікації структури і властивостей волокнистих композиційних матеріалів

Властивості волокнистих композиційних матеріалів залежать від властивостей матричних матеріалів і армуючих волокон. Крім того, змінюючи режими основних технологічних операцій, з'являється можливість регулювати кінцеві характеристики готових волокнистих композиційних матеріалів (ВКМ) [1-3].

Зміна укладання армуючих наповнювачів по напрямках дозволяє регулювати міцнісні, теплофізичні і триботехнічні властивості композиту. Таке армування дозволяє отримувати композит із заданою анізотропією властивостей (рис.1.1).

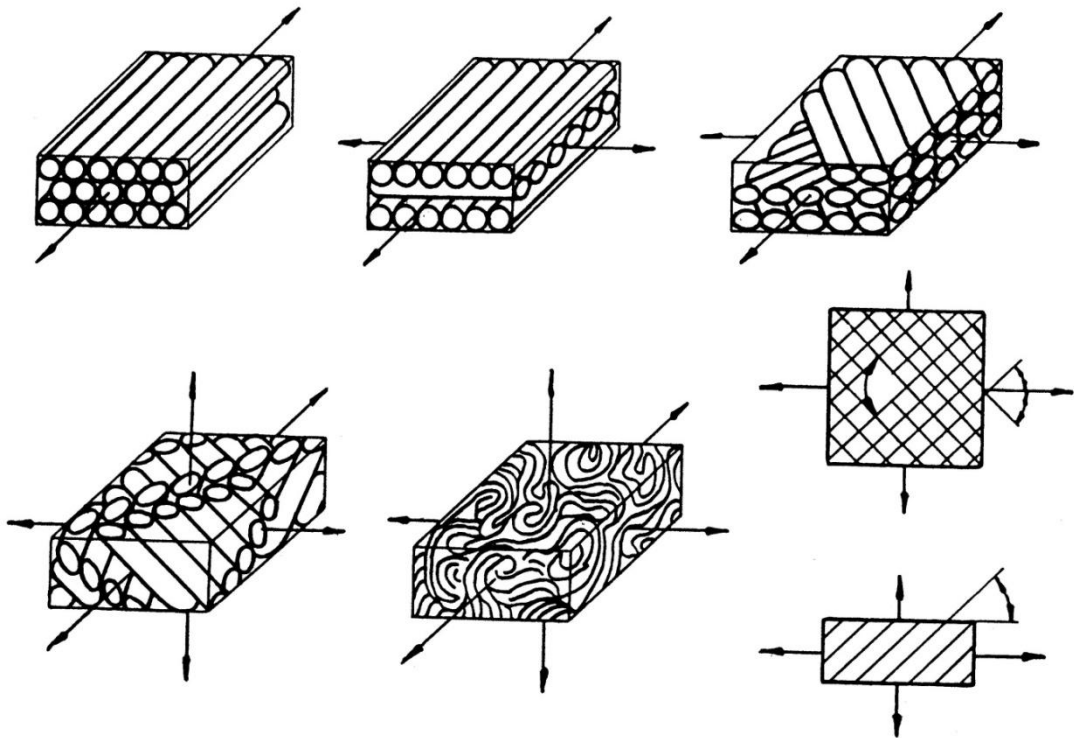


Рисунок 1.1 -Схеми структур волокнистих композиційних матеріалів

Внаслідок застосування в якості армуючих вуглецевих джгутів різної товщини з'являється можливість регулювати розмір осередку в армуючому каркасі. Використання стрижневих і тканинних наповнювачів дозволяє створювати більше впорядковану структуру і отримувати композити із стабільнішими характеристиками [1, 4].

Термохімічна обробка армуючого каркаса істотно впливає на властивості композит-конструкції залежно від вживаних температурних режимів.

Використання для просочення армуючого каркаса фенолоформальдегідну смолу з подальшою термохімічною обробкою забезпечує збереження форми і структури армуючого каркаса, що забезпечує стабільність механічних властивостей кінцевого композиційного матеріалу [5-7].

1.2 Склад і властивості єднальних матеріалів

Полімерна матриця формується шляхом затвердіння єднальних, приготованих із смол, які твердіють по механізму полімеризації або поліконденсації. Матриця є найважливішим компонентом композиційних матеріалів. Матриця фіксує форму сформованої заготівлі, розподіляє навантаження і напруга між компонентами, формує кінцеві властивості композиційного матеріалу в цілому.

Залежно від типу єднальних, вони поступають із заводу-виготівника в готовому виді або готуються з окремих компонентів безпосередньо перед застосуванням.

Основним компонентом єднальних, які твердіють є суміш реакційноздатних смол.

Для затвердіння полімерних смол, реакційні групи яких не здатні безпосередньо реагувати між собою, використовуються спеціальні речовини,

які називаються отверджувачі. Отверджувачі стають ланками твердого сітчастого олігомеру.

Окрім полімерної смоли і отверджувача для прискорення процесу затвердіння вводяться каталізатори. Каталізатори не входять до складу полімерів, що утворюються.

Основним технологічним параметром єднального є в'язкість. Для забезпечення заданої в'язкості єднальних використовуються інертні розчинники. Оптимально підібрана в'язкість єднальних забезпечує кращі умови поєднання з наповнювачем і раціональне співвідношення єднального - армуючого наповнювача.

У разі дуже високої рідкотекучості створюються умови стікання єднального з волокнистих наповнювачів. В цьому випадку до складу єднального вводиться загусники. В якості загусників служать полімери або високов'язкі олігомери, які розчиняються в рідкому єднальному.

Єднальні діляться на два типи. Один тип представлений єднальними, які отверждаються по реакції полімеризації. Другий тип єднальних отверждається по реакції поліконденсації з утворенням проміжних продуктів.

До єднальних першого класу, які твердіють по механізму полімеризації, відносяться єднальні на основі ненасичених складних ефірів, епоксидні єднальні, полімалінати, олігоакрілати, циклоаліфатичні і похідні циуранової кислоти.

До єднальних другого класу, які твердіють по механізму поліконденсації, відносяться смоли аміноформальдегідів, фенолоформальдегідні смоли, олігоциклічні єднальні і кремній органічні смоли[8-9].

Для карбонізованих вуглецевих композиційних матеріалів в основному використовуються фенолоформальдегідні смоли. Ці смоли підрозділяються на два типи - новолачні або резольні[10].

Новолачні смоли є продуктом реакції фенолу з формальдегідом в кислому середовищі. В якості каталізатора використовується органічна

щавлева кислота [10]. Молярне співвідношення формальдегіду і фенолу складає (0,75-0,85):1.

Для отримання єднальних новолачну смолу дроблять, розчиняють в органічному розчиннику і змішують з отверджувачем. В якості речовини, що виконує роль отверджувача використовують гексаметилентетрамін (ГМТА), вміст якого складає в межах 10-11 % від ваги смоли.

Резольні фенолоформальдегідні смоли отримують по реакції фенолу з формальдегідом в лужному середовищі. Залежно від необхідних властивостей молярне співвідношення формальдегіду і фенолу складає від 1:1 до 3:1.

В якості каталізатора використовуються суміші гідроксиду і карбонату натрію [10]. Залежно від умов проходження реакцій резольні смоли бувають твердими, високов'язкими і рідкими. При затвердінні резольних смол не використовуються отверджувачі.

1.3 Структура і властивості отверджених єднальних

Отвержені єднальні є аморфними полімерами, що мають гетерогенну структуру: мікрогель, мікрозерниста або глобулярна. Механічні характеристики отверджених єднальних різних типів представлені в таблиці 1.1, а фізичні - в таблиці 1.2 [11].

Таблиця 1.1 - Механічні властивості різних типів отверджених єднальних

Показники	Поліmaleінатні	Епоксидні	Фенолоформальдегідні
Модуль пружності, ГПа	2,2-3,5	2,5-3,0	1,4-5,0
Межа міцності, МПа			
- розтяг	0,25-0,45	-	0,4-0,9
- стискування	0,30-1,50	1,3-1,8	0,6-2,8
- вигин	0,24-1,05	0,6-1,3	0,5-1,1
Ударна в'язкість, МПа·м	400-800	1100-1800	250-600
Теплостійкість по Мартенсу, К	320-343	360-423	413-523

Таблиця 1.2 - Фізичні властивості різних єднальних

Показники	Поліmaleінатні	Епоксидні	Фенолоформальдегідні
Щільність, г/см ³	1,41-1,43	1,20-1,30	1,23-1,32
Питома теплоємність, ккал/кг·°С	0,3-0,5	0,3-0,5	-
Коефіцієнт лінійного термічного розширення, ·10 ⁵ 1/°С	5,0-5,8	4,8-8,0	6,0-8,0
Питомий електричний опір, Ом·см	1·10 ¹⁴ -6·10 ⁵	1·10 ⁵ -8·10 ¹⁶	10 ¹¹ -10 ¹²
Діелектрична проникність	4,1-4,5	3,2-4,5	3,0-5,0
Водопоглинання, %	0,1-0,2	0,01-0,08	0,3-0,4

Отверджені єднальні відрізняється високою хімічною стійкістю, малою проникністю для низькомолекулярних газоподібних і рідких речовин.

1.4 Типи вуглецевих волокон

Класифікація вуглецевих волокон часто заснована на величині кінцевої температури термообробки при виробництві вуглецевих волокон шляхом піролізу органічної сировини з урахуванням вмісту вуглецю у складі продукту [12].

При низьких температурах відбувається часткове, потім глибше збагачення органічних волокон вуглецем і формується карбонізоване вуглецеве волокно. При подальшому підвищенні температури до 1500 – 1900°С у карбонізованому волокні відбувається перекристалізація і відбувається його графітація. Відповідно до цього вуглецеві волокна підрозділяються на три типи:

1) частково карбонізоване, температура термічної обробки до 773 К, вміст вуглецю до 90 мас. %;

2) карбонізовані, температура термічної обробки складає 1073 – 1773 К, вміст вуглецю піднімається до 91-98 масс. %;

3) графітовані, температура термічної обробки вища 1773 К, вміст вуглецю вищий 99 масс. %.

Така класифікація усі волокнисті вуглецеві матеріали розділяє на дві великі групи: вуглецеві і графітовані (низько- і високотемпературні).

Перехід від однієї групи до іншої зазвичай не плавний, тому таке розмежування іноді буває умовним і недостатньо чітким. До того ж продукти, що формуються при низьких температурах термічної обробки, являються пірополімерами. Такі волокна не містять елементарного вуглецю, який є присутнім в них у складі органічних сполук.

При однаковій кінцевій температурі температурної термічної обробки вуглецеві волокна можуть істотно розрізнятися по структурній впорядкованості і, отже, усьому комплексу властивостей. Відмінності між властивостями по усіх асортиментах вуглецевих волокон забезпечувалися головним чином за рахунок вибору кінцевих температур термічної обробки, а класифікація за цими двома ознаками задовільно охоплювала відомі різновиди матеріалів.

В результаті вдосконалення технології виробництва були отримані і виділені в окрему групу дуже важливі для сучасної техніки високоміцні і високомодульні вуглецеві волокна. В результаті була запропонована їх класифікація, заснована на фізико-механічних властивостях (табл. 1.) [3].

Таблиця 1.3 - Класифікація вуглецевих волокон за фізико-механічними властивостями

Класифікація	Міцність на розрив, МПа	Модуль Юнга, ГПа
Високоміцні	3000-7000	200-300
Високомодульні	2000-3000	350-700
Низькомодульні	500-1000	30-50
Середньої міцності	1000-2000	50-150

Останніми роками використовуються класифікації вуглецевих волокон, засновані на відмінностях в областях їх використання: для конструкцій, теплозахисту, матеріалів з регульованими електрофізичними і фізико-хімічними властивостями у тому числі сорбенти, носії каталізаторів, фільтри та ін.

Композиційні матеріали конструкційного призначення виготовляються методом намотування на верстатах з програмним управлінням по п'яти або шести координатам. На таких намотувальних верстатах є можливість виготовляти вироби осесиметричного типу з довільною кривизною робочої поверхні, не осесиметричні вироби з суцільною робочою поверхнею, а так само з сітковою робочою поверхнею. Намотування реалізується нитками, джгутами або стрічками на основі вуглецевих волокон.

Вуглецеві волокна виготовляють на основі поліакрилонітрилу або гідратцелюлози (віскоза). У таблиці 1.4 представлені види і форми одновимірних армуючих наповнювачів з вуглецевих волокон. Найбільш характерними властивостями таких армуючих елементів є лінійна щільність, щільність волокна, межі міцності і модулі пружності.

