

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра прикладної математики і механіки

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА МАГІСТРА

на тему: «ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДОЛОГІЇ ТЕОРІЇ
ЧАСОВИХ РЯДІВ ДО АНАЛІЗУ ТА МОДЕЛЮВАННЯ
БІОЛОГІЧНИХ ТА ЕКОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ»

Виконав: студент 2 курсу, групи 8.1138-з
напряму підготовки 113 прикладна математика
(шифр і назва напряму підготовки)
С. Е. Трофіменко
(ініціали та прізвище)

Керівник доцент кафедри прикладної математики
і механіки, доцент, к.ф.-м.н. Леонтєва В. В.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Рецензент доцент кафедри фундаментальної
математики,
доцент, к.ф.-м.н. М. І. Клименко
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет Математичний

Кафедра Прикладної математики і механіки

Освітній рівень Магістр

Спеціальність 113 Прикладна математика

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри прикладної математики і механіки, д.т.н., професор

_____ Грищак В.З.
(підпис)

“ _____ ” _____ 20__ р.

З А В Д А Н Н Я
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ

Трофіменко Серафимі Едуардівні
(прізвище, ім'я та по-батькові)

1. Тема роботи Застосування методології теорії часових рядів до аналізу та моделювання біологічних та екологічних процесів

Керівник роботи Леонтєва Вікторія Володимирівна, к.ф.-м.н, доцент
(прізвище, ім'я та по-батькові, науковий ступінь, вчене звання)

Затверджені наказом ЗНУ від « 29 » травня 2019 р. № 812-С

2. Строк подання студентом роботи 26.12.2019 р.

3. Вихідні дані до роботи 1. Постановка задачі.
2. Перелік літератури.

4. Зміст роботи(перелік питань, які потрібно розробити) _____

1. Постановка задачі

2. Основні теоретичні відомості

3. Практична частина

5. Перелік графічного матеріалу (з точним значенням обов'язкових креслень)

Презентація

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв

7. Дата видачі завдання _____ 29.05.2019 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	Вивчення основних теоретичних положень теорії часових рядів	20.06.2019 р.	
2.	Ознайомлення з методикою аналізу та прогнозування часових рядів	27.06.2019 р.	
3.	Ознайомлення з різними методами прогнозування часових рядів	20.08.2019 р.	
4.	Аналіз отриманих результатів	12.09.2019 р.	
5.	Розробка практичної частини	22.10.2019 р.	
6.	Оформлення кваліфікаційної роботи	29.11.2019 р.	
7.	Захист кваліфікаційної роботи	09.01.2020 р.	

Студент _____
(підпис)

Трофіменко С. Е.
_____ (ініціали та прізвище)

Керівник роботи _____
(підпис)

Леонтьєва В. В.
_____ (ініціали та прізвище)

Нормоконтроль пройдено

Нормоконтролер _____
(підпис)

Леонтьєва В. В.
_____ (ініціали та прізвище)

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота магістра «Застосування методології теорії часових рядів до аналізу та моделювання біологічних та екологічних процесів»: 137 с., 7 рис., 48 табл., 20 джерел.

ЧАСОВІ РЯДИ, ДИНАМІЧНІ РЯДИ, КОМПОНЕНТА, СТАЦІОНАРНІСТЬ, АНОМАЛІЇ, ТРЕНД, ПРОГНОЗУВАННЯ, ПРОГНОЗ.

Об'єкт дослідження – стаціонарні часові ряди, які характеризують зміни окремих показників біологічних та екологічних процесів й систем.

Мета роботи – розробка методики дослідження та прогнозування біологічних та екологічних процесів методами теорії часових рядів.

Робота присвячена розробці методології часових рядів та використання її на практиці, для аналізу і моделювання біологічних та екологічних процесів.

У першому розділі розглядається аналітичний огляд сучасного стану проблеми. Також наводяться визначення таких понять як прогнозування та часові ряди. Розглядається класифікація часових рядів та їх складові компоненти.

У другому розділі описується методологія проведення попереднього аналізу часових рядів, а також методи для їх прогнозування.

У третьому розділі розкривається методика аналізу та прогнозування біологічних та екологічних процесів, а також застосування цієї методики у практичній діяльності.

SUMMARY

Bachelor's qualifying paper «Application of Methodology of Time Series Theory to the Analysis and Modeling of Biological and Ecological Processes»: 137 pages, 7 figures, 48 table, 20 references.

TIME SERIES, DYNAMIC LINES, COMPONENT, STATIONARY, ANOMALIES, TREND, PROGNOSTICATION, FORECAST.

Object of study - stationary time series that characterize changes in individual indicators of biological and ecological processes and systems.

The purpose of the work is to develop a methodology for the study and prediction of biological and environmental processes by methods of time series theory.

The work is devoted to the development of time series methodology and its application in practice, for the analysis and modeling of biological and ecological processes.

The first section provides an analytical overview of the current state of the problem. It also defines concepts such as forecasting and timelines. The classification of time series and their constituent components is considered.

The second section describes the methodology for conducting a preliminary analysis of time series, as well as methods for predicting them.

The third section describes the methodology for the analysis and prediction of biological and environmental processes, as well as the application of this technique in practice.

ЗМІСТ

Завдання на кваліфікаційну роботу.....	2
Реферат.....	4
Summary.....	5
Вступ.....	8
1 Аналітичний огляд сучасного стану проблеми. Основні положення теорії часових рядів.....	10
1.1 Аналітичний огляд сучасного стану проблеми.....	10
1.2 Основні поняття та визначення теорії часових рядів. Класифікація часових рядів.....	11
1.3 Компоненти часових рядів та їх взаємозв'язок у адитивні та мультиплікативній моделях часового ряду.....	15
2 Методологічні основи теорії часових рядів. Основні підходи до аналізу та прогнозування.....	20
2.1 Методологія проведення попереднього аналізу часових рядів.....	20
2.1.1 Перевірка аномальності спостережень ряду.....	20
2.1.2 Перевірка наявності тренду.....	22
2.2 Методологічні основи прогнозування часових рядів.....	24
2.2.1 Прості методи прогнозування.....	25
2.2.1.1 Прогнозування в припущенні абсолютної незмінності значень попередніх рівнів.....	25
2.2.1.2 Прогнозування на основі середнього рівня ряду.....	26
2.2.1.3 Прогнозування на основі аналітичних показників динаміки ряду.....	28
2.2.1.4 Прогнозування на основі індексів сезонності.....	36
2.2.2 Адаптивні методи прогнозування.....	39
2.2.2.1 Метод експоненційного згладжування.....	40

2.2.2.2	Метод ковзаючих середніх.....	41
2.2.2.3	Метод гармонічних ваг.....	43
2.2.2.4	Метод авторегресії.....	47
3	Методика аналізу та прогнозування процесів різної фізичної природи.....	49
3.1	Вхідні данні для проведення дослідження. Аналіз об'єкту.....	49
3.2	Етапи реалізації методики дослідження та прогнозування процесів різної фізичної природи.....	50
3.3	Застосування методики дослідження та прогнозування процесів у практичній діяльності. Проведення обчислювальних експериментів.....	50
	Висновки.....	106
	Перелік посилань.....	107
	Додаток А. Середньорічні температурні показники повітря з архіву погоди в місті Запоріжжя (аеропорт) за період з 01.01.2009 по 20.12.2019.....	109
	Додаток Б. Побудова часового ряду.....	115
	Додаток В. Перевірки на аномальність.....	118
	Додаток Г. Перевірка на наявність тренду.....	122
	Додаток Д. Розрахунки аналітичних показників.....	127
	Додаток Е. Розрахункові данні різних методів прогнозування.....	133

ВСТУП

В даний час прогнозування представляє великий практичний інтерес для науки, техніки та економіки, так як воно дозволяє вирішувати великий спектр задач у цих сферах. До їх числа можна віднести аналіз біологічних, екологічних, соціальних, економічних подій та інше. Найбільш поширеною постановкою завдання прогнозування є прогнозування на основі теорії часових рядів.

Прогнозування - це свого роду математично обґрунтоване передбачення про можливий стан об'єкта або процесу в майбутньому. Це екстраполяція минулого, заснована на фундаментальному припущенні про збереження в майбутньому всіх основних чинників дійсності. Наприклад прогнозування кількості народжуваності певного виду тварин, курсу валют, температури повітря у певному регіоні і так далі.

Прогнозування базується на використанні спеціальних методів, що дозволяють здійснити досить раціональний і точний прогноз.

В останні два десятиліття були розроблені багато методів прогнозування часових рядів, які показали свою досить високу ефективність. До таких, зокрема, відносяться прогнозування методом експоненціального згладжування, змінного середнього, гармонічних ваг, метод авторегресії і багато інших.

Метою роботи є розробка методики дослідження та прогнозування біологічних та екологічних процесів методами теорії часових рядів.

Об'єкт дослідження – стаціонарні часові ряди, які характеризують зміни окремих показників біологічних та екологічних процесів й систем.

Для досягнення поставленою мети в роботі визначені наступні завдання:

- визначити основні поняття теорії часових рядів;
- розглянути класифікацію та компоненти часових рядів;
- описати методологію проведення попереднього аналізу часових рядів;

- розглянути методи прогнозування часових рядів;
- розробити методику аналізу та прогнозування процесів різної фізичної природи методами теорії часових рядів;
- застосувати методику дослідження та прогнозування процесів у практичній діяльності.

Структурно робота складається з чотирьох розділів.

Для реалізації поставлених задач у першому розділі розглядається аналітичний огляд сучасного стану проблеми. Також наводяться визначення таких понять як прогнозування та часові ряди. Розглядається класифікація часових рядів та їх складові компоненти.

У другому розділі описується методологія проведення попереднього аналізу часових рядів, а також методи для їх прогнозування.

У третьому розділі розкривається методика аналізу та прогнозування біологічних та екологічних процесів, а також застосування цієї методики у практичній діяльності.

1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД СУЧАСНОГО СТАНУ ПРОБЛЕМИ. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Даний розділ присвячений аналітичному огляду сучасного стану проблеми, та висвітленню основних понять теорії часових рядів і її класифікації. Також розглядатимуться компоненти часових рядів та їх взаємозв'язок у адитивні та мультиплікативній моделях часового ряду.

1.1 Аналітичний огляд сучасного стану проблеми

Особливу важливість в управлінні біологічними, екологічними та будь-якими процесами різної фізичної природи в сучасності набуває тема вивчення часових рядів і їх прогнозування. Статистичний аналіз інформації, представлена у вигляді часових рядів, є необхідною складовою частиною сучасних біологічних та екологічних досліджень.

З метою отримання адекватних результатів аналізу біологічних та екологічних процесів важливий облік часової структури даних, тобто необхідно використовувати спеціальну статистичну методологію, розроблену для аналізу часових рядів і прогнозування. Застосувати ж всі методи до одного часового ряду або до часових рядах однієї сфери людської діяльності (наприклад, біологічної) не представляється можливим через їх особливості. Кількість методів на сьогоднішній день перелічує близько 200, але ще більш великий перелік об'єктів статистичного дослідження, кожен з яких володіє своєю специфікою. Деякі з методів розвинені вже досить добре і є більш-менш універсальними, інші ж методи є більш спеціалізованими, вимагають подальшої розробки, уточнення та апробації в нових умовах з метою вдосконалення статистичного аналізу.

Велика розмаїтість існуючих підходів, методів аналізу, але недостатня обізнаність фахівців про особливості використання тих чи інших методів, складності застосовуваного математичного апарату створюють для аналітиків труднощі або можуть призвести до неправильних висновків.

1.2 Основні поняття та визначення теорії часових рядів. Класифікація часових рядів

Прогнозуванням називають процес передбачення майбутнього стану об'єкта або явища на основі аналізу його минулого і теперішнього, систематична інформація про якісні й кількісні характеристики розвитку цього предмета чи явища в перспективі. Результатом прогнозування є прогноз. Прогноз може виражатися у текстовій, математичній, графічній або іншій формі судження про можливий стан об'єкта в майбутньому.

В основі побудови прогнозів лежить часовий ряд. Часовий (динамічний) ряд - це множина спостережень, одержуваних послідовно в часі, які перелічені, або відкладені на графіку в хронологічному порядку [1]. Тобто він є послідовністю даних дискретного часу. Особливістю прогнозування часових рядів є те, що аналізуються лише дані спостережень без додаткової інформації, без аналізу впливу зовнішніх сил [2]. Прикладами часових рядів є висоти океанських припливів, кількості сонячних плям і так далі. Дуже часто часові ряди представляють за допомогою лінійних діаграм (рис. 1.1).

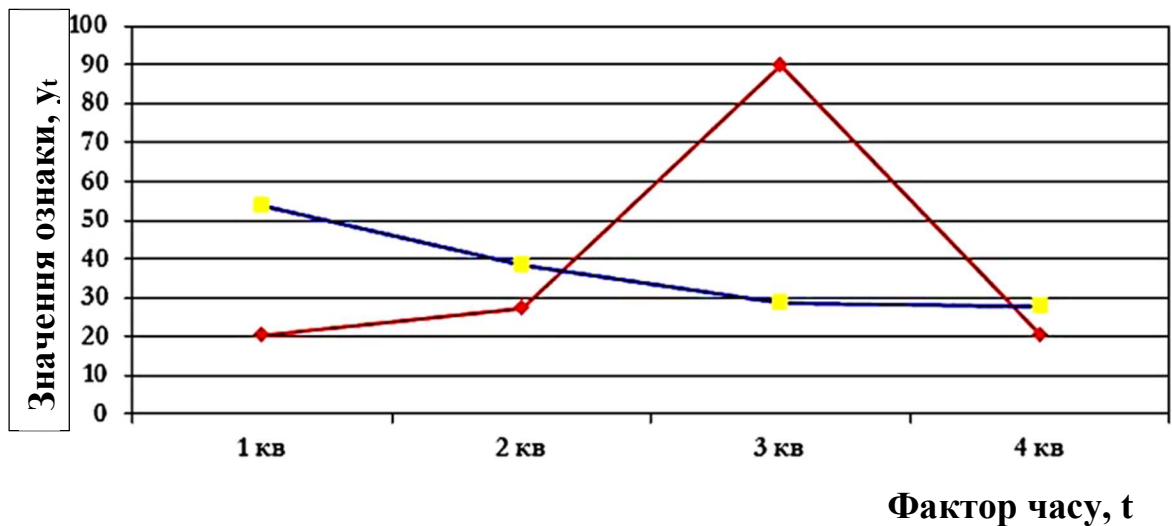


Рисунок 1.1. - Приклад часового ряду

Часові ряди використовуються в статистиці, економетриці, прогнозуванні погоди, розумному транспорті та передбаченні траєкторій, передбаченні землетрусів, астрономії, технологіях зв'язку, а також значною мірою в будь-якій області прикладної науки та інженерії, яка включає часові вимірювання.

Часовий ряд має основні елементи, такі як, показники часу t та рівень ряду u .

Особливістю часових рядів є те, що кожен член ряду являється одночасно результатом минулого розвитку і вихідною передумовою для визначення показників у майбутньому. А аналіз часових рядів дає можливість простежити розвиток явища, показати його основні тенденції. Вибір відповідних прийомів і способів аналізу залежить від завдань дослідження і визначається характером вихідних даних. Тому, приступаючи до аналізу часових рядів, важливо правильно їх класифікувати.

Часові ряди класифікуються [3], в залежності від показників часу, змісту, формою представлення, відстанню між рівнями та наявності основної тенденції досліджуваного процесу. Розглянемо кожен вид більш детальноше .