Таблиця 1.4 – Характеристики вуглецевих волокон і армуючих наповнювачів

Марка	ДЕСТ, ТУ	Лінійна щільність, текс	Модуль пружності, ГПа	Межа міцності, ГПа	Щільність волокна, г/см ³
УКН-5000	ГОСТ 28008-88	410	210 ± 30	2,5	1,72 ± 0,04
УКН-П	ТУ 1916-169-05763346-96	410	235 ± 20	1,0 – 1,5	1,73 ± 0,03
УКН-М	ТУ 1916-146-05763346	190	225 ± 20	1,65	1,75 ± 0,04
Марка 1 Марка 2		760	225 ± 20	1,40	1,75 ± 0,04

Продовження таблиці 1.4

«Арагон» УКН-3/НШ	СТО 75699440- 010-2009	170 ± 10	250	3,0	1,72 ± 0,04
ГЖ Марка А Марка Б	ТУ 1916-301- 51385208-2004	90 – 450	350	1,40	1,82
		150 – 600	350	1,40	1,96
ГЖ-К	ТУ 1916-212- 51385208-2002	550 ± 50	432	1,60	1,88
ГРАПАН-27	ТУ 1916-204- 51385208-2001	200 – 740	270	2,1	1,72 ± 0,04
УК	ТУ 1916-214- 51385208-2002	27 ± 5	200	2,0	1,75 ± 0,05
ВМН-4МТИ	ТУ 48-20-48-76	720 ± 50	450	2,44	1,85
ВМН-4	ТУ 48-20-48-76	350 ± 50	225	2,83	1,64
ВМН-4 МТИ-2	ТУ 48-20-48-76	540 ± 50	450	2,44	-
ВМН-4МТ	ТУ 48-20-48-76	550 ± 50	450	-	1,80
ВМВ	ТУ 48-20-98-77	700 ± 80	80	1,50	-
Урал-Н-24		650	100	1,80	1,45
ВІР-19	ТУ 48-20-23-78	-	400	1,50	1,80

1.5 Основні властивості вуглецевих композиційних матеріалів

Властивості вуглецевих композиційних матеріалів визначаються безліччю чинників: властивостями армуючого наповнювача і природою матриці, мірою армування, адгезійною міцністю на межі розділу наповнювач - матриця, умовами просочення єднальним, затвердіння єднального, режимами високотемпературної обробки.

У зв'язку з цим порівняння властивостей вуглець-вуглецевих композиційних матеріалів необхідно робити з урахуванням складу, структури армування, технології виготовлення і напряму вирізки зразків цих матеріалів із заготівель вузлів і деталей [5, 13-16].

Щільність вуглецевих композиційних матеріалів залежно від вказаних вище чинників змінюється в межах $1,35 \cdot 10^3$ до $2,0 \cdot 10^3$ кг/м³ [17].

Для вуглецевих композиційних матеріалів відбувається збільшення механічних характеристик з підвищенням експлуатаційної температури. Це обумовлюється релаксацією залишкової напруги в результаті поліпшення пластичних властивостей з підвищенням температури і зниженням кількості мікродфектів внаслідок термічного розширення матеріалу при нагріві до температури виготовлення.

У таблиці 1.5 представлені механічні властивості зразків з вуглепластика на основі поліакрилонітрильних вуглецевих волокон ВМН-4 і фенолоформальдегідного єднального СФ-010 з отверджувачем гексаметилентетраміном, отриманих методом намотування під кутом $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$ та $\pm 60^\circ$ по відношенню до осі циліндричної заготівлі.

Таблиця 1.5 - Механічні властивості вуглепластика на основі ВМН-4 та СФ-010

Кут армування, °	Напрямок армування	σ_B , МПа	E, МПа	α , 1/К
30	по осі виробу	30,23±0,1	10077±2,1	-0,229·10 ⁻³
30	по кільцю виробу	3,97±0,1	1322±1,3	-0,3426·10 ⁻³
45	по осі	0,79±0,005	262,5±0,5	-0,296·10 ⁻³
45	по кільцю	0,79±0,005	262,5±0,5	-0,296·10 ⁻³
60	по осі	3,97±0,012	1322±1,3	-0,343·10 ⁻³
60	по кільцю	30,23±0,1	10077±2,5	-0,128·10 ⁻³

Для кожного виду вуглепластика визначені межі міцності на розтягування, модулі пружності і коефіцієнти лінійного температурного розширення в кільцевому і осьовому напрямках.

1.6 Основні елементи статистичної механіки структурно-неоднорідних середовищ

Структурно-неоднорідні середовища (композиційні матеріали) складаються з двох або більше компонентів, один з яких є матрицею, а інші - наповнювачами у вигляді кристалів, волокон або інших часток, що мають малі розміри в порівнянні з розмірами конструкції і спеціальні функціональні властивості, що забезпечують матеріал. Така будова композиційних матеріалів формує їм неоднорідну структуру на мікроскопічному рівні. На макроскопічному рівні першого порядку малості структура композиційних матеріалів приймається однорідною.

Для опису структури і властивостей композиційних матеріалів застосовуються статистичні методи. До класу A_n відносяться необмежено великі тіла з кінцевими розмірами компонентів, до класу B_n відносяться тіла з нескінченно малими розмірами структурних компонентів і до класу C_n - тіла скінченних розмірів зіскінченними характерними розмірами компонентів структурних елементів. Індекс n означає число елементів малості, на які розбивається тіло при розв'язанні статистичних крайових задач[18].

Найпростіше описуються властивості композиційних матеріалів у межах статистичного середовища класу B_2 . У цьому підході разом з елементами першого порядку малості d^1V вводяться елементи другого порядку малості d^2V . На елементах першого порядку малості d^1V задаються властивості композиційного матеріалу в цілому, а на елементах d^2V - властивості компонентів композиту.

З метою опису мікроструктурних властивостей композиційного матеріалу у межах середовища класу B_2 вводяться випадкові індикаторні функції $\lambda_k(\vec{x})$, які задаються співвідношеннями [13, 18]:

$$\lambda_k(\vec{x}) = \begin{cases} 1, & M(\vec{x}) \in L_k; \\ 0, & M(\vec{x}) \notin L_k, \end{cases} \quad (1.1)$$

де $M(\vec{r})$ - дана точка середовища з координатами, заданими радіус-вектором \vec{r} ;

L_k - множина точок, що належать компоненту композиційного матеріалу з номером k .

З умови суцільності композиційного матеріалу на індикаторну функцію накладаються обмеження у виді:

$$\sum_{k=1}^N \lambda_k(\vec{r}) = 1, \quad (1.2)$$

де N - число компонентів в композиційному матеріалі.

Вважатимемо, що властивості кожного компонента композиційного матеріалу в точці $M(\vec{r}) \in$ випадковими величинами θ^k . Властивості композиційного матеріалу $\theta(\vec{r})$ у цій точці $M(\vec{r})$ дорівнюють θ^k за умови, що в цій точці знаходиться компонента k , тобто $\lambda_k(\vec{r}) = 1$. В цьому випадку величину випадкової властивості композиту $\theta(\vec{r})$ можна представити через індикаторні функції

$$\theta(\vec{r}) = \sum_{k=1}^N \theta^k \cdot \lambda_k(\vec{r}) \quad (1.3)$$

Співвідношення (1.3) дозволяє описати випадкове поле властивостей композиційного матеріалу. Під величиною θ можна розуміти модулі

пружності матеріалів, коефіцієнти теплопровідності, коефіцієнти термічного розширення тощо.

Для опису випадкового поля властивостей задають його статистичні характеристики - моментні функції першого, другого рангів тощо. Моментна функція першого рангу визначиться за формулою

$$C = \langle \theta \rangle = \sum_{\kappa=1}^N C_{\kappa} \cdot P_{\kappa}, \quad (1.4)$$

де $\langle \dots \rangle$ - оператор статистичного усереднювання;

$$C_{\kappa} = \langle \theta_{\kappa} \rangle; \quad P_{\kappa} = \langle \lambda_{\kappa} \rangle.$$

Моментну функцію довільного n -го рангу визначають за формулою

$$K_{\theta}^n = \langle \theta^n \rangle = \langle \theta - \langle \theta \rangle \rangle^n. \quad (1.5)$$

Під дією зовнішніх сил в об'ємі композиційного матеріалу створюється випадкове мікроструктурне напруження ξ_{ij} , що діє на майданчиках $\Delta^{\mu} s_i$, лінійні розміри яких відповідають другому порядку малості

$$\Delta^{\mu} x_i = \ell_i \cdot \varepsilon^2, \quad (1.6)$$

де ℓ_i - характерний розмір тіла;

ε - мала величина, $\varepsilon \Rightarrow 0$,

$\Delta^{\mu} x_i$ - в середньому дещо менше характерних розмірів елементів структури.

ξ_{ij} - мікроструктурне напруження утворює симетричний тензор другого рангу, тобто $\xi_{ij} = \xi_{ji}$.

Усереднене мікроструктурне напруження ξ_{ij} на майданчиках першого порядку малості $\Delta^1 S_i$ відповідає макроскопічному напруженню або напруженню σ_{ij} , які вводяться на підставі гіпотез теорії пружності твердих середовищ, що деформуються.

Під впливом зовнішніх зусиль в композиційному матеріалі відбувається зміщення точок один відносно одного, яке оцінюється випадковим вектором переміщень $\chi_i(\vec{r})$. Якщо модуль вектору переміщень $\chi_i(\vec{r})$ можна зіставити з розмірами елементів другого порядку малості $\Delta^2 x = \ell \cdot \varepsilon^2$, то він буде вектором мікроскопічних переміщень. Модуль $\chi_i(\vec{r})$ може бути порівняний з розмірами першого порядку малості $\Delta x = \ell \cdot \varepsilon$, то в цьому випадку вектор $\chi_i(\vec{r})$ буде вектором макроскопічних переміщень і позначається $U_i(\vec{r})$. При детермінованих зовнішніх зусиллях вектор $U_i(\vec{r})$ є детермінованим.

У роботі Волкова С.Д. [13] доведено, що існує функціональна залежність векторів мікроскопічних і макроскопічних переміщень, яка має вигляд:

$$U_i(\vec{r}) = \langle \chi_i(\vec{r}) \rangle. \quad (1.7)$$

Разом з введенням векторів мікро- і макроскопічних переміщень вводяться поняття мікроскопічних ε_{ij} і макроскопічних e_{ij} деформацій. Макроскопічні деформації відповідають деформації об'ємів першого порядку малості $d^1 V$, мікроскопічні деформації - деформації мікроскопічних об'ємів $d^2 V$. Макро- і мікроскопічні деформації визначаються відповідними переміщеннями:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right); \quad (1.8)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \chi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \chi_j}{\partial x_i} \right). \quad (1.9)$$

Ці залежності показують, що макроскопічні деформації є детермінованими, а мікроскопічні деформації - випадковими.

Для пружних середовищ напруження і деформації пов'язані співвідношеннями узагальненого закону Гука:

$$\xi_{ij} = \theta_{ij\alpha\beta} \cdot \varepsilon_{\alpha\beta}; \quad (1.10)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ij\alpha\beta} \cdot e_{\alpha\beta}, \quad (1.11)$$

де $\theta_{ij\alpha\beta}$ - випадковий тензор модулів пружності мікроструктурних елементів композиційного матеріалу;

$C_{ij\alpha\beta}$ - тензор модулів пружності композиційного матеріалу в цілому;

α, β - індекси, що повторюються, по яких роблять підсумовування від 1 до 3.

2 ПРОГНОЗУВАННЯ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

2.1 Методи прогнозування властивостей композитів

Механіка композиційних матеріалів представляє розділ механіки деформівного твердого тіла в якому враховується мікроструктура. Перші роботи по механіці структурно – неоднорідних тіл опубліковані Фойгтом і Рейссом у кінці двадцятих років двадцятого століття. Метод прогнозування властивостей полікристалів в 1946 р. запропонували І.М. Ліфшицта Л.М. Розенцвейг. Запропонований метод ґрунтується на розв’язанні статистичної крайової задачі теорії пружності для металів, що мають хаотичний розподіл кристалітів. Подібний підхід розширений в роботах В.В. Болотина, С.Д. Волкова, Т.Д. Шермергора, Л.П. Хорошуна і їх співробітників [13,19-21, 42].

У роботах З. Хашина, С. Штрикмана, Б. Розена і інших розроблялися методи для оцінки меж ефективних модулів пружності гранульованих і волокнистих композитів. Методом варіаційного числення Хашин та Штрикман побудували вики для ефективних модулів пружності неоднорідних середовищ [21, 39-40].

Актуальними залишаються задачі, в яких розглядають середовища, що мають регулярну структуру. У розвитку цього підходу запропонований метод усереднювання диференціальних рівнянь зі швидко осцилюючими функціями [41]. Застосування цього методу дозволило вирішити задачу прогнозування характеристик композиційних матеріалів з регулярною структурою і складними властивостями [22, 23].

Теорія пружних середовищ з мікроструктурою, яка враховує ефектині локальності, дискретності і дисперсії властивостей викладена в публікації [24]. Розв’язується задача оцінки напружено-деформованого стану для середовищ з простою і складною структурами.

Найбільш комплексними видаються підходи до обчислення ефективних модулів пружності, коефіцієнтів теплового лінійного розширення, в'язкопружних характеристик мікроструктурних неоднорідних тіл, а також їх електротехнічних характеристик в роботах Т. Д. Шермергора [21].

Важливий напрям в механіці неоднорідних середовищ представляють пов'язані завдання накопичення ушкоджень і руйнування композиційних матеріалів і конструкцій.

У роботах [43-45] запропоновані методи розв'язання крайових задач механіки руйнування. Автори роботи [13] приводять кінцеві співвідношення для практичного розрахунку пружних характеристик і оцінки руйнування двокомпонентних середовищ з дефектами.

Досить повно розглянута можливість оцінки деформаційної анізотропії в роботах [9, 27, 28, 25]. Врахування деформаційної анізотропії, процесів зносу і руйнування має важливе значення для оцінки надійності фрикційних елементів у вузлах зчеплення високонавантажених вузлів і механізмів.

У більшості високотемпературних процесів при виробництві композиційних матеріалів реалізуються термохімічні перетворення компонентів.