В залежності від показника часу, часові ряди класифікують по таких видах як [4]: моментні, інтервальні та похідні.

Якщо рівні характеризують значення показника за станом на певні моменти часу, то вони називаються моментними часовими рядами. Прикладом моментних часових рядів можуть служити: ряди чисельності населення оскільки значення рівнів цих рядів визначаються щорічно на одне і те ж число. А також це часові ряди народжуваності певних порід кроликів, цін на певні види товарів, часові ряди курсів акцій, рівні яких фіксуються для конкретних чисел.

Якщо рівні характеризують значення показника вже за певні інтервали (періоди) часу, то вони називаються інтервальними часовими рядами. Наприклад, часові ряди виробництва продукції в натуральному або вартісному вираженні за місяць, квартал, рік і так далі.

А в похідних часових рядах рівні є не безпосередньо спостережуваними значеннями, а похідними величинами : середні або відносні. Та рівні похідних часових рядів виходять за допомогою деяких обчислень на основі спостережуваних показників. Прикладами таких рядів можуть служити ряди середньодобового виробництва основних видів певної продукції або ряди індексів цін.

За формою представлення рівні в часовому ряду можуть бути представлені:

- абсолютними величинами;
- середніми величинами;
- відносними величинами.

Рівні ряду можуть мати детерміновані (ряд послідовних даних про кількість днів в місяці) або випадкові значення.

Прогнозуванню піддаються ряди з випадковими значеннями рівнів. Кожен показник таких рядів може мати дискретну або безперервну величину.

Розглянемо види часових рядів які класифікуються за відстанями між рівнями. Такими є ряди:

- рівновіддаленими рівнями за часом;
- нерівновіддаленими рівнями за часом.

Для рівновіддалених характерно те, що дати реєстрації періоду слідують один за одним з рівними інтервалами. А у нерівновіддалених рівнях, інтервали не дотримуються.

Наступні види часових рядів, підрозділяються за змістом показника. Це ряди:

- що складаються з частинних показників;
- що складаються з агрегованих показників.

Часові ряди, що складаються з приватних показників, характеризують явища ізольовано, односторонньо. Наприклад, середньодобовий обсяг випуску промислової продукції дає можливість оцінити динаміку промислового виробництва, чисельність громадян, які перебувають на обліку в службі зайнятості; залишки готівки у населення і вклади населення в банках відображають платоспроможність населення і так далі.

А часові ряди, що складаються з агрегованих показників, є похідними від приватних показників, вони характеризують явище, що вивчається, комплексно, наприклад [5].

За наявності основної тенденції досліджуваного процесу, часові ряди можуть бути:

- стаціонарні;
- нестаціонарні.

Ряди, які містять в своєму складі дві або три компоненти, називаються нестаціонарними. А під стаціонарними часовими рядами, мається на увазі ряди які не містять тенденції і циклічної компоненти, а кожен наступний їхній рівень утворюється як сума середнього рівня ряду і деякої (додатної або відємної) випадкової компоненти.

Якщо породжуючий механізм часового ряду не змінюється при зсуві в часі, а відповідний випадковий процес досяг статистичної рівноваги, то цей ряд можна назвати стаціонарним. Загалом стаціонарний часовий ряд визначається як випадковий процес, для якого математичне сподівання,

дисперсія та коваріації між окремими членами ряду випадково варіюють навколо постійної, що не залежить від t рівня:

$$Mx(t) = \text{const} ; Dx(t) = \text{const}.$$

Важливими характеристиками стаціонарного часового ряду є математичне очікування і дисперсія.

Математичним очікуванням процесу $x(t)$ є не випадкова функція $Mx(t)$, значення якої в момент часу t дорівнює математичному сподіванню. Дисперсією стаціонарного ряду є не випадкова функція $Dx(t)$, значення якої також дорівнює дисперсії в кожен момент часу t .

Прикладом стаціонарного часового ряду є "білий шум" - випадковий процес, значення якого в різні моменти часу незалежні і однаково розподілені (рис. 1.2).

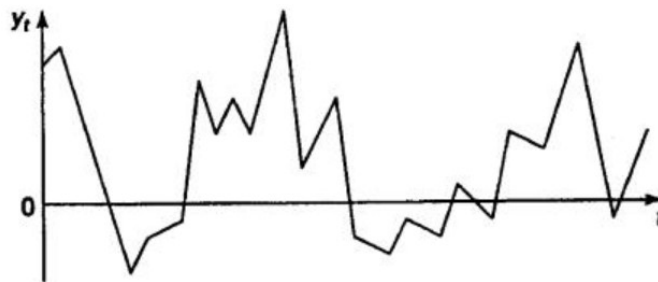


Рисунок 1.2 – Приклад стаціонарного часового ряду

1.3 Компоненти часових рядів та їх взаємозв'язок у адитивні та мультиплікативній моделях часового ряду

Кожен рівень часового ряду формується під впливом великого числа факторів [6], які умовно можна поділити на три групи:

– чинники, що формують тенденцію ряду (тренд T);

- чинники, що формують циклічні коливання ряду (сезонна компонента S);
- випадкові фактори (E).

Розглянемо вплив кожного фактора на часовий ряд окремо.

Більшість часових рядів економічних показників мають тенденцію (тренд) (T) [2]. Трендом називається компонента, що плавно змінюється, та описує чистий вплив довготривалих чинників, тобто тривалу («вікову») тенденцію зміни ознаки. Прикладом є зростання населення, економічний розвиток, зміна структури споживання і так далі. На рисунку 1.3 зображений гіпотетичний часовий ряд, що містить зростаючу тенденцію.

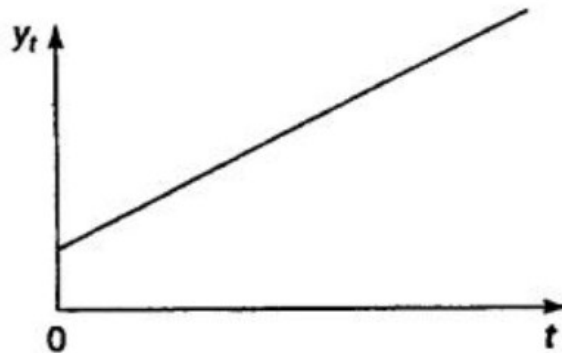


Рисунок 1.3 – Гіпотетичний часовий ряд, що містить зростаючу тенденцію

Сезонна компонента (S) [4], відображає повторюваність процесів протягом не дуже тривалого періоду (року, іноді місяці, тижні і так далі). Прикладом є обсяг продажів товарів або перевезень пасажирів в різні пори року. На рисунку 1.4 можемо бачити приклад гіпотетичний часовий ряд, який містить лише сезонну компоненту.

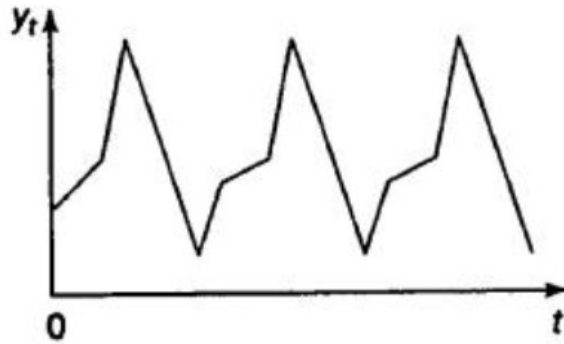


Рисунок 1.4 – Гіпотетичний часовий ряд, який містить лише сезонну компоненту

Також розглянемо графік, на якому зображений приклад тренду разом з річною сезонністю (рис.1.5).