При затвердінні композиційних матеріалів на основі термореактивних матриць формується залишкове мікроструктурне напруження. У роботах [29, 30] представлені варіанти розрахунку залишкового термохімічного напруження, що виникає в процесі нагріву, затвердіння і охолодження композитів. Термоструктурні перетворення і їх вплив на фізико - механічні характеристики композиційних матеріалів найбільш важливо враховувати для зниження процесів дефектоутворення при карбонізації вуглепластиків [7, 31, 32, 46].

2.2 Моделювання властивостей композиційних матеріалів

Структурний склад композиційних матеріалів має два або більше компоненти. Геометрична форма і розміри компонентів композиту можуть бути нуль-мірними, одновимірними і двовимірними. За структурою та видами розташування структурних елементів в об'ємі композиту матеріали бувають ізотропними і анізотропними рисунок 1.1 [1, 4, 13, 33, 34].

Прогнозування властивостей композиційних матеріалів базується на побудові моделей. Однією з найбільш простих є модель механічної суміші, яка представляється у вигляді [18]:

$$\theta^0 = \sum_{k=1}^N \theta^k \cdot p_k, \quad (2.1)$$

де θ^0 - властивість композиційного матеріалу;

θ^k - властивість компонента з номером k ;

p_k - об'ємний вміст компонента k ;

N - кількість компонентів.

Модель механічної суміші дає можливість отримати прийнятні результати по прогнозуванню не векторних або не тензорних властивостей композиційних матеріалів типу (наприклад, щільність).

У рамках моделей механічної суміші векторні і тензорні властивості композиційних матеріалів визначаються з малою точністю.

Точність прогнозування властивостей композиційних матеріалів значно підвищується із застосуванням моделі статистичної суміші:

$$\theta(\vec{r}) = \sum_{k=1}^N \theta^k \cdot \lambda_k(\vec{r}), \quad (2.2)$$

де $\lambda_x(\bar{x})$ - випадкова індикаторна функція.

Модель статистичної суміші припускає використання неоднорідного тіла класу B_2 , у якому вводяться елементи першого порядку малості dV^1 і другого порядку малості dV^{11} . На елементах dV^1 задаються властивості композиційного матеріалу в цілому, а на елементах dV^{11} – властивості компонентів матеріалу.

Ці моделі дозволяють враховувати властивості кожного компонента композиційного матеріалу і їх статистичний розкид, форму і розташування компонентів за об'ємом і взаємний вплив компонентів один на одного. Моделі цього типу широко використовуються в статистичній механіці структурно-неоднорідних середовищ, на основі цих моделей виходять формули для розрахунку фізико-механічних характеристик композиційних матеріалів.

2.3 Методика розрахунку механічних характеристик композитів, армованих волокнами

Опис особливостей структури і механічної поведінки композиційних матеріалів в умовах різних видів навантаження можна здійснити на основі статистичного підходу. У цих межах модель композиту можна представити у вигляді статистичної суміші [35, 36, 37]:

$$Q_{ijmn}(\vec{r}) = \sum_{\gamma=1}^N Q_{ijmn}^{\gamma} \left[I_{\alpha\beta mn} - \omega_{\alpha\beta mn}^{\gamma} \right] \cdot \lambda^{\gamma}(\vec{r}), \quad (2.3)$$

де θ_{ijmn} - випадковий модуль пружності композиту;

Q_{ijmn}^{γ} - випадковий модуль пружності компонента с номером i ;

$I_{\alpha\beta mn}$ - одиничний тензор четвертого рангу;

$\omega_{\alpha\beta mn}^{\gamma}$ - випадкові тензорні функції, які описують появу і накопичення ушкоджень в структурі компонентів композиту с номером і;

$\lambda^{\gamma}(\vec{r})$ - індикаторні функції компонентів композиційного матеріалу с номером і.

По індексах, що повторюються, в співвідношенні (2.3) і надалі робиться підсумовування від 1 до 3.

Узагальнений закон Гуку може бути записаний у вигляді:

$$\xi_{ij} = \theta_{ij\alpha\beta} \cdot \varepsilon_{\alpha\beta}, \quad (2.4)$$

де ξ_{ij} - тензор випадкового мікроскопічного напруження;

ε_{mn} - тензор випадкових мікроскопічних деформацій.

Після проведення усереднювання рівняння (2.4) по сумі реалізацій, отримуємо співвідношення

$$\sigma_{ij} = \left(\langle \theta_{ij\alpha\beta} \rangle + \left\langle \theta_{ij\gamma\delta}^0 \cdot \Phi_{\gamma\delta\alpha\beta} \right\rangle \right) \cdot e_{\alpha\beta}, \quad (2.5)$$

де $\langle \dots \rangle$ - оператор статистичного усереднювання;

Φ_{ijmn} - випадковий функціонал, який залежить від властивостей середовища;

$$\sigma_{ij} = \langle \xi_{ij} \rangle; \quad e_{ij} = \langle \varepsilon_{ij} \rangle; \quad \theta_{ijmn}^0 = \theta_{ijmn} - \langle \theta_{ijmn} \rangle.$$

Вираз, що стоїть в круглих дужках правої частини співвідношення (2.5), є макроскопічним модулем пружності композиційного матеріалу [47]:

$$C_{ijmn} = \langle \theta_{ijmn} \rangle + \langle \theta_{ij\alpha\beta}^0 \cdot \Phi_{\alpha\beta mn} \rangle. \quad (2.6)$$

Визначення макроскопічного модуля пружності композиційного матеріалу робиться ітераційним процесом обчислення функціонала Φ_{ijmn} з використанням співвідношення

$$\Phi_{ijmn} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial \rho_{ijmn}}{\partial \chi_j} - \frac{\partial \rho_{ijmn}}{\partial \chi_i} \right], \quad (2.7)$$

де G_{ij} - функція Гріна для ізотропного суцільного середовища;

V - об'єм композиційного матеріалу;

$$\rho_{ijmn} = \sum_{s=1}^{\infty} \rho_{ijmn}^{(s)};$$

$$\rho_{ijmn} = \int_V \frac{\partial G_{i\alpha}}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial}{\partial x'_\gamma} \cdot \left(\theta_{\alpha\beta\gamma\delta} - \frac{\partial \rho_{jmn}^{(s-1)}}{\partial x_\delta} \right) dV'.$$

Підставляючи співвідношення (2.3) і (2.7) у вираз (2.6), виходять формули для обчислення модулів пружності композиційного матеріалу.

Для двокомпонентних трансверсально-ізотропних композиційних матеріалів модулі пружності обчислюють по формулах [13]:

$$C_{1111} = \ell + 2G + P \cdot (1 - P) \cdot \left[\frac{g \cdot (\ell^* + G^*)}{1 - g \cdot (\ell^* + G^*) \cdot (1 - 2P)} + \frac{S \cdot \ell^{*2}}{1 - S \cdot G^* \cdot (1 - 2P)} \right]; \quad (2.8)$$

$$C_{1122} = \ell + P \cdot (1 - P) \cdot \left[\frac{g \cdot (\ell^* + G^*)^2}{1 - g \cdot (\ell^* + G^*) \cdot (1 - 2P)} + \frac{S \cdot G^{*2}}{1 - S \cdot G^* \cdot (1 - 2P)} \right]; \quad (2.9)$$

$$C_{1133} = \ell + \left[\frac{P \cdot (1 - P) \cdot g \cdot \ell^* \cdot (\ell^* + G^*)}{1 - g \cdot (\ell^* + G^*) \cdot (1 - 2P)} \right]; \quad (2.10)$$

$$C_{2323} = G + \left[\frac{P \cdot (1-P) \cdot f \cdot G^{*2}}{1 - f \cdot G^* \cdot (1-2P)} \right]; \quad (2.11)$$

$$C_{3333} = \ell + 2G + \left[\frac{P \cdot (1-P) \cdot g \cdot \ell^{*2}}{1 - g \cdot (\ell^* + G^*) \cdot (1-2P)} \right], \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \text{де} \quad f &= -\frac{1}{2G}; & g &= -\frac{1}{\ell + 2G}; & S &= -\frac{\ell + 3G}{2G \cdot (\ell + 2G)}; \\ \ell^* &= \ell^I - \ell^{II}; & G^* &= G^I - G^{II}; & \ell &= \ell^I \cdot P + \ell^{II} \cdot (1-P); \\ G &= G^I \cdot P + G^{II} \cdot (1-P); & \ell^I &= K^I - \frac{2}{3}G^I; & \ell^{II} &= K^{II} - \frac{2}{3}G^{II}; \end{aligned}$$

P - об'ємний вміст армуючого компонента;

G^I , G^{II} - модулі зсуву першого і другого компонентів композиційного матеріалу, відповідно;

K^I , K^{II} - об'ємні модулі пружності першого і другого компонентів композиційного матеріалу, відповідно.

Технічні модулі пружності визначаються за формулами [13]:

$$E_1 = E_2 = \frac{[C_{3333} \cdot (C_{1111} + C_{1122}) - 2C_{1133}^2] \cdot (C_{1111} - C_{1122})}{C_{3333} \cdot C_{1111} - C_{1133}^2}; \quad (2.13)$$

$$E_3 = \frac{C_{3333} \cdot (C_{1111} + C_{1122}) - 2C_{1133}^2}{C_{3333} + C_{1122}}; \quad (2.14)$$

$$G_{12} = \frac{1}{2}(C_{1111} - C_{1122}); \quad (2.15)$$

$$G_{13} = C_{2323}. \quad (2.16)$$

Для композиційних матеріалів з хаотичним розташуванням армуючого компонента за об'ємом матеріалу модулі пружності обчислюються:

$$G^M = G - \frac{2G^{*2} \cdot (K + 2G) \cdot P \cdot (1 - P)}{5G \cdot (K + 4/3G) + 2G^* \cdot (K + 2G) \cdot (1 - 2P)}; \quad (2.17)$$

$$K^M = \frac{K^I \cdot K^{II} + 4/3G \cdot K}{K^I \cdot (1 - P) + K^{II} \cdot P - 4/3G}; \quad (2.18)$$

$$E^M = \frac{9K^M \cdot G^M}{3K^M + G^M}. \quad (2.19)$$

На основі формул перетворення тензорів при повороті осей і на правилі механічних сумішей розрахунок модулів пружності шаруватого композиційного матеріалу здійснюється за співвідношеннями [18, 38]:

$$C_{ijmn}^{c(\kappa)} = C_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(\kappa)} \cdot \ell_{\alpha i} \cdot \ell_{\beta j} \cdot \ell_{\gamma m} \cdot \ell_{\delta n}; \quad (2.20)$$

$$C_{ijmn}^n = \sum_{\kappa=1}^N C_{ijmn}^{c(\kappa)} \cdot \bar{h}^{(\kappa)}, \quad (2.21)$$

де $C_{ijmn}^{c(\kappa)}$ - модулі пружності армуючих компонентів в системі координат, які пов'язані з шаруватим композиційним матеріалом;

C_{ijmn}^n - модуль пружності армуючих компонентів в системі координат, який пов'язаний з кожним шаром;

ℓ_{ij} - направляючі косинуси повороту осей координат шарів,

$$\ell_{ij} = \cos(x_i x_j);$$

C_{ijmn}^n - модулі пружності шаруватого композиційного матеріалу;

$\bar{h}^{(\kappa)}$ - відносна товщина шару;

$$\bar{h}^{(\kappa)} = \frac{h^\kappa}{\sum_{i=1}^N h_i};$$

N - кількість шарів в композиційному матеріалі.

Характеристики міцності композиційного матеріалу обчислюються методом чисельного експерименту, який передбачає реалізацію ітераційного процесу за наступною схемою:

- завдання величини макроскопічної деформації e_{ij} ;
- розрахунок значення макроскопічного напруження σ_{ij} за формулою (2.5);
- перерахунок величини модулів пружності за формулою (2.3);
- перерахунок значення σ_{ij} по формулі (2.5) ξ_{ij} і отримання точки з координатами $(\sigma_{ij}^n, e_{ij}^n)$;
- збільшення значення деформації e_{ij}^n на величину приросту Δe_{ij} ;
- обчислення макроскопічного напруження σ_{ij}^n до тих пір, поки не буде виконано умову [37, 48]

$$\sigma_{ij}^n - \sigma_{ij}^{n-1} < 0. \quad (2.22)$$

Величина напруження σ_{ij}^n і деформації e_{ij}^n , які обумовлюють порушення умови (2.22), відповідають межі міцності і граничної деформації композиційного матеріалу.

3 РЕАЛІЗАЦІЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ПРОГНОЗУВАННЯ МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ КОМПОЗИТІВ

3.1 Розробка алгоритму

Обчислювальний процес організовується відповідно до алгоритму, блок-схема якого представлена на рис. 3.1.

Спочатку розраховують пружні характеристики кожного компонента композиту. Закінчується обчислювальний процес розрахунком граничних значень напружень і деформацій при одновісному розтягуванні композиту в площині армування. Після розрахунку виводяться розрахункові значення визначуваних характеристик.

Розрахунок модулів пружності - блок 2. У цьому блоці алгоритму робиться вичислення середніх модулів пружності композиційного матеріалу за формулою (2.6). Потім обчислюються пульсації модулів пружності кожного компонента і композиту в цілому.

Обчислюються компоненти тензора φ_{ijmn} по формулам (2.3), (2.7). Обчислюються макроскопічні модулі пружності композиту C_{ijmn} по формулі (2.6). У 3 блоці алгоритму обчислюються компоненти тензора макроскопічного напруження по формулі (2.5).

У 4 блоці обчислюються середні значення і моменти другого порядку розподіли мікроскопічного напруження кожного компонента композиту. Обчислюється для кожного компонента композиту вірогідності появи їх ушкодження ω_i ($i = 1, k$).

По формулах (2.3) обчислюються модулі пружності композиту з урахуванням ушкоджень кожного компонента, що з'явилися.

Обчислюються зміни макроскопічного напруження при заданій макроскопічній деформації.

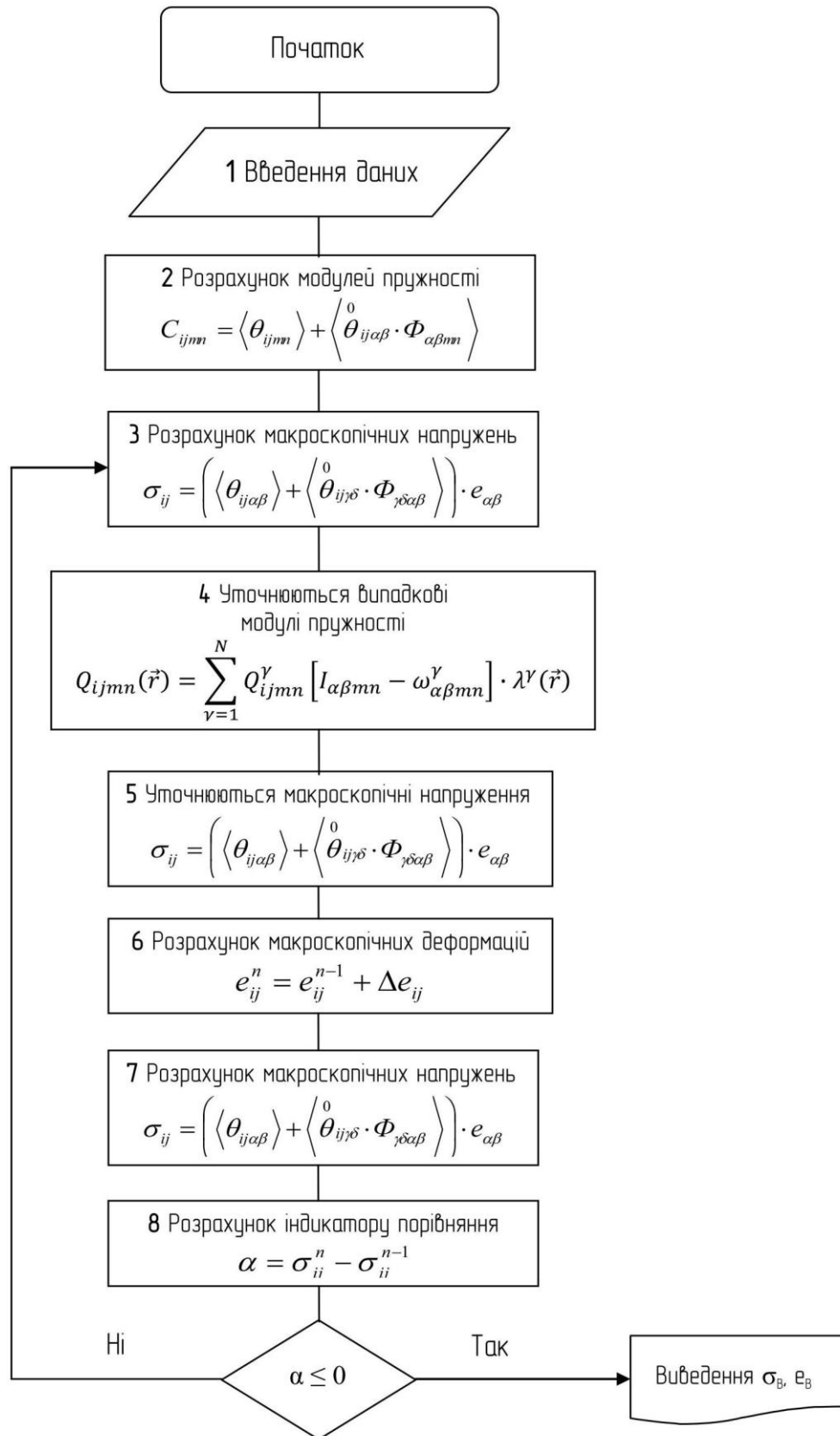


Рисунок 3.1 - Блок-схема для розрахунку модулів пружності та межі міцності

У блоці 6 обчислюється макроскопічна деформація на n -ному циклі розрахунків.

У блоці 7 обчислюються нові значення макроскопічного напруження на n -ному і $(n - 1)$ циклі – α .

При зміні знаку індикатора на n -ному циклі з додатного на від'ємне значення макроскопічного напруження на $(n - 1)$ циклі розраховують межу міцності при розтягуванні.

При позитивних значеннях α розрахунок переходить на наступний цикл, починаючи з блоку 3.

3.2 Розробка програми розрахунку модулів пружності та межі міцності

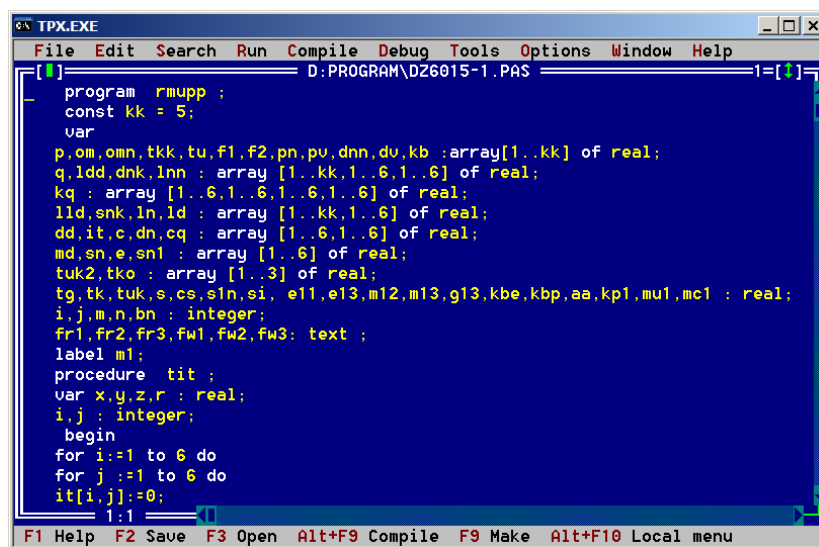
Програма розроблена по алгоритму (рис. 3.1) і складається з 22 підпрограм для обчислювальних процедур у відповідності з блок - схемою алгоритму і отримання результатів.

Підпрограми спрямовані на обчислення ізотропного тензора четвертого рангу I_{ijkl} , модулів пружності композиту в цілому, дисперсії модулів пружності композиту, середніх значень накопичених ушкоджень компонентів композиту, кореляційних моментів деформацій і індикаторних функцій, дисперсії мікродеформацій, середніх значень діючого напруження в компонентах композиту, середніх значень діючого напруження в композиті, моментів третього порядку спільного розподілу мікродеформацій і індикаторних функцій, дисперсій розподілу мікронапружень в компонентах композиту і в композиті, умов руйнування компонента композиту.

Початкові дані задаються по кожному компоненту композиту. Волокнисті компоненти можуть мати трансверсально – ізотропний вигляд, анізотропії і властивості по напрямках задаються по середніх значеннях і їх дисперсіях.

Матричний матеріал вважається ізотропним, властивості також визначаються середніми значеннями і дисперсіями.

Програма призначена для розрахунку модулів пружності та межі міцності ізотропних багатокомпонентних композиційних матеріалів с трансверсально-ізотропними компонентами. Програма написана в середовищі Турбо Паскаль та представлена в додатку А. Вигляд сторінки представлено на рис. 3.2



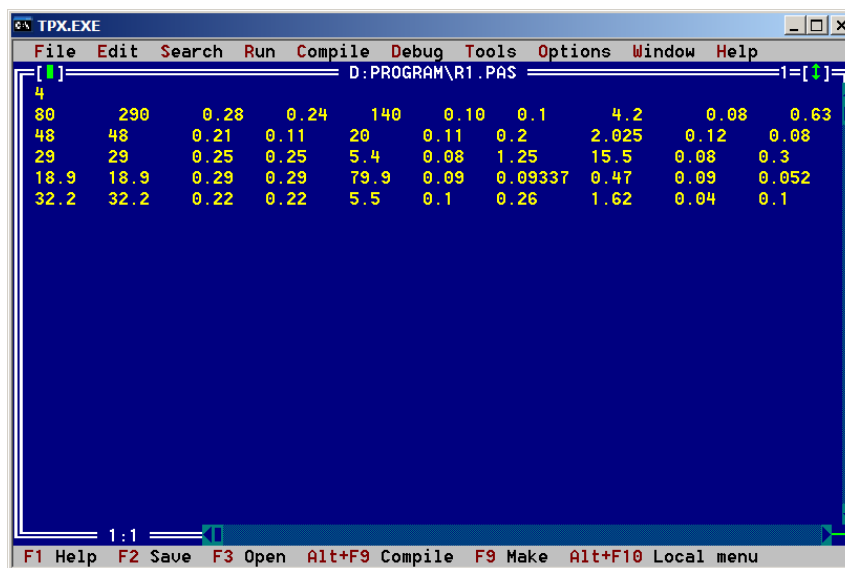
```

program rmupp ;
const kk = 5;
var
p,om,omn,tkk,tu,f1,f2,pn,pv,dnn,dv,kb :array[1..kk] of real;
q,ldd,dnk,lnn : array [1..kk,1..6,1..6] of real;
kq : array [1..6,1..6,1..6,1..6] of real;
lld,snk,ln,ld : array [1..kk,1..6] of real;
dd,it,c,dn,cq : array [1..6,1..6] of real;
md,sn,e,sn1 : array [1..6] of real;
tuk2,tko : array [1..3] of real;
tg,tk,tuk,s,cs,sln,sl, e11,e13,m12,m13,g13,kbe,kbp,aa,kp1,mu1,mc1 : real;
i,j,m,n,bn : integer;
fr1,fr2,fr3,fw1,fw2,fw3: text ;
label m1;
procedure tit ;
var x,y,z,r : real;
i,j : integer;
begin
for i:=1 to 6 do
for j :=1 to 6 do
it[i,j]:=0;

```

Рисунок 3.2 – Вигляд програми для розрахунку модулів пружності та межі міцності ізотропних багатокомпонентних композиційних матеріалів з трансверсально-ізотропними компонентами

Вихідні дані формуються у файлі R1.PAS (рис. 3.3)



```

4
80      290      0.28      0.24      140      0.10      0.1      4.2      0.08      0.63
48      48       0.21      0.11      20       0.11      0.2      2.025    0.12      0.08
29      29       0.25      0.25      5.4      0.08      1.25     15.5     0.08      0.3
18.9    18.9     0.29      0.29      79.9     0.09      0.09337  0.47     0.09      0.052
32.2    32.2     0.22      0.22      5.5      0.1       0.26     1.62     0.04      0.1

```

Рисунок 3.3 – Вигляд сторінки з вихідними даними R1.PAS

У файлі R1.PAS початкові дані набираються в $N + 1$ рядок.

Перший рядок - число компонентів в композиті N . Решта N рядків містить дані по кожному компоненту в структурі:

E11, E33, M12, M13, G13, KBE, PN, PV, KBP, P

- де:
- E11 - модуль пружності по осі X1;
 - E33 - модуль пружності по осі X3;
 - M12 - коефіцієнт Пуассона по осях X1, X2;
 - M13 - коефіцієнт Пуассона по осях X1, X3;
 - G13 - модуль зсуву по осях X1, X3;
 - KBE - коефіцієнт варіації модулів пружності;
 - PN - межа міцності на стиск;
 - PV - межа міцності на розтяг;
 - KBP - коефіцієнт варіації меж міцності;
 - P - вміст компоненту в композиті.

Результати розрахунку автоматично транслюються у файл з ім'ям RDMPP.PAS (рис. 3.4)

```

TPX.EXE
File Edit Search Run Compile Debug Tools Options Window Help
D:\PROGRAM\RDMP.PAS
predel proznoctu = 2.2292665045E+00
predelna deformaciya = 1.3000000000E-02
modul uprugosti E= 2.0913974961E+02
modul cdviga G= 8.6145957996E+01
koeffizient puassona mu= 2.1386861599E-01
1:1
F1 Help F2 Save F3 Open Alt+F9 Compile F9 Make Alt+F10 Local menu

```

Рисунок 3.4 – Вигляд сторінки з результатами розрахунку

3.3 Оцінка механічних характеристик ізотропних композитів на основі анізотропних волокнистих наповнювачів

Розрахунки проводили на наступних групах зразків:

- 1) композиційний матеріал на основі вуглецевих волокон та зв'язуючого;
- 2) композиційний матеріал на основі вуглецевих волокон, скляних волокон та зв'язуючого;
- 3) композиційний матеріал на основі вуглецевих волокон, скляних волокон і базальтових волокон та зв'язуючого.

В якості зв'язуючого використовували фенолоформальдегідну смолу новолачного типу з отверджувачем на основі гексаметілентетраміну.