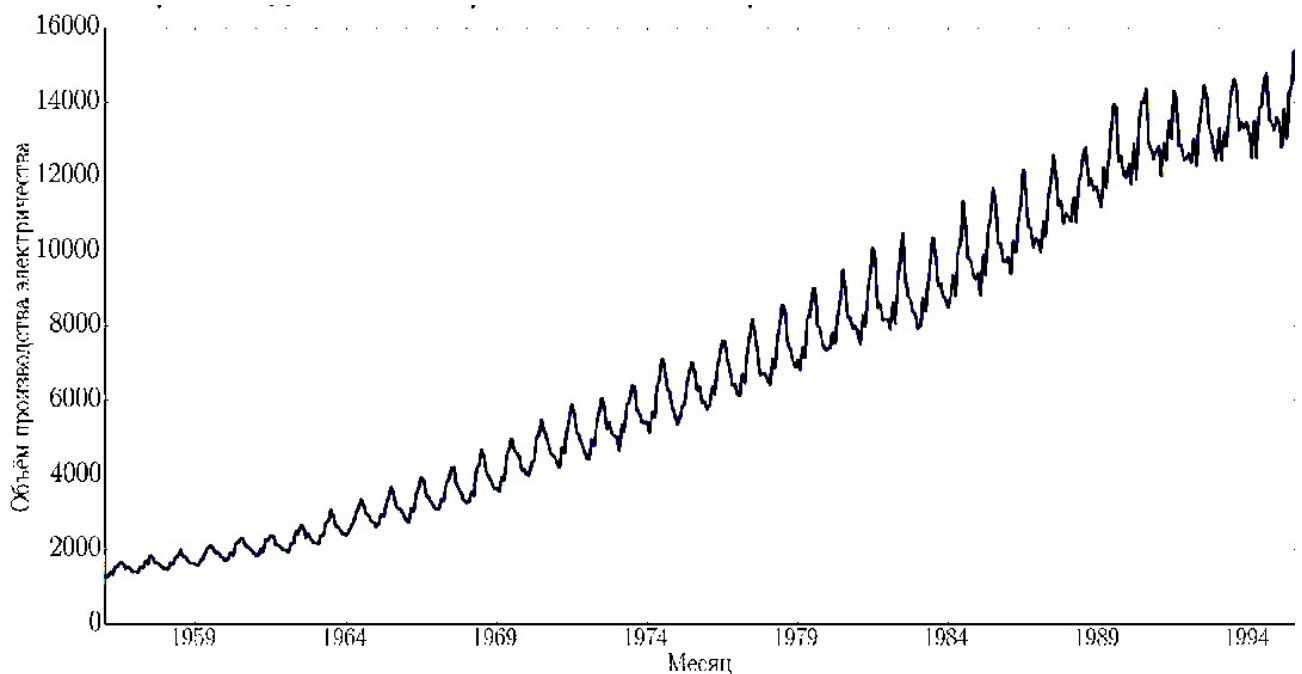


Рисунок 1.5 – Обсяг виробництва електрики в Австралії

Також вивчається показник може бути підданий циклічним коливанням. Циклічна компонента (С), відображає повторюваність економічних процесів протягом тривалих періодів. Прикладом є вплив хвиль економічної активності Кондратьєва, демографічних «ям», циклів сонячної активності, популяції тварин.

Також існує випадкова компонента (Е). Це те, що залишилось від часового ряду після виключення тренду, циклічного та сезонного компонентів.

Частина таких ефектів може бути віднесена до непередбачених природних катаклізмів (землетруси, пожежі, тощо), частина – до випадкових дій людей. За наявності випадкової компоненти неможливо прогнозувати значення часового ряду без помилки. Але будь-який реальний процес включає випадковий компонент.

Слід звернути увагу на те, що на відміну від E , перші три складові (компоненти) T , S , C є закономірними, не випадковими. Від значення кожного компонента залежить значення часового ряду у кожний період спостережень. Але не завжди представляється можливим характеризувати кожний компонент окремо. Іноді краще робити прогноз відносно всієї моделі, ніж намагатися виділити кожний компонент окремо.

Будь-який часовий ряд можна представити як суму детермінованого та випадкового компонентів:

$$y_t = d_t + r_t, \quad t = \overline{1, T}. \quad (1.1)$$

В свою чергу детермінований компонент складається з трьох частин: трендового, сезонного, циклічного компонентів:

$$d_t = tr_t + s_t + c_t, \quad t = \overline{1, T}. \quad (1.2)$$

Таким чином, будь-який часовий ряд розглядається як сума компонентів (1.3), то такий вигляд часового ряду має назву адитивної моделі:

$$y_t = tr_t + s_t + c_t + r_t, \quad t = \overline{1, T}. \quad (1.3)$$

Якщо ж замість реальних значень компонентів використовувати їх логарифми, то отримаємо мультиплікативну модель ($t = \overline{1, T}$):

$$\ln y_t = \ln tr_t + \ln s_t + \ln c_t + \ln r_t, \quad \text{або} \quad y_t = tr_t \cdot s_t \cdot c_t \cdot r_t. \quad (1.4)$$

Детермінований компонент змінюється за певними правилами, які можуть бути визначені за допомогою досліджень і відповідного аналізу часового ряду. Як правило, одним з основних параметрів, від яких залежить детермінований компонент, є час.

Також ще існує модель змішаної форми, такою називають модель в якій часовий ряд представлений у вигляді добутку систематичних складових компонентів і суми випадкової компоненти.

Взагалі, основні завдання аналізу часового ряду - зрозуміти, під впливом яких компонент формується значення часового ряду, і побудувати математичну модель для кожної компоненти або їх сукупності.

2 МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ТЕОРІЇ ЧАСОВИХ РЯДІВ. ОСНОВНІ ПІДХОДИ ДО АНАЛІЗУ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ

Даний розділ присвячено методології проведення попереднього аналізу часових рядів, який складається з декількох етапів. А також розглянуть методологічні основи для прогнозування часових рядів.

2.1 Методологія проведення попереднього аналізу часових рядів

Попередній аналіз часових рядів полягає в основному у виявленні та усуненні аномальних значень рівнів ряду, а також у визначенні наявності тренда у вихідному тимчасовому ряді. Розглянемо ці операції більш докладно.

2.1.1 Перевірка аномальності спостережень ряду

Під аномальним рівнем [7] розуміється окреме значення рівнів часового ряду, яке не відповідає потенційним можливостям досліджуваної системи і яке, залишаючись в якості рівня ряду, робить істотний вплив на значення основних характеристик часового ряду.

Причинами аномальних явищ можуть бути помилки технічного порядку, або помилки першого роду, вони підлягають виявленню та усуненню.

Крім того, аномальні рівні в часових рядах можуть виникати через вплив факторів, що мають об'єктивний характер, але виявляються епізодично. Їх відносять до помилок другого роду, які не підлягають усуненню.

Для виявлення аномальних спостережень використаємо метод Ірвіна [8]. В цьому випадку обчислюється коефіцієнт λ_t , за формулою:

$$\lambda_t = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\sigma_y}, \quad (2.1)$$

де середньоквадратичне відхилення σ_y розраховується в свою чергу з використанням формул:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}, \quad (2.2)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad (2.3)$$

Розрахункові значення $\lambda_2, \lambda_3, \dots$ порівнюються з табличними значеннями критерію Ірвіна λ_α . Якщо виявляється, що розрахункове значення λ_t більше табличного λ_α , то відповідне значення y_t рівня ряду вважається аномальним. Значення критерію Ірвіна для рівня значущості $\alpha = 0,05$, тобто з 5% -вою помилкою, наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 - Значення критерію Ірвіна

n	2	3	10	20	30	60	100
λ_α	2,8	2,3	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0

Наступним етапом є усунення виявлених аномалій. Після виявлення аномальних рівнів ряду обов'язково визначення причин їх виникнення. Якщо точно встановлено, що вони викликані помилками першого роду, то вони усуваються за допомогою декількох способів:

– заміною аномальних рівнів простою середньою арифметичною двох сусідніх рівнів ряду;

– шляхом аналітичного вирівнювання, за допомогою кривих росту;

Наступним проводиться перевірка на аномальність. Для того щоб ми могли перейти до наступного етапу аналізу, нам потрібно впевнитися в тому

що y_i^* більше не аномальне. У тому випадку, якщо y_i^* все ще аномальне, тоді повторюємо коригування знову, як зазначено на попередньому етапі, доки аномальність не зникне. А якщо y_i^* нормальне, то ми можемо переходити до наступного етапу.

2.1.2 Перевірка наявності тренду

Присутність тренда не завжди чітко простежується в часі ряду. Тому перш, ніж перейти до визначення тенденції і виділенню тренда, потрібно з'ясувати, чи існує тенденція в досліджуваному процесі взагалі.

Розв'язується ця задача за допомогою перевірки гіпотез. Критерії виявлення компонент ряду засновані на перевірці гіпотези про випадковість ряду.

Найбільш часто використовуються на практиці критерії перевірки «наявності-відсутності» тренду:

- критерій серій;
- критерій «висхідних» і «низхідних» серій.

Розглянемо використання критерію серій [9]. Впорядкуємо члени ряду по зростанню: $y_1, y_2, \dots, \dots, y_n$, де y_1 і y_n – найменше та найбільше значення відповідно з рівнів вихідного ряду.

Визначимо медіану ряду. В випадку непарного значення довжини ряду n ($n=2m+1$) медіана $Me=y_{(m+1)}$, в іншому випадку ($n=2m$) медіана $Me=(y_{(m)}+y_{(m+1)})/2$.

Утворюється послідовність δ_i з плюсів і мінусів за таким правилом:

$$\delta_i = \begin{cases} +, \text{ якщо } y_t > Me, t = 1, 2, \dots, n, \\ -, \text{ якщо } y_t < Me, t = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (2.4)$$

Якщо значення y_t дорівнює медіані, то це значення пропускається.

Потім підраховується $v(n)$ - число серій в сукупності σ_i , де під серією розуміється послідовність посліпіль плюсів чи мінусів. Один плюс або один мінус теж буде вважатися серією. Визначається τ_{max} - протяжність найдовшої серії.

Перевірка гіпотези H_0 ґрунтується на тому факті, що за умови випадковості часового ряду (при відсутності тренду) протяжність найдовшою серії не повинна бути занадто великою, а загальне число серій - занадто маленьким. Тому для того щоб не була відкинута гіпотеза про випадковості вихідного ряду (про відсутність тренду), повинні виконуватися наступні нерівності, для 5% рівня значимості $u_{кр} = 1.96$):

$$\begin{cases} \tau_{max}(n) < [1,43 \ln(n + 1)], \\ v(n) > \left[\frac{1}{2} (n + 1 - 1,96\sqrt{n - 1}) \right], \end{cases} \quad (2.5)$$

де: n - довжина часового ряду;

$v(n)$ - число серій;

τ_{max} - протяжність найдовшої серії.

Квадратні дужки в правій частині нерівності означають цілу частину числа.

Якщо хоча б одна з нерівностей порушується, то гіпотеза про відсутність тренду відкидається.

Розглянемо критерій "висхідних" і "низхідних" серій. Цей критерій [10], так само як і критерій серій, заснований на використанні низки умовних знаків. Правило формування цієї послідовності полягає в наступному:

– знак «+» ставлять, якщо $y_{i+1} > y_i$;

– знак «-» ставлять, якщо $y_{i+1} < y_i$.

Якщо $y_{i+1} = y_i$, враховується тільки y_i : перевіряється $y_i > 0$ або $y_i < 0$. Таку ж перевірку роблять і для y_n .

Серед однакових поспіль елементів часового ряду враховується тільки один з них, і серії знаків перериваються. Отримані таким чином серії будуть відповідати ділянкам зростання (серії знаків «+» - висхідні серії) або зменшення (серії знаків «-» - низхідні серії) значень елементів часового ряду.

Перевірка гіпотези ґрунтується на тому, що за умови випадковості ряду (при відсутності систематичної складової) протяжність найдовшої серії не повинна бути занадто великою, а загальне число серій - занадто маленьким. Тому гіпотеза H_0 відкидається з імовірністю помилки α , якщо виконуються хоча б одна з наступних нерівностей:

$$v \leq \left[\frac{1}{3} (2N - 1) - u_\gamma \sqrt{\frac{16N-2}{90}} \right], \quad (2.6)$$

$$\tau \geq \tau_0(N),$$

де: $\tau_0(N)$ - критичне значення, яке визначається в залежності від обсягу вибірки:

$$\tau_0(N) = \begin{cases} 5, & \text{якщо } N \leq 26, \\ 6, & \text{якщо } 26 < N \leq 153, \\ 7, & \text{якщо } N > 153, \end{cases} \quad (2.7)$$

u_γ - квантиль нормального розподілу рівня для довірчої ймовірності $\gamma = 1 - (\alpha/2)$.

Числа $v(n)$ та $t(n)$ необхідно округлити вниз до найближчого цілого.

2.2 Методологічні основи прогнозування часових рядів

В даному розділі розглянемо деякі методи прогнозування часових рядів, опишемо їх сутність та приведемо приклади деяких з них.

Методи прогнозування потрібні для того щоб за допомогою їх методології проаналізувати минулий і теперішній стан об'єкту та виходячи з цих даних передбачити прогноз на майбутнє.

Взагалі методи прогнозування можна умовно поділити на:

- прості методи;
- складні методи.

Група простих методів об'єднує однорідні за змістом і використовуваному інструментарію методи прогнозування. А складні методи відображають сукупності, комбінації методів, найчастіше реалізовані спеціальними прогностичними системами, до них відносяться адаптивні методи прогнозування, які будуть розглядатися у даній роботі.

2.2.1 Прості методи прогнозування

Група простих методів об'єднує однорідні за змістом і використовуваному інструментарію методи прогнозування.

До простих методів прогнозування відносяться:

- прогнозування в припущенні абсолютної незмінності значень попередніх рівнів;
- прогнозування на основі середнього рівня ряду;
- прогнозування на основі аналітичних показників динаміки ряду;
- прогнозування на основі індексів сезонності.

2.2.1.1 Прогнозування в припущенні абсолютної незмінності значень попередніх рівнів

Даний метод прогнозування виходить з твердження [11], що кожне наступне прогнозне значення дорівнюватиме попередньому значенню ознаки, тобто:

$$\begin{aligned}\hat{y}_{t+L}^* &= \hat{y}_{t+L-1}^*, \\ \hat{y}_{t+1}^* &= y_t, \\ \hat{y}_{t+2}^* &= \hat{y}_{t+1}^*,\end{aligned}\tag{2.8}$$

де: \hat{y}_{t+L}^* – прогнозне значення на період упередження L ;

\hat{y}_{t+L-1}^* – прогнозне значення, попереднє періоду упередження L .

Даний випадок прогнозування є приватним і в практиці статистичного прогнозування біологічних та екологічних явищ зустрічається вкрай рідко.

2.2.1.2 Метод прогнозування на основі середнього рівня ряду

Ще одним найпростішим методом прогнозування соціально-економічних явищ є метод прогнозування на основі середнього рівня ряду [12].

Даний метод прогнозування використовується для випадків, коли зміна значень рівнів часових рядів носить стаціонарний характер.

При побудові прогнозу даним методом використовується принцип, згідно з яким значення всіх наступних прогнозованих рівнів приймаються рівними середнім значенням рівнів ряду в минулому, тобто:

$$\hat{y}_{t+L}^* = \bar{y},\tag{2.9}$$

Таким чином отримують точковий прогноз.