Механічні характеристики компонентів композитів представлені в таблиці 3.1

Таблиця 3.1 – Вихідні дані для розрахунку

	E_1	E_3	μ_{12}	μ_{13}	G_{13}	k_{be}	p_n	p_v	k_{bp}
Вуглецеве волокно	80	290	0,28	0,24	140	0,10	0,1	4,2	0,08
Зв'язуюче	2,9	2,9	0,25	0,25	0,54	0,08	0,0125	0,155	0,08
Скляне волокно	71,05	71,05	0,27	0,27	31,6	0,05	0,08	0,3	0,07
Базальтове волокно	94,0	94,0	0,29	0,29	37,0	0,10	0,12	0,4	0,05

Характеристики міцності композиційних матеріалів розраховували по розробленій програмі (Додаток А).

Результати розрахунків представлені в таблиці 3.2 та у вигляді графіків рис. 3.5 – 3.13.

Таблиця 3.2 - Структура та властивості хаотично армованих багатокомпонентних композиційних матеріалів

Наповнювач, %			Механічні характеристики		
Вуглецеве волокно	Скляне волокно	Базальтове волокно	Межа міцності на розтяг σ_B , ГПа	Модуль Юнга E, ГПа	Модуль зсуву G, ГПа
30	-	-	1,51	138,9	91,9
40	-	-	1,85	143,3	108,4
50	-	-	2,07	147,7	117,0
67	-	-	2,45	151,5	121,2
75	-	-	2,95	158,6	128,9
50	10	-	1,75	151,3	121,1
40	20	-	1,25	150,6	120,8
30	30	-	0,83	147,9	116,5
20	40	-	0,52	139,1	104,2
15	45	-	0,42	128,8	96,1
10	50	-	0,36	108,4	82,0
30	30	10	0,540	127,3	109,5
30	20	20	0,550	131,1	116,9
30	10	30	0,557	134,8	120,3
30	5	35	0,561	136,7	122,1

При малому вмісті вуглецевих волокон, які мають характеристики, що значно розрізняються, у напрямі волокна і в радіальному напрямі, сильніше впливає матричний матеріал. У зв'язку з цим, збільшення характеристик міцності має пологіший вигляд. Зі збільшенням вмісту волокон вище 50% лінія зростання характеристик міцності має більший нахил (рис. 3.5).

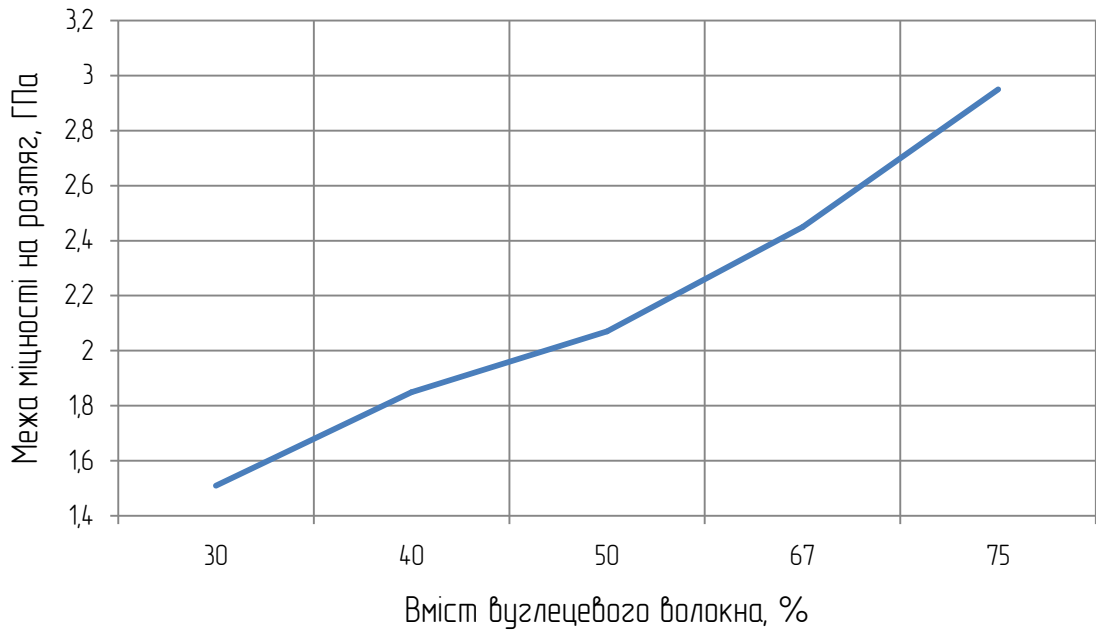


Рисунок 3.5 – Залежність межі міцності на розтяг композиційного матеріалу від вмісту вуглецевих волокон

Модуль пружності зі збільшенням вмісту вуглецевих волокон до 55% зростає лінійно. З наступним збільшенням вмісту волокон лінія на графіці має значно більший нахил (рис.3.6).

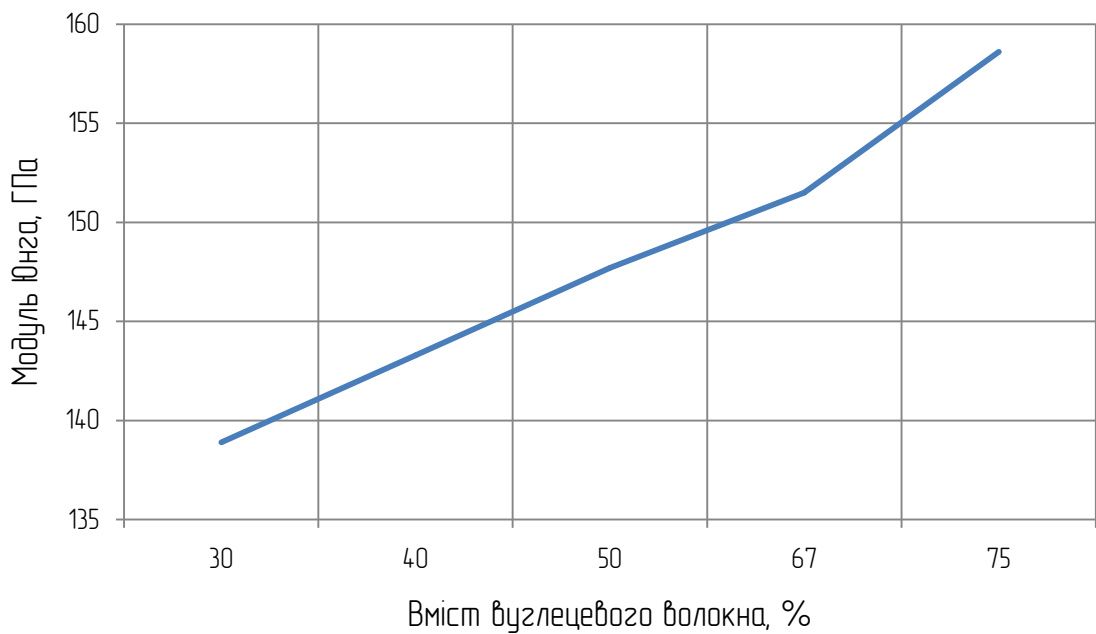


Рисунок 3.6 – Залежність модуля Юнга композиційного матеріалу від вмісту вуглецевих волокон

Модуль зрушення більшою мірою залежить від властивостей матричного матеріалу. Тому лінія графіку (рис 3.7) має істотно нелінійний характер.

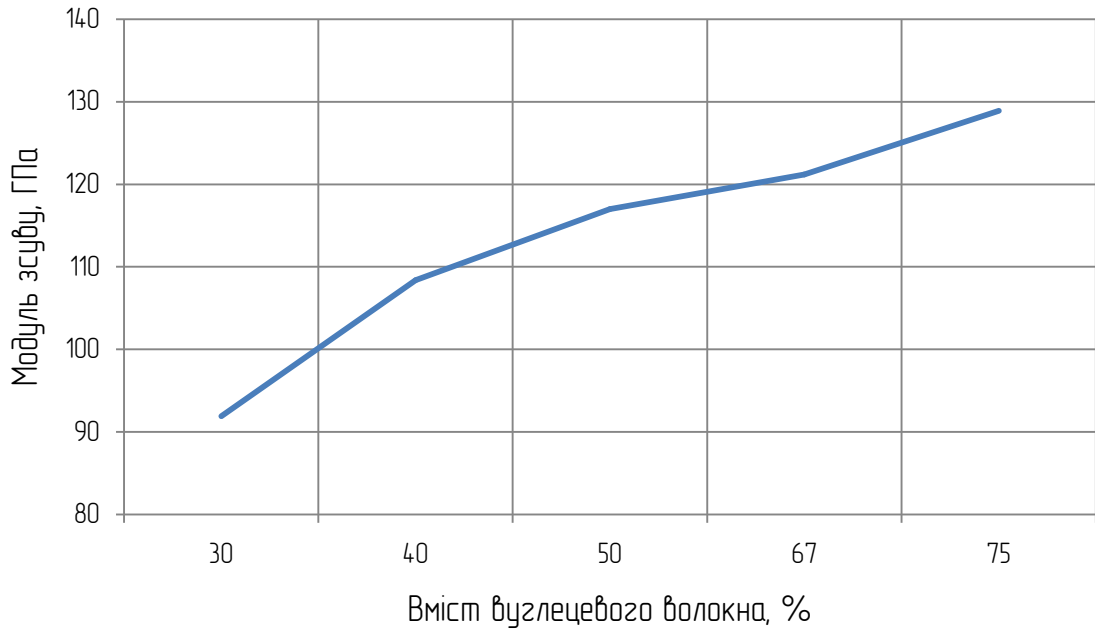


Рисунок 3.7 – Залежність модуля зсуву композиційного матеріалу від вмісту вуглецевих волокон

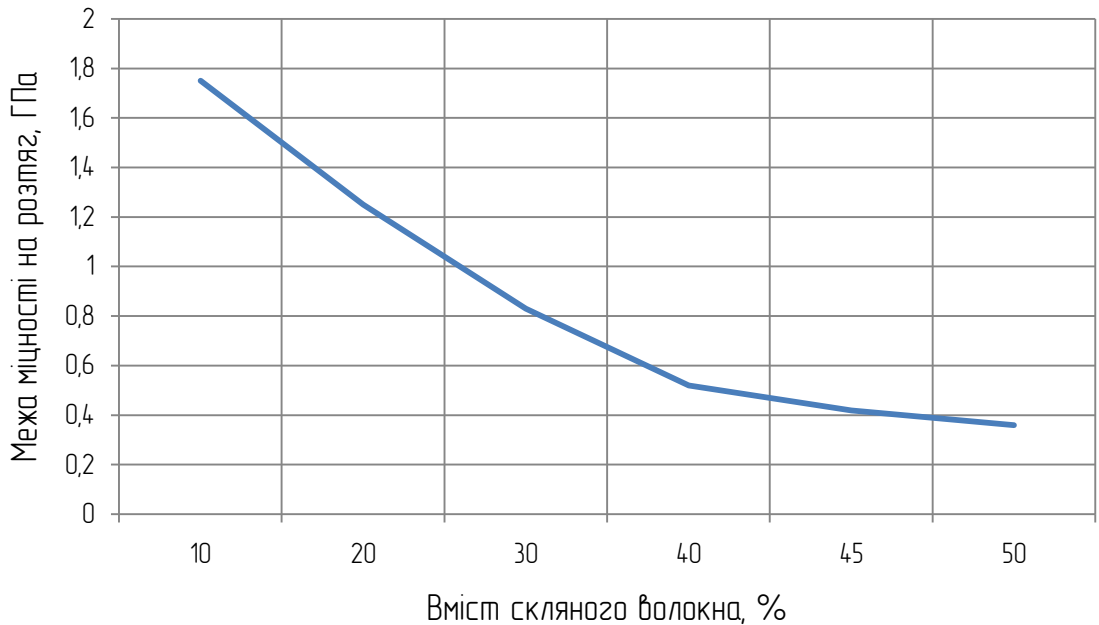


Рисунок 3.8 – Залежність межі міцності на розтяг композиційного матеріалу від вмісту скляних волокон

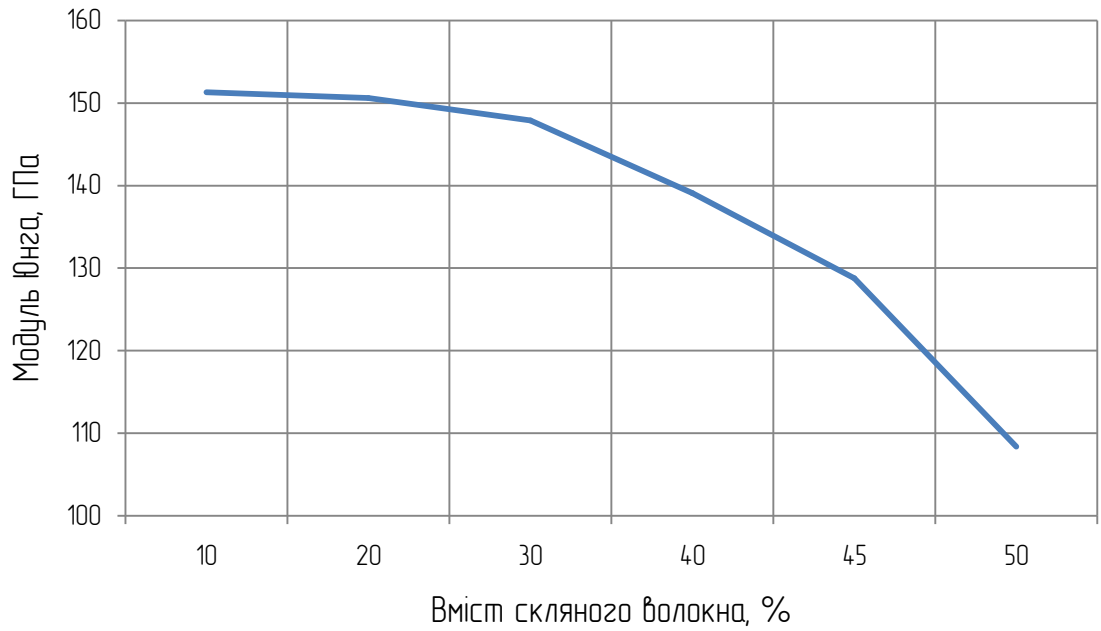


Рисунок 3.9 – Залежність модуля Юнга композиційного матеріалу від вмісту скляних волокон