Однак, розглядаючи тимчасовий ряд як вибірку з деякої генеральної сукупності, складно припустити, що прогнозна точкова оцінка повністю збігається з емпіричними значеннями ознаки. У цьому випадку доцільно визначити довірчий інтервал прогнозу шляхом побудови інтервального прогнозу даним методом за таким рівнянням:

$$\hat{y}_{t+L}^* = \bar{y} \pm t_\alpha \sigma_y, \quad (2.10)$$

де: t_α – табличне значення;

t – критерій Стьюдента з $(n-1)$ числом ступенів свободи і рівнем значущості;

$\sigma_{\bar{y}}$ – середня квадратична помилка середньої, яку можна визначити за формулою:

$$\sigma_{\bar{y}} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}}, \quad (2.11)$$

де: σ_y – середньоквадратичне відхилення, яке визначається за формулою:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{n-1}}, \quad (2.12)$$

де: y_t – емпіричні значення рівнів часового ряду;

\bar{y} – середній рівень вихідного часового ряду;

n – число рівнів ряду.

Отриманий таким чином довірчий інтервал враховує коливання вибірових середніх і передбачає, що кожна наступна прогнозна оцінка буде дорівнювати середньому рівню ряду динаміки. При цьому не береться до виду можливість коливання емпіричних значень ознаки навколо середньої, тобто у визначенні довірчого інтервалу. У розрахунку дисперсії необхідно врахувати як коливання вибірових середніх, так і ступінь варіювання індивідуальних емпіричних значень ознаки навколо середньої.

В цьому випадку довірчий інтервал прогносної оцінки можна визначити за таким виразом:

$$\hat{y}_{t+L} = \bar{y} \pm t_\alpha \times \sigma_y \sqrt{1 + \frac{1}{n}}, \quad (2.13)$$

Як видно, загальна варіація прогнозованого явища, тобто його помилка, визначається сумою двох дисперсій: загальна дисперсія і дисперсія вибіркової середньої за умови розгляду вихідного тимчасового ряду як вибірки з деякої генеральної сукупності.

2.2.1.3 Прогнозування на основі аналітичних показників динаміки ряду

Для прогнозування на основі аналітичних показників динаміки ряду спершу наведемо основні аналітичні показники динамічного ряду [13], та формули за якими вони розраховуються:

– абсолютний приріст, який може бути у наступних видах:

1) ланцюговий:

$$\Delta^{\prime} y_i = y_i - y_{i-1} ; \quad (2.14)$$

2) базисний:

$$\Delta y_i = y_i - y_1 ; \quad (2.15)$$

– середній абсолютний приріст:

$$\bar{\Delta} y = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta^{\prime} y_i}{n-1} ; \quad (2.16)$$

– темп росту, який може бути у наступних видах:

1) ланцюговий:

$$T_p = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\% ; \quad (2.17)$$

2) базисний:

$$T_p = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\% ; \quad (2.18)$$

– темп приросту, який може бути у наступних видах:

1) ланцюговий:

$$T_{\text{пр}} = \frac{\Delta y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\% ; \quad (2.19)$$

2) базисний:

$$T_{\text{пр}} = \frac{\Delta y_i}{y_0} \cdot 100\% \quad \text{або} \quad T_{\text{пр}} = T_p - 100 ; \quad (2.20)$$

– середній темп росту:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \cdot 100\% ; \quad (2.21)$$

– середній темп приросту:

$$\bar{T}_{\text{пр}} = \bar{T}_p - 100 ; \quad (2.22)$$

– коефіцієнт росту, який може бути у наступних видах:

1) ланцюговий:

$$K_{pi} = \frac{y_i}{y_{i-1}} ; \quad (2.23)$$

2) базисний:

$$K_{pi} = \frac{y_i}{y_1} ; \quad (2.24)$$

3) за весь період:

$$K_{pn} = \frac{y_n}{y_1} ; \quad (2.25)$$

– коефіцієнт приросту:

$$K_{np} = k_p - 1 ; \quad (2.26)$$

– середній коефіцієнт росту:

$$\overline{k_p} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} ; \quad (2.27)$$

– середній коефіцієнт приросту:

$$\overline{k_{np}} = \overline{k_p} - 1 ; \quad (2.28)$$

– абсолютний розмір 1% приросту, який може бути у наступних видах:

1) ланцюговий:

$$\Delta y_{1\%} = \frac{y_{i-1}}{100} \quad \text{або} \quad \Delta y_{1\%} = \frac{y_{i-1}}{T_{np}} ; \quad (2.29)$$

2) за весь період:

$$\Delta y_{1\%} = \frac{\Delta_{\text{сер.}y}}{k_{\text{пр}}} ; \quad (2.30)$$

де: y_1 - початкове значення рівня динамічного ряду; y_n - кінцеве значення рівня динамічного ряду; y_i - умовно прийнятий (i -тий) рівень динамічного ряду; n - кількість елементів динамічного ряду.

Розглянемо прогнозування метод середнього абсолютного приросту [14]. Він передбачає, що загальна тенденція розвитку досліджуваного явища найкращим чином апроксимується лінійною формою аналітичного виразу.

Для можливості застосування даного методу прогнозування потрібна попередня перевірка таких передумов, як:

– абсолютні ланцюгові прирости повинні бути приблизно однакові. ($\Delta_t = y_t - y_{t-1}$; де: y_t – значення рівня t -го періода; y_{t-1} – значення рівня попереднього t -му періоду часу);

– повинна виконуватися нерівність виду:

$$\sigma^2_{\text{залиш}} \leq \rho^2 ; \quad (2.31)$$

де: $\sigma^2_{\text{залиш}}$ – залишкова дисперсія, яка визначається за формулою:

$$\sigma^2_{\text{залиш.}} = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_{\Delta})^2}{n} ; \quad (2.32)$$

де: y_t – емпіричні значення рівнів часового ряду;

\bar{y}_{Δ} – теоретичні значення рівнів ряду, вирівняні методом середнього абсолютного приросту;

n – число рівнів вихідного часового ряду.

$$\rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{t=1}^n \Delta_t^2}{n} ; \quad (2.33)$$

де Δ_t – ланцюгові абсолютні прирости рівнів вихідного часового ряду.

Виконавши перевірку та підтвердивши виконання даних передумов можна приступати до прогнозування методом середнього абсолютного приросту, загальна модель прогнозу якого має вигляд:

$$\hat{y}_{t+L}^* = y_t + \bar{\Delta} \cdot L ; \quad (2.34)$$

де: y_t – останній рівень вихідного часового ряду (для перспективного прогнозу) або рівень прийнятий за базу екстраполяції;

L – період попередження прогнозу;

$\bar{\Delta}$ – середній абсолютний приріст, який визначається за такими формулами:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} \quad \text{або} \quad \bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_t}{n-1} ; \quad (2.35)$$

де: y_n – останній рівень вихідного часового ряду;

y_1 – перший рівень вихідного часового ряду.

Як видно з наведених перетворень, прогнозування методом середнього абсолютного приросту полягає в безперервному збільшенні останнього рівня вихідного ряду динаміки на величину середнього абсолютного приросту на всьому періоді попередження.

Розглянемо приклад рішення задачі, використовуючи даний метод.

За наступними даними про обсяг народжуваності коней на конюшні в одному з регіонів України за період січень-серпень 2019 року збудувати прогноз методом середнього абсолютного приросту на вересень - листопад 2019 року (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Розрахункова таблиця для визначення прогнозних значень методом середнього абсолютного приросту

Місяць	Народжуваність коней, млн. грн., y_t	Абсолютні ланцюгові прирости, $(\Delta_t = y_t - y_{t-1})$	\bar{y}_{Δ}	$(y_t - \bar{y}_{\Delta})$	$(y_t - \bar{y}_{\Delta})^2$	Δ_t^2
січень	201,8	-	201,8	0	0	-
лютий	202,4	0,6	202,8	-0,4	0,16	0,36
березень	203,1	0,7	203,8	-0,7	0,49	0,49
квітень	204,0	0,9	204,8	-0,8	0,64	0,81
травень	205,2	1,2	205,8	-0,6	0,36	1,44
червень	206,4	1,2	206,8	-0,4	0,16	1,44
липень	207,6	1,2	207,8	-0,2	0,04	1,44
серпень	208,8	1,2	208,8	0	0	1,44
Разом	1639,3	7,0	-	-	1,85	7,42

Розраховується середній абсолютний приріст:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{208,8 - 201,8}{8-1} = 1,0 \text{ млн.};$$

або

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_t}{n-1} = \frac{0,6+0,7+0,9+1,2+1,2+1,2+1,2}{8-1} = 1,0 \text{ млн.}$$

Перевіряється нерівність: $\sigma^2_{\text{залиш}} \leq \rho^2$.

$$\sigma^2_{\text{залиш.}} = \frac{\sum_{t=1}^n (y(t) - \bar{y}(\Delta_{\text{сер}}))^2}{n} = \frac{1,85}{8} = 0,231;$$

$$\rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{t=1}^n \Delta_t^2}{n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{7,42}{8} = 0,464,$$

Отже, основна передумова виконується, що свідчить про те, що даним методом можна прогнозувати обсяг народжуваності коней.