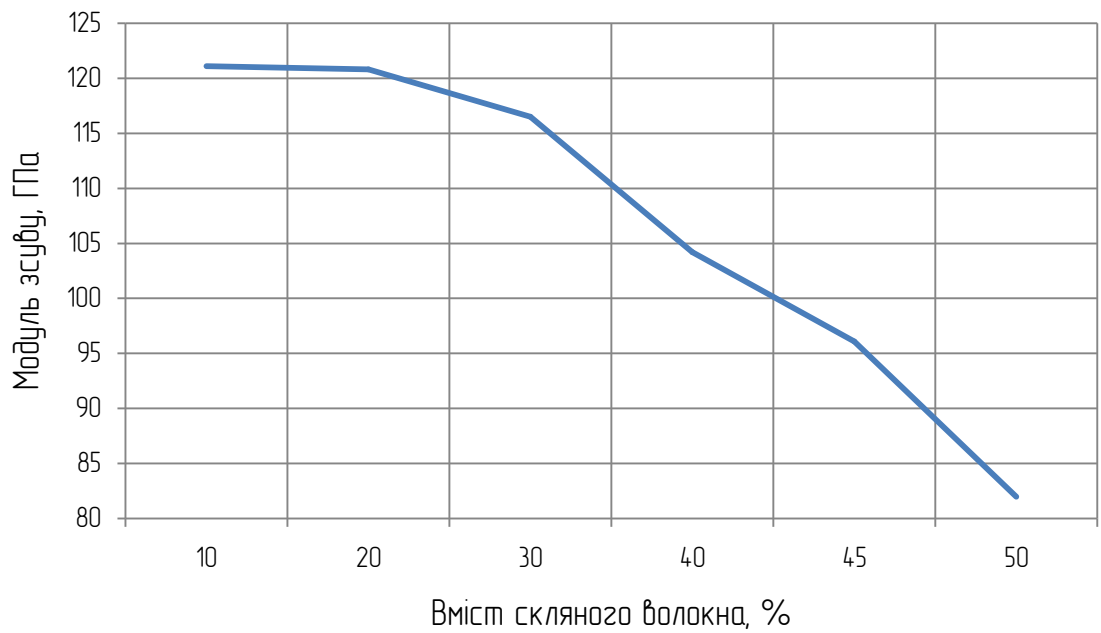


Рисунок 3.10 – Залежність модуля зсуву композиційного матеріалу від вмісту скляних волокон

Проведені розрахунки характеристик міцності і пружності композиційного матеріалу, армованого вуглецевими і скляними волокнами одночасно. При цьому ступінь армування волокнами залишалася величиною

постійної і рівної 60%. Збільшення вмісту скляних волокон, що мають значно менші механічні характеристики в порівнянні з характеристиками вуглецевих, призводить до нелінійного зниження як характеристик міцності, так і пружності (рис.3.8, 3.9, 3.10).

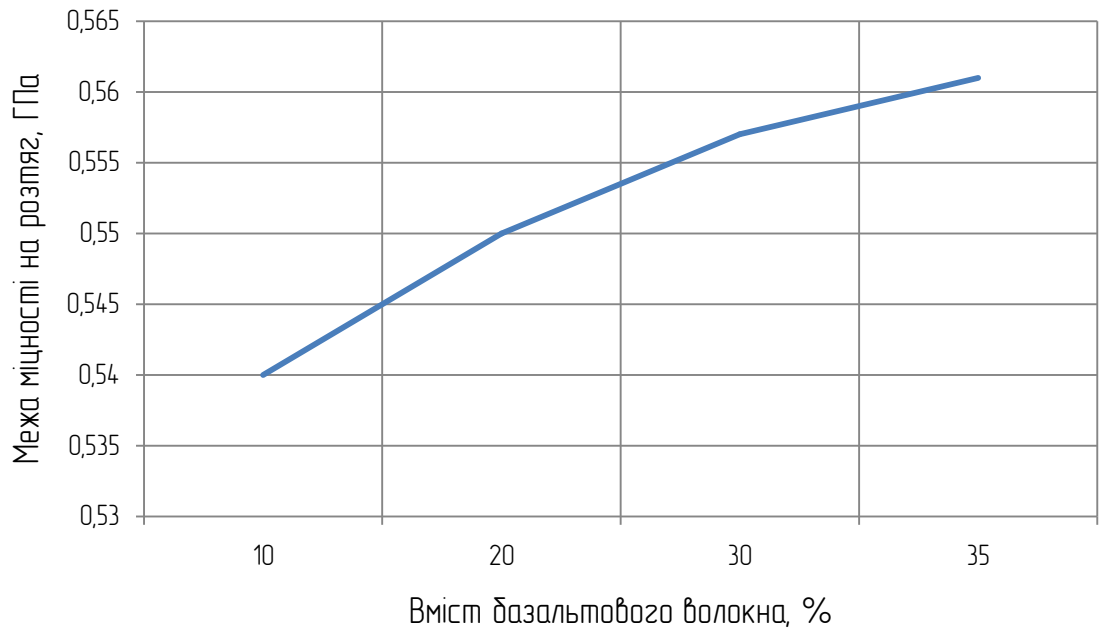


Рисунок 3.11 – Залежність межі міцності на розтяг композиційного матеріалу від вмісту базальтових волокон

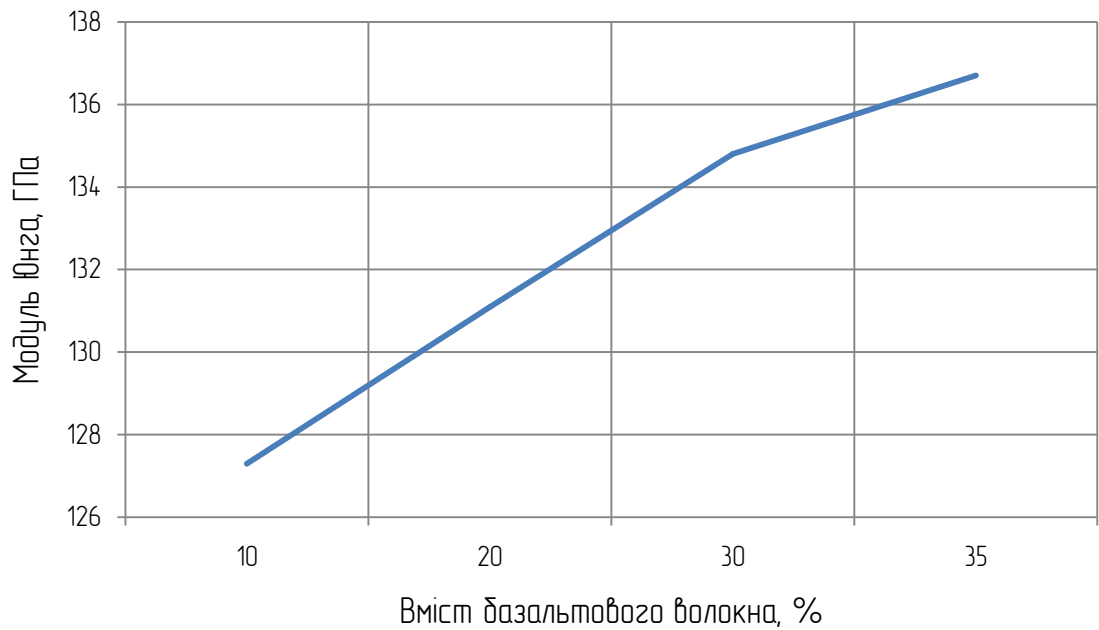


Рисунок 3.12 – Залежність модуля Юнга композиційного матеріалу від вмісту базальтових волокон

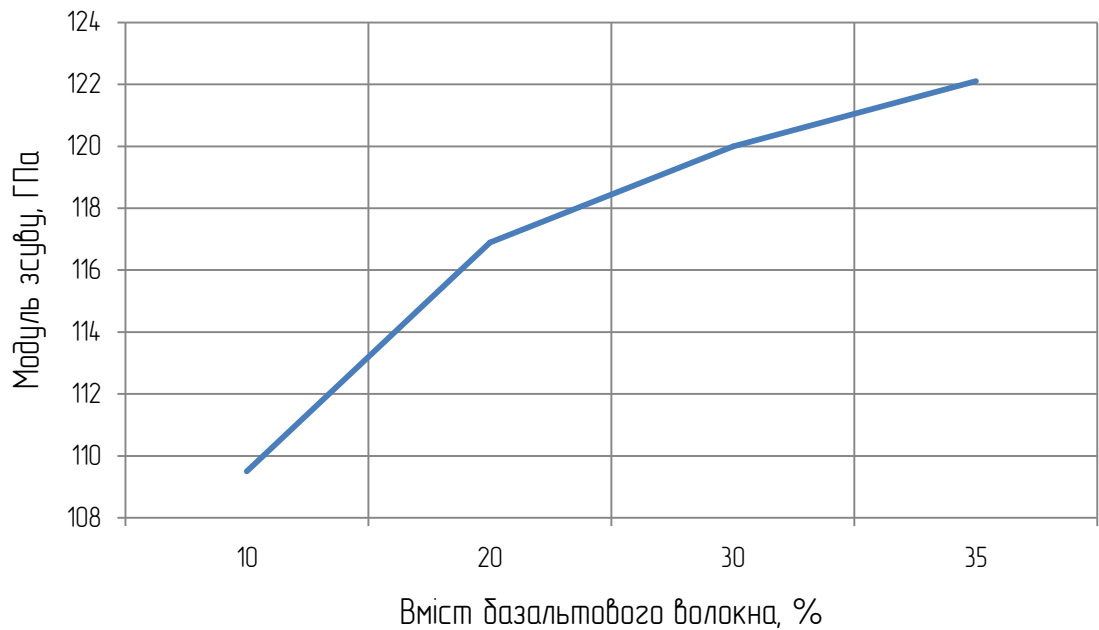


Рисунок 3.13 – Залежність модуля зсуву композиційного матеріалу від вмісту базальтових волокон

Представлені результати розрахунку механічних характеристик композиційного матеріалу з одночасним армуванням вуглецевими, скляними і базальтовими волокнами. Для усіх варіантів армування ступінь вмісту волокон залишалася постійною на рівні 70%. При цьому вміст вуглецевих волокон не змінювався і складав 30%. На графіках рис. 3.11, рис. 3.12 і рис. 3.13 представлені криві залежності міцності, модуля пружності і модуля зрушення від вмісту міцніших і пружних базальтових волокон. Усі графіки представлені кривими, що нелінійно зростають зі збільшенням вмісту базальтових волокон.

ВИСНОВКИ

У даній кваліфікаційній роботі магістра розв'язано задачу визначення ефективних модулів пружності та межі міцності для ізотропних різномодульних волокнистих композитів при хаотичному армуванні волокнами. При цьому фізико-механічні характеристики матриці та волокна розглядалися як випадкові величини і при розрахунку замінялись на їх математичні сподівання (середні значення) та їх дисперсіями, визначені експериментальним шляхом.

У першому розділі кваліфікаційної роботи магістра розглянуто структуру та властивості волокнистих композиційних матеріалів, а також їх компонентів – матриці та волокна. Другий розділ магістерського дослідження висвітлює основні сучасні підходи до прогнозування фізико-механічних властивостей композиційних матеріалів та основні методи гомогенізації, що застосовуються у механіці композитів.

Розглянуто методику розрахунку модулів пружності та межі міцності композитів, хаотично армованих волокнами, що застосована у магістерському дослідженні. На основі цієї методики у третьому розділі роботи розроблено алгоритм та програму розрахунку залежностей ефективних характеристик композиту від частки волокон у матеріалі композиту. Побудовано відповідні графіки залежності характеристик міцності та пружності для хаотично армованих композиційних матеріалів, армованих різними типами волокон анізотропного і ізотропного виду, виконано аналіз отриманих результатів.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Костиков В. И., Варенков А. Н. Сверхвысокотемпературные композиционные материалы: М. : Интермет Инжиниринг, 2003. – 560 с.
2. Соколкин Ю. В., Вотинов А. М., Ташкинов А. А. и др. Технология и проектирование углерод-углеродных композитов и конструкций: М. : Наука. Физматлит, 1996. – 240 с.
3. Варшавский В. Я. Композиционные материалы на основе углеродных волокон: *Химия и технология высокомолекулярных соединений*. – 1976. – Т. 8. – С. 67-121.
4. Буланов И. М. , Воробей В. В. Технология ракетных и аэрокосмических конструкций из композиционных материалов: М. : Изд-во МВТУ им. Н.Э.Баумана, 1998. – 516 с.
5. Андрианов К. А., Колесников С. А., Резанов В. М. Структура и свойства композиционных материалов с углеродной матрицей: *Доклады АН СССР*. – 1977. – Т. 234, № 5. – С. 1078-1081.
6. Андрианов К. А., Соседов В. П. Некоторые особенности получения новых термостойких армированных пластиков: *Доклады АН СССР*. – 1971. – Т. 200, № 6. – С. 1343-1344.
7. Кулаков В. В., Лукина Э. Ю. Изучение процесса карбонизации композиций на основе углеродных волокон и фурановых связующих: *Химия твердого топлива*. – 1976. – № 6. – С. 63-66.
8. Варшавский В. Я. Композиционные материалы на основе углеродных волокон: *Химия и технология высокомолекулярных соединений*. – 1976. – Т. 8. – С. 67-121.
9. Митюшов Е. А., Гельдт П. В., Адамеску Р. А. Обобщенная проводимость и упругость макрооднородных гетерогенных материалов: М. : Металлургия, 1992. – 145 с.

10. Кноп А., Шейб В. Фенольные смолы и материалы на их основе: М. : Химия, 1983. – 279 с.
11. Пластики конструкционного назначения: сб. научн. тр. под ред Е. Б. Тростянской. – М. : Химия, 1974. – 302 с.
12. Конкин А.А. Углеродные и другие жаростойкие волокнистые материалы: М. : Химия, 1974. – 375 с.
13. Волков С. Д., Ставров В. П. Статистическая механика композитных материалов: Минск : БГУ, 1978. – 205 с.
14. Работнов Ю. Н., Колесников С. А., Матицын В. С. Механические свойства композита с карбонизованной матрицей: *Механика полимеров*. – 1976. – № 2. – С. 235-240.
15. Варшавский В. Я. Композиционные материалы на основе углеродных волокон: *Химия и технология высокомолекулярных соединений*. – 1976. – Т. 8. – С. 67-121.
16. Колесников С. А. Дискретно-матричная модель для углерод-углеродных композиций: *Механика полимеров*. 1978. – № 3. – С. 387-393.
17. Бушуев Ю. Г., Персин М. И., Соколов В. А. Углерод-углеродные композиционные материалы. Справочник: М. : Металлургия, 1994. – 128 с.
18. Богачев И. Н., Вайнштейн А. А., Волков С. Д. Введение в статистическое металловедение: М. : Металлургия, 1972. – 216 с.
19. Болотин В. В., Москаленко В. Н. Макроскопические коэффициенты теплопроводности и диффузии в микронеоднородных твердых телах: *ПМТФ*. – 1967. – Вып. 6, № 6. – С. 156-163.
20. Хорошун Л. П. Термоупругие свойства тел, армированных однонаправленными волокнами со случайными искривлениями: *Прикладная механика*. – 1969. – Т. 5, Вып. 10. - С. 45-53.
21. Шермергор Т. Д. Теория упругости микронеоднородных сред: М. : Наука, 1977. – 399 с.

22. Гобрачев В. И. Эффективные механические характеристики неоднородных тел с периодической структурой: *Упругость и неупругость*. – М. : МГУ, 1977. – Вып. 5. – С. 7-11.
23. Победря Б. Е., Шешенин С. В. Некоторые задачи о равновесии упругого параллелепипеда: *Известия АН СССР. Механика твердого тела*. – 1981. – № 1. – С. 74-86.
24. Кунин И. А. Теория упругих сред с микроструктурой: М. : Наука, 1975. – 415 с.
25. Адамеску Р. А., Гельд П. В., Митюшев Е. А. Анизотропия физических свойств металлов: М. : Metallurgia, 1985. – 136 с.
26. Теснер П. А. Образование углерода из углеводородов газовой фазы: М. : Химия, 1972. – 136 с.
27. Васин Р. А. О применении СМ-ЭВМ для расчета упруго-пластических оболочек при сложном нагружении: *Методы расчета и проблемы прочности конструкций из современных материалов*. – Владивосток, 1983. – С. 82-93.
28. Васин Р. А., Столяров Н. Н. О применении СМ-ЭВМ к задачам расчета НДС пластин и оболочек: *Прикладная механика*. – 1984. – № 8. – С. 68-73.
29. Волков С. Д., Мендельсон В. М. К теории термоструктурных напряжений в армированных пластиках: *Механика полимеров*. – 1968. – № 5. – С. 45-51.
30. Ставров В. П., Дедюхин В. Г., Соколов А. Д. Технологические испытания реактопластов: М. : Химия, 1981. – 248 с.
31. Байгушев В. В. Промышленные испытания температурных режимов обжига полимерных карбоволокнитов: *сб. научн. трудов НИИГрафит*. – 1988. – Вып. 22. – С. 31-35.
32. Работнов Ю. Н., Колесников С. А., Матицын В. С. Механические свойства композита с карбонизованной матрицей: *Механика полимеров*. – 1976. – № 2. – С. 235-240.

33. Цыплаков О.Г. Научные основы технологии композиционных волокнистых материалов: Том 1. Пермь: Пермское кн. изд.1974.- 316с.
34. Цыплаков О. Г. Научные основы технологии композиционных волокнистых материалов: Пермь : Пермское книж. изд., 1974. – Т. 2. – 276 с.
35. Соколкин Ю. В., Скачков В. А., Танкеева М. Г. Исследование процессов деформирования и разрушения композитных материалов и конструкций при сложном нагруженном состоянии: *Механика конструкций из композиционных материалов*. – Новосибирск : Наука, 1984. – С. 97-101.
36. Скачков В.А. К расчету физико-механических характеристик карбонизованных углеродных композитов: *Композиционные материалы в промышленности (СЛАВПОЛИКОМ)*. – Киев : УИЦ «Наука, Техника, Технология», 2007. С.85-87.
37. Скачков В. А., Леонтьев В. Л., Соколкин Ю. В. О связи прочности и деформационных характеристик с разрушением композитных материалов: *Напряженно-деформированное состояние и прочность конструкций*. Свердловск : УНЦ АН СССР, 1982. – С. 56-62.
38. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела: М. : Наука, 1977. – 415 с.
39. Diener G., Raabe Ch., Weissbarth J. Bounds for the nonlocal effective properties of random media: *J. Mech. and Phys. Solids*. – 1982. – Vol. 30, N 5. – P. 305-322.
40. Kröner E. Bounds for effective elastic moduli disordered materials: *J. Mech. and Phys. Solids*. – 1967. – Vol. 15, N 5. – P. 319-324.
41. Бахвалов Н. С. Осреднение дифференциальных уравнений с частичными производными с быстро осциллирующими коэффициентами: *ДАН СССР*. – 1975. – № 3. – С. 516-519.
42. Костиков В. И., Белов Г. В. Гидродинамика пористых графитов: М. : Metallurgy, 1988. – 208 с.
43. Соколкин Ю. В., Ташкинов А. А. Механика деформирования и разрушения структурно-неоднородных тел.: М. : Наука, 1984. – 116 с.

44. Соколкин Ю. В., Ташкинов А. А. Статистические модели деформирования и разрушения композитов: *Механика композитных материалов*. – 1984. – № 5. – С. 844-849.

45. Вильдеман В. Э., Соколкин Ю. В., Ташкинов А. А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов: М. : Наука, 1997. – 288 с.

46. Борковських В. А., Борковських Н. М., Савин В. В. Вплив термомеханічної обробки вуглепластиків на зниження механічних напружень, виникаючих під час карбонізації: *Вопросы атомной науки и техники*. – Харьков : ННЦ «ХФТИ», 2006. – Вып. 1. – С. 110-113.

47. Тюкин А. В., Разборов А. Б., Байбарицкий А. А. Влияние контактного давления на трибо ЭДС в металл-полимерной паре трения: *Актуальные проблемы трибологии* : сб. научн. трудов. Т. 1. –М. : Машиностроение, 2007. – С. 446-455.

48. Скачков В. А., Соколкин Ю. В. Связанные задачи деформирования и разрушения композитных материалов и конструкций: *Пятый Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике*. – Алма-Ата : Наука, 1981. – С. 322.

ДОДАТОК А

Програма розрахунку модулів пружності та межі міцності композитів

```

program rmupp ;
constkk = 5;
var
p,om,omn,tkk,tu,f1,f2,pn,pv,dnn,dv,kb :array[1..kk] ofreal;
q,ldd,dnk,lmn : array [1..kk,1..6,1..6] of real;
kq : array [1..6,1..6,1..6,1..6] of real;
lld,snk,ln,ld : array [1..kk,1..6] of real;
dd,it,c,dn,cq : array [1..6,1..6] of real;
md,sn,e,sn1 : array [1..6] of real;
tuk2,tko : array [1..3] of real;
tg,tk,tuk,s,cs,sln,si, e11,e13,m12,m13,g13,kbe,kbp,aa,kp1,mu1,mc1 : real;
i,j,m,n,bn : integer;
fr1,fr2,fr3,fw1,fw2,fw3: text ;
label m1;
procedure tit ;
var x,y,z,r : real;
i,j : integer;
begin
for i:=1 to 6 do
for j :=1 to 6 do
it[i,j]:=0;
x:=8*cq[4,4]*(cq[1,2]+2*cq[4,4]);
r:=-4*(4*cq[1,2] +14*cq[4,4])/(15*x);
z:=-4*(6*cq[1,2]+16*cq[4,4])/(15*x);
it[1,1]:=r; it[2,2]:=r; it[3,3]:=r;
it[1,2]:=z; it[2,1]:=z; it[1,3]:=z; it[3,1]:=z;
it[3,2]:=z; it[2,3]:=z;
it[4,4]:=-8*(cq[1,2] +cq[4,4])/(15*x);
it[6,6]:=it[4,4];it[5,5]:=it[4,4];
end;
procedure pmk ;
var i,j,il : integer;
begin
for i:=1 to 6 do
for j:=1 to 6 do begin
cq[i,j]:=0;
for il:=1 to n do
cq[i,j]:=cq[i,j]+q[il,i,j] *p[il]*(1-om[il]);
end;end;
procedure dmod;
var i,j,m,n,k:integer;
s,s1:real;
begin
for i:=1 to 6 do
for j:=1 to 6 do
for m:=1 to 6 do
for n:=1 to 6 do
begin
s:=0;
for k:=1 to n do
s:=s+ q[k,i,j]*q[k,m,n]*((1-p[k])*(1-p[k])*sqr(p[k])*sqr(1- om[k]) +
sqr(p[k])*(1-om[k])*om[k]+
sqr(kb[k]*p[k]*(1-om[k]))));

```

```

kq[i,j,m,n]:=s;
end;end;
procedure omk1(bn: integer);
var i,k: integer; b,x: real;
oml,s: array [1..50] of real;
begin
  for k:=1 to n do begin  b:=(pv[k] - pn[k])/bn;
    for i:=1 to bn+1 do begin
x :=b*i+pn[k];
  s[i]:=exp(0 - sqr(x-snk[k,3])/(2*dnk[k,3,3]));
  end; oml[k]:=0;
  for i:=1 to bn do begin
oml[k]:=oml[k]+ b*(s[i]+s[i+1])/2;end;
om[k]:=1-oml[k]/sqrt(6.28* abs(dnk[k,3,3]));
end; end;
  procedure llldf(n:integer) ;
var i,j,m,k:integer;
s,s1,s2:real;
begin  s:=0;
  for i:=1 to 6 do begin  s1:=0;
    for j:=1 to 6 do begin  s2:=0;
for m:=1 to 6 do
  for k:=1 to n do begin
    s2:=s2+q[k,j,m]*e[m];
    end;
    s1:=s1+it[i,j]*s2;
lld[k,i]:=s1*(1-om[k])*
  p[k]*(1-p[k])*(sqr(1-p[k])+sqr(p[k]));
end; end; end;
  procedure lldef (n:integer);
var k,i,j,m:integer;
s,s1:real;
begin  for k:=1 to n do
  begin
s:=sqr(p[k])*(1-p[k])+sqr(1-p[k]*p[k])*p[k];
  for i:=1 to 6 do  begin
s1:=0;
  for j:=1 to 6 do
for m:=1 to 6 do
  s1:=s1+it[i,j]*q[k,j,m]*md[m];
lld[k,i]:=s1*(1-om[k])*s;
end; end;end;
  procedure ddef ;
var p,k,i,j,m,n:integer;
s,s1:real;
begin
  for i:=1 to 6 do
  for j:=1 to 6 do
begin s:=0;
for m:=1 to 6 do
  for n:=1 to 6 do
  for p:=1 to 6 do
  for k:=1 to 6 do
s:=s+it[i,m]*it[j,n]*kq[m,p,n,k]*md[p]*md[k];
  dd[i,j]:=s;
end; end;
  procedure snkk(n:integer);
var i,j,m,k:integer;
s1,s2:real;
begin
  for k:=1 to n do
  for i:=1 to 6 do
snk[k,i]:=sn[i]+ln[k,i]/p[k];