Тому прогнозні оцінки даного показника на вересень - листопад 2019 рік складуть:

$$\hat{y}^*_{\text{вересень}} = 208,8 + 1 \times 1 = 209 \text{ млн. грн.}$$

$$\hat{y}^*_{\text{жовтень}} = 208,8 + 1 \times 2 = 210 \text{ млн. грн.}$$

$$\hat{y}^*_{\text{листопад}} = 208,8 + 1 \times 3 = 211 \text{ млн. грн.}$$

Розглянемо ще одним метод прогнозування на основі аналітичних показників – це метод середнього темпу зростання [13]. Він здійснюється в разі якщо темпи зростання ланцюгові, розраховані за даними вихідного часового ряду за досліджуваний період часу, мають приблизно однакове цифрове значення, а тенденція розвитку явища підпорядковується геометричній прогресії і може бути описана показовою (експоненційною) кривою.

Модель прогнозу методом середнього темпу зростання має вигляд:

$$\hat{y}^*_{t+L} = y_t \cdot \bar{T}^L_p, \quad (2.36)$$

де: y_t – останній рівень вихідного часового ряду (для перспективного прогнозу) або рівень прийнятий за базу екстраполяції (y всіх інших випадках);
 \bar{T}_p – середній темп зростання, який визначається за такими формулами:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \quad \text{або} \quad \bar{T}_p = \sqrt[n-1]{T_{p_{ц_1}} \cdot T_{p_{ц_2}} \cdot \dots \cdot T_{p_{ц_{n-1}}}} = \sqrt[n-1]{\prod T_{p_{ц}}}, \quad (2.37)$$

де: y_n – останній рівень вихідного часового ряду;

y_1 – перший рівень вихідного часового ряду;

$T_{p_{y_{2,3,\dots,n-1}}}$ – ланцюгові темпи зростання;

$\prod T_{p_{ц}}$ – добуток ланцюгових темпів зростання.

Сума теоретичних значень \sum_{T_p} , отриманих в результаті вирівнювання по середньому темпу росту, повинна збігатися з сумою емпіричних значень вихідного часового ряду $\sum y_t$:

$$\sum_{T_p}^{n-1} \bar{y}_{T_p} = \sum_{t=1}^n y_t, \quad (2.38)$$

Розбіжність даних сум може бути викликана наступними причинами:

- якщо вихідному часовому ряду властива інша закономірність, а не експоненціальна;
- якщо істотний і значущий вплив на досліджуване явище надають випадкові чинники.

Розглянемо приклад розв'язання задачі за допомогою даного методу [4].

За наступними даними про обсяг народжуваності кроликів на фермі в січні-травні 2019 року, побудуйте прогноз на червень-липень 2019 року методом середнього темпу зростання (табл. 2.3).

Таблиця 2.3 - Розрахункова таблиця для визначення прогнозних значень методом середнього темпу зростання $T_{p_{ц}}$

Місяць	Народжуваність кроликів	$T_{p_{ц}}$	\bar{y}_{T_p}
Січень	10	-	10,0
лютий	11	1,10	11,4
березень	13	1,18	13,0
квітень	15	1,15	14,8
травень	17	1,13	16,8
Разом	66	-	66,0

Розрахуємо середній темп росту:

$$T_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[5-1]{\frac{17}{10}} = 1,14;$$

або

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{T_{p_{ц_1}} \cdot T_{p_{ц_2}} \cdot \dots \cdot T_{p_{ц_{n-1}}}} = \sqrt[n-1]{\prod T_{p_{ц}}} = \sqrt[5-1]{1,10 \cdot 1,18 \cdot 1,15 \cdot 1,13} = 1,14.$$

Прогноз обсягу народжуваності кроликів:

$$\bar{y}_{\text{червень}}^* = 17 \times 1,14 = 19 \text{ одиниць};$$

$$\bar{y}_{\text{липень}}^* = 17 \times 1,14 = 22 \text{ одиниць}.$$

2.2.1.4 Прогнозування на основі індексів сезонності

Прогнозування методом індексів сезонності можуть застосовуватися в процесі спостереження за народжуваністю, наприклад, кроликів на певній території. В цьому випадку стикаємося з циклічними коливаннями, які викликані як і викликані сезонним характером народжуваності.

Сезонні коливання [15] – це більш чи менш сталі внутрішньорічні коливання в ряді динаміки, що обумовлені впливом деяких чинників на народжуваність кроликів на певній території. Для прогнозування народжуваності кроликів важливо вивчити тенденцію сезонних коливань, що склалися, і розробити прогноз на найближчу перспективу, головним чином, на наступний рік.

Для вивчення сезонних коливань використовуються спеціальні показники, які називаються індексами сезонності, а сукупність їх утворює сезонну хвилю.

За даними, які характеризують обсяг народжуваності (табл. 2.4), розрахуємо індекси сезонності, побудуємо сезонну хвилю і прогноз обсягу народжуваності на окремі місяці наступного року.

Індекс сезонності визначається за формулою:

$$i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}}, \quad (2.39)$$

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_i y_i}{k}, \quad (2.40)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_i y_i}{n} = \frac{\sum_i \sum_i y_i}{k \cdot n}, \quad (2.41)$$

де: \bar{y}_i – середнє значення показника за прийнятий проміжок часу (у нашому прикладі середня величина за кожний місяць); \bar{y} - середнє значення показника за весь період; k – кількість років ($k=1,2,3,4\dots$); n – кількість місяців ($n=1,2,3,4,\dots$).

Таблиця 2.4 – Обсяг народжуваності кроликів (тис.)

Місяць	1-й рік	2-й рік	3-й рік	4-й рік	Разом за 4 роки (2+3+4+5)	В середньому за 4 роки	Індекс сезонності $(\frac{\bar{y}_i}{\bar{y}}) \cdot 100$	Прогноз обсягу народжуваності на наступний рік
1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	5,3	5,4	5,5	6,4	22,6	5,65	74,6	6,1
02	5,4	5,6	5,7	6,7	23,4	5,85	77,2	6,3
03	6,2	6,0	5,9	6,9	25,0	6,25	82,5	6,7
04	6,4	6,6	6,7	7,3	27,0	6,75	89,1	7,3
05	7,0	7,2	7,5	7,7	29,4	7,35	97,0	7,9
06	7,5	7,7	8,0	8,2	31,4	7,85	103,6	8,5
07	8,0	8,1	8,5	8,7	33,3	8,33	110,0	9,0
08	8,5	8,6	8,8	9,1	35,0	8,75	115,0	9,4
09	8,9	9,0	9,2	9,5	36,6	9,15	120,0	9,9
10	8,3	8,5	9,0	9,1	34,9	8,72	115,1	9,4
11	8,0	8,3	8,6	8,4	33,3	8,33	110,0	9,0
12	7,5	7,9	8,3	8	31,7	7,93	104,7	8,5
Разом	87,0	88,9	91,7	96,	363,6	-----	1200,0	98,0
В середньому						7,575	100,0	

Припустимо, що на наступний рік об'єднання передбачає народжуваність 98 тис. кроликів. Для того, щоб сформувані помісячний план народжуваності можна використати наступну залежність:

$$\hat{Q}_i = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100};$$

де: \hat{Q}_i – очікуваний місячний об’єм народжуваності ($i=1,2,3\dots$);

\hat{Q} – очікуваний річний обсяг народжуваності;

n – кількість періодів ($n = 12$).

Результати розрахунків наведені в графі 9 (табл. 2.4).

Розглянуті методи прогнозування є найпростішими, і тому прогнози, отримані на їх основі, є наближеними і не завжди надійні при збільшенні періоду попередження. Як правило, ці методи використовуються тільки при короткостроковому прогнозуванні.

Застосування цих методів в середньостроковому і довгостроковому прогнозуванні недоцільно, оскільки вони не тільки не враховують варіацію, скачки всередині часового ряду, але і в основі побудови моделей прогнозу і отримання прогнозних оцінок на весь період попередження лежить принцип рівномірного збільшення або зменшення (в залежності від знаку абсолютного приросту або допустимих меж темпу зростання) досліджуваного явища, зокрема його останнього рівня в вихідному часовому ряду, від одного періоду попередження до іншого на постійну величину, кількісно виражену значенням середнього абсолютного приросту або середнього темпу зростання.

2.2.2 Адаптивні методи прогнозування

Адаптивні методи прогнозування часових рядів являють собою сукупність моделей дисконтування даних [16], здатні пристосовувати свою структуру і параметри до зміни умов.

При оцінці параметрів адаптивних моделей спостереженнями (рівнями ряду) присвоюються різні ваги в залежності від того, наскільки сильним визнається їх вплив на поточний рівень. Це дозволяє враховувати зміни в тенденції, а також будь-які коливання, в яких простежується закономірність. Адаптивні методи прогнозування представляють собою підбір і адаптацію на

підставі знову надійшовшої інформації моделей прогнозування. До них відноситься [19] метод експоненційного згладжування, ковзаючих середніх, авто регресії та гармонійних ваг. Розглянемо кожен із цих методів більш детальніше.

2.2.2.1 Метод експоненційного згладжування

Це найбільш ефективний метод при розробці середньострокових прогнозів [17]. Він прийнятний при прогнозуванні тільки на один період вперед. Його основні переваги простота процедури обчислень і можливість обліку ваг вихідної інформації. Робоча формула методу експоненціального згладжування:

$$U_{t+1} = a \cdot y_t + (1 - a) \cdot U_t ; \quad (2.42)$$

де: t - період, що передує прогнозованому; $t+1$ - прогнозний період; $U_t + 1$ - прогнозований показник; a - параметр згладжування; y_t - фактичне значення досліджуваного показника за період, що передує прогнозованому; U_t - експоненціально зважена середня для періоду, що передує прогнозованому.

При прогнозуванні даним методом виникає два утруднення:

- вибір значення параметра згладжування a ;
- визначення початкового значення U_0 .

Від величини a залежить, як швидко знижується вага впливу попередніх спостережень. Чим більше a , тим менше позначається вплив попередніх років. Якщо значення a близьке до одиниці, то це призводить до врахування при прогнозі в основному впливу лише останніх спостережень. Якщо значення a близьке до нуля, то ваги, по яких зважуються рівні тимчасового ряду, убують повільно, тобто при прогнозі враховуються всі (або майже всі) минулі спостереження.

Таким чином, якщо є впевненість, що початкові умови, на підставі яких розробляється прогноз, достовірні, слід використовувати невелику величину параметра згладжування ($\alpha \rightarrow 0$). Коли параметр згладжування малий, то досліджувана функція поводить ся як середня з великого числа минулих рівнів. Якщо немає достатньої впевненості в початкових умовах прогнозування, то слід використовувати велику величину α , що призведе до обліку при прогнозі в основному впливу останніх спостережень.

Точного методу для вибору оптимальної величини параметра згладжування α немає. В окремих випадках автор даного методу професор Браун пропонував визначати величину α , виходячи з довжини інтервалу згладжування. При цьому α обчислюється за формулою:

$$a = \frac{2}{n+1}, \quad (2.43)$$

де n - число спостережень, що входять в інтервал згладжування.

Завдання вибору U_0 (експоненціально зваженого середнього початкового) вирішується наступними способами:

- якщо є дані про розвиток явища в минулому, то можна скористатися середньої арифметичної і прирівняти до неї U_0 ;
- якщо таких відомостей немає, то в якості U_0 використовують вихідне перше значення бази прогнозу y_1 .

2.2.2.2 Метод ковзаючих середніх

Метод ковзних середніх [17] є одним з широко відомих методів згладжування часових рядів. Застосовуючи цей метод, можна елімінувати

випадкові коливання і отримати значення, відповідні впливу головних чинників.

Згладжування за допомогою ковзних середніх засноване на тому, що в середніх величинах взаємно погашаються випадкові відхилення. Це відбувається внаслідок заміни первинних рівнів часового ряду середньою арифметичною величиною всередині обраного інтервалу часу. Отримане значення відноситься до середини обраного інтервалу часу (періоду).

Потім період зсувається на одне спостереження, і розрахунок середньої повторюється. При цьому періоди визначення середньої беруться весь час однаковими. Таким чином, в кожному даному випадку середня центрована, тобто віднесена до серединної точки інтервалу згладжування і являє собою рівень для цієї точки.

При згладжуванні часового ряду ковзаючими середніми в розрахунках беруть участь всі рівні ряду. Чим ширше інтервал згладжування, тим більше плавним виходить тренд. Згладжений ряд коротше початкового на $(n-1)$ спостережень, де n - величина інтервалу згладжування.

При великих значеннях n коливання згладженого ряду значно знижується. Одночасно помітно скорочується кількість спостережень, що створює труднощі.

Вибір інтервалу згладжування залежить від цілей дослідження. При цьому слід керуватися тим, в який період часу відбувається дія, а отже, і усунення впливу випадкових факторів.

Даний метод використовується при короткостроковому прогнозуванні. Його робоча формула:

$$y_{t+1} = m_{t-1} + \frac{1}{n} \cdot (y_t - y_{t-1}), \text{ якщо } n = 3; \quad (2.44)$$

$$m_t = y_{t-1} + y_t + y_{t+1}; \quad (2.45)$$

де: $t+1$ – прогнознний період; t – період, попередній прогнозному періоду (рік, місяць і т.д.);

y_{t+1} – прогнозований показник;

m_{t-1} – ковзаюча середня за два періоди до прогнозного;

n – число рівнів, що входять в інтервал згладжування;

y_t – фактичне значення досліджуваного явища за попередній період;

y_{t-1} – фактичне значення досліджуваного явища за два періоди, що передують прогнозному.

2.2.2.3 Метод гармонійних ваг

Цей метод був розроблений польським статистиком З. Хельвіг [18]. Він близький до методу простого експоненціального згладжування, використовує той же принцип. В його основі лежить зважування змінного показника, але замість ковзної середньої використовується ідея змінного тренду. Екстраполяція проводиться за змінним тренду, окремі туги ламаної лінії зважуються за допомогою гармонійних ваг, що дозволяє більш пізнім спостереженнями надавати більшу вагу.

Метод гармонійних ваг базується на таких передумовах:

- період часу, за який вивчається даний процес, повинен бути досить тривалим, щоб можна було визначити його закономірності;
- вихідний ряд динаміки не повинен мати стрибкоподібних змін;
- досліджуване явище має володіти інерційністю, тобто для настання більшої зміни в характеристиках процесу необхідно, щоб пройшло чимало часу;
- відхилення від змінного тренду мають випадковий характер;
- автокореляційна функція, розрахована на основі послідовних різниць, повинна зменшуватися з ростом t , тобто вплив більш пізньої інформації

мусить сильніше відобразитися на прогнозованій величині, ніж