```

```

end;
  procedure snap(n:integer);
var i,j,m,k:integer;
    s1,s2: real;
begin
  for i:=1 to 6 do begin s1:=0; sn[i]:=0;
    for j:=1 to 6 do begin s2:=0;
      sn[i]:=sn[i] +c[i,j]*e[j];
    end; end; end;
  procedure mmod ;
    var i,j,k,m,l:integer;
        s3:array[1..6,1..6] of real;
  begin

    for i:=1 to 6 do
      for j:=1 to 6 do begin s3[i,j]:=0;
for m:=1 to 6 do
  for l:=1 to 6 do
    s3[i,j]:= s3[i,j] +kq[i,m,l,j] * it[m,l];
    c[i,j]:=cq[i,j] + s3[i,j];
  end; end;
  procedure lnap(n1:integer);
    var k,i,j,m,n:integer;
        s1,s2:real;
  begin
    for n:=1 to 6 do
      for i:=1 to 6 do begin s1:=0;
        for k:=1 to n1 do
          for j:=1 to 6 do
            s1:=s1+q[k,i,j]*(1-om[k])*
              (p[k]*ld[n,j]+p[k]*(1-p[k])*
                md[j]+lld[k,j]);
            ln[n,i]:=s1;
          end; end;
        procedure ldef (n:integer);
var i,j,m,k:integer;
    s1,s:real;
  begin
    for k:=1 to n do
      for i:=1 to 6 do
begin s:=0;
  for j:=1 to 6 do
for m:=1 to 6 do
s:=s+it[i,j]*q[k,j,m]*md[m];
ld[k,i]:=s*(1-om[k]*p[k]*(1-p[k]));
end; end;
  procedure lddef(nk:integer);
    var i,j,m,n,m1,n1,k:integer;
s,s1,s2:array[1..6,1..6] of real;
  begin
    for k:=1 to nk do
      for i:=1 to 6 do
        for j:=1 to 6 do begin s[i,j]:=0;
for m:=1 to 6 do begin
  for n:=1 to 6 do begin s1[m,n]:=0;
    for m1:=1 to 6 do
      for n1:=1 to 6 do
        s1[m,n]:=s1[m,n]+q[k,m,n1]*q[k,n,m1]*e[n1]*e[m1];
      end;
      s[i,j]:=s[i,j]+s1[m,n]*it[i,m]*it[j,n]; end;
      ldd[k,i,j]:=s[i,j]*sqr(1-om[k])*p[k]*(1-p[k])*(sqr(1-p[k])-sqr(p[k]));
    end; end;
    procedure lddef1(n: integer);

```

```

    var i,j,m,n2,m1,n1,k:integer;
s,s1,s2:real;
begin for k:=1 to n do begin
  for i:=1 to 6 do
    for j:=1 to 6 do begin s:=0;
for m:=1 to 6 do begin
  for n2:=1 to 6 do begin s1:=0;
    for m1:=1 to 6 do
      for n1:=1 to 6 do
        s1:=s1+q[k,m,n1]*q[k,n2,m1]*e[n1]*e[m1];
      end;
s:=s+s1*it[i,m]*it[j,n2]; end;
      ldd[k,i,j]:=s*sqr(1-om[k])*p[k]*(1-p[k])*(sqr(1-p[k])-sqr(p[k]));
end;end;end;
    procedure dnkk(nk: integer);
      var i,j,k:integer;
        begin
          for k:=1 to nk do
            for i:=1 to 6 do
              for j:=1 to 6 do
dnk[k,i,j]:=dn[i,j]+sn[i]*sn[j]-snk[k,i]*
snk[k,j]-(lnn[k,i,j]+sn[i]*ln[k,j]+sn[j]*ln[k,i])/p[k];
              end;
            procedure dnap (n:integer);
var i,j,m,n1,k,l:integer;
s,s1,s2,s3:real;
begin
  for i:=1 to 6 do
for m:=1 to 6 do
  begin
dn[i,m]:=0; s1:=0;
    for k:=1 to n do begin s2:=0;
      for l:=1 to n do begin s3:=0;
        for j:=1 to 6 do
          for n1:=1 to 6 do
s3:=s3+q[k,i,j]*q[l,m,n1]*(1-om[k])*
(1-om[l])*(p[k]*p[l]*dd[j,n1]+
p[k]*ld[l,j]*md[n1]+p[l]*ld[k,n1]*md[j]+ld[k,j]*ld[l,n1]
+p[k]*ldd[l,n,j]+p[l]*ldd[k,n,j]);
          s1:=s1+s3;
        end;
      end;
      s2:=0;
      for k:=1 to n do begin s3:=0;
        for j:=1 to 6 do
          for n:=1 to 6 do
s3:=s3+q[k,i,j]*q[k,m,n]*((1-p[k])*
(1-p[k])*(p[k]*(1-p[k])*md[j]*md[n]
+l1d[k,n]*md[j]+l1d[k,j]*md[n])
+(sqr(kb[k]*(1-om[k])*p[k])+
p[k]*p[k]*om[k]*(1-om[k]))*md[j]*md[n]);
          s2:=s2+s3;
        end;end;
      dn[i,m]:=s1+s2;
    end;
    procedure lnnap(n:integer);
      var i,j,m,n1,p1,q1,k:integer;
        s4,s5,s,s1,s2,s3:real;
begin
  for k:=1 to n do
    for i:=1 to 6 do
      for j:=1 to 6 do begin s:=0;
        for p1:=1 to n do begin s1:=0;

```

```

    for q1:=1 to n do begin  s2:=0;
for m:=1 to 6 do begin  s3:=0;
    for n1:=1 to 6 do begin
        s3:=s3+q[q1,i,m]*q[q1,j,n]*l1dd[k,m,n];
        end;
        s2:=s2+s3;
        end;
        s1:=s1+s2*(1-om[q1])*p[q1];
        end;
s:=s+s1*(1-om[p1])*p[p1];
    end;
    s4:=0;
    for n:=1 to 6 do begin
        s5:=0;
for m:=1 to 6 do begin
        s5:=s5+q[k,i,n]*q[k,j,m]*(l1d[k,n]*p[k]*e[m]
        +l1d[k,m]*p[k]*e[n]+l1d[k,m]*l1d[k,n]+
        p[k]*(1-p[k])*(sqr(1-p[k])+sqr(p[k])));
        end;
        s4:=s4+s5*(1-om[k])*(1-om[k]);
        end;
l1nn[k,i,j]:=s4+s;
    end;
    end;
    procedure URKK (k:integer;s:real);
var z1,z2,z3,z4,z5,z6 : real;
i,j : integer;
begin
    for i:=1 to k do begin
        z1:=snk[i,3]*snk[i,1];
        z2:=dnk[i,3,3]*dnk[i,1,1];
        z3:=z1-snk[i,6]*snk[i,6]-dnk[i,6,6];
        z4:=snk[i,3]*snk[i,3]*dnk[i,1,3]+
        snk[i,1]*snk[i,1]*dnk[i,3,1] ;
        z6:= 4*snk[i,6]*snk[i,6]*dnk[i,6,6] -
            4*snk[i,6]*snk[i,6]*s;
        z4:=z4+z6;
        z5:=dnk[i,3,1]*snk[i,1]+snk[i,3]*dnk[i,1,3]
            - 2*snk[i,6]*s;
        f1[i]:=z1*z1+z2-3*z3+(pn[i]-pv[i])*z1-pn[i]*pv[i];
        f2[i]:=4*z1*z2*z1+9*z4-2*z1*z5 +(z1-pv[i])*
            (z1-pv[i])*pn[i]-dv[i]*(z1+pn[i])*(z2+pn[i]);
    end;end;
    Procedure GINT1(d,b,si:real);
    var a,a1,a2,da: real;
k : integer; label m1,m2;
    begin
si:=0; k:=100;da:=(b-d)/k;
a:= d;a2:=exp((-a*a)/2);
    m1: a1:=a2; a:=a+da;
        a2:=exp((-a*a)/2);
si:=si+(a1+a2)*da/2;
        if a<b then goto m1;
si:=si/sqrt(6.2856);
    end;
    Procedure GINT(k:integer);
var dx,ff1, a,a1,a2,da: real;
ss1: array [1..100] of real;
begin si:=0; dx:=0.1;
    for i:=1 to 10 do begin
ss1[i] := exp(0 - sqr((i-1)*dx - f1[k]))/(2*f2[k]);
        for i:=1 to 100 do
            ff1:=ff1 +((ss1[i] + ss1[i +1] ) * dx)/2.0 ;

```

```

    om[k]:=ff1/sqrt(2*pi*f2[k]);
    end; end;
    Procedure ktik(n: integer);
    var t1,tc,tol: real;
    i : integer; label m1,m2;
    begin
    tc:=0;for i:=1 to n do
    tc:=tc+tkk[i]*p[i] + tg*p[i]*om[i];
    t1:=0; for i:=1 to n do
    t1:=t1+p[i]/(tkk[i]+2*tc);
    tk:=1/t1-2*tc; tko[1]:=tk;
    tko[2]:=tko[1]; tko[3]:=tc;
    end;
    Procedure tuik2;
    var k1,k2,k3,g,ka,k,an,al,am,alg,ag,h5,
    h1,a11,a33,h4,h6: real;
    begin
    k1:=q[1,1,1]+2*q[1,1,2]/3;
    k2:=q[2,1,1]+2*q[2,1,2]/3;
    k3:=k1*p[1]+k2*p[2];
    ka:=k1-k2; g:=tu[1]-tu[2];
    k:=tu[1]*p[1]+tu[2]*p[2];
    an:=tu[1]*k1-tu[2]*k2;
    al:=q[1,1,2]*p[1] +q[2,1,2]*p[2];
    am:=q[1,4,4]*p[1] +q[2,4,4]*p[2];
    alg:=q[1,1,2]-q[2,1,2];
    ag:=q[1,4,4]-q[2,4,4];
    h5:=al+2*am+(alg*ag)*(1-2*p[1]);
    h1:=3*(k3*k+ka*g*p[1]*p[2]);
    a11:=3*(an*p[1]*p[2]*(alg+ag))/h5 +h1;
    a33:=3*(an*p[1]*p[2]*alg)/h5 +h1;
    h4:=cq[3,3]*(cq[1,1]+cq[1,2])-2*cq[1,3]*cq[1,3];
    tuk2[1]:= (a11*cq[3,3] -a33 *cq[1,3])/h4;
    tuk2[2]:= tuk2[1];
    tuk2[3]:= (a33*(cq[1,1]+cq[1,2]) -2* a11 *cq[1,3])/h4;
    h6:=k1*k2+(4/3)*k*(q[1,4,4]*p[1] + q[2,4,4] *p[2]);
    tuk:=( (k1*tu[1]*p[1] +k2*tu[2]*p[2] )*(k1*p[2]+k2*p[1]
    +(4/3)*(q[1,4,4]*p[1]+q[2,4,4]*p[2]))+ka*an*p[1]*p[2] )/h6;
    end;
    begin
    assign(fr1,'r1.pas'); reset(fr1);
    assign(fw1,'rdmpp.pas'); rewrite(fw1);
    assign(fr3,'r3.pas'); reset(fr3);
    readln(fr1,n);
    for i:=1 to n do
    for m:=1 to 6 do
    for j:=1 to 6 do
    Q[i,m,j]:=0;
    for i:=1 to n do begin
    readln(fr1,e11,e13,m12,m13,g13,kbe,pn[i],pv[i],kbp,p[i]);
    Q[i,1,1]:=e11/(1-m12*m12);Q[i,1,2] := m12*Q[i,1,1];
    AA:= 1-m13*m13*e11/e13;Q[i,3,3]:=e13/aa;
    Q[i,4,4]:=g13; Q[i,6,6]:=(Q[i,1,1]-Q[i,1,2])/2;
    Q[i,2,3]:=m13*e11/aa; Q[i,1,3]:=Q[i,2,3];
    Q[i,3,1]:=Q[i,2,3]; Q[i,3,2]:=Q[i,2,3];
    Q[i,2,1]:=Q[i,1,2];Q[i,2,2]:=Q[i,1,1];
    Q[i,5,5]:=Q[i,4,4];kb[i]:=kbe; end;
    for i:=1 to n do begin
    om[i]:=0; dnn[i]:=(pn[i]*kbp)*(pn[i]*kbp);
    dv[i]:=sqr(pv[i]*kbp);
    omn[i]:=0.05; end;
    for i:=1 to 6 do begin
    e[i]:=0;md[i]:=0;

```



```

        for j:=1 to 6 do it[i,j]:=0;end;
e[3]:=0.01; md[3]:=0.01;  sn1[3]:=0; bn:=20;
pmk;
  For i:=1 to n do om[i]:=omn[i];
    tit; mmod;ldef(n);
    kp1:=c[1,2]/(c[1,1]+c[1,2]);
    mu1:=c[1,1]*(1+kp1)*(1-2*kp1)/(1-kp1);
    mc1:=mu1/(2*(1+kp1));
    m1: snap(n); dmod; ldef(n);lddef (n);
ddef; dnap(n);lldef(n); lnap(n);
snkk(n);lddef(n);lldef(n);
lnap(n);lnnap(n);dnkk(n);
    omk1(bn);
pmk; tit; mmod;
    e[3]:=e[3] +0.001;md[3]:= md[3]+0.001;
ldef(n); snap(n);
    if abs (sn1[3])-abs(sn[3]) <= 0 then begin
    e[3]:=e[3]+0.001;md[3]:=md[3] + 0.001;
    sn1[3]:=sn[3]; goto m1;end;
writeln(fw1,' predelproznoctu=      ', sn[3]);
writeln(fw1,' predelnadeformaciya = ',e[3] );
writeln(fw1,' moduluprugocti      E= ', mu1);
writeln(fw1,' modul cdviga        G= ', mc1 );
writeln(fw1,'koeffizientpuassona mu= ', kp1 );
close( fr1); close( fr3);
close( fw1);
    end.

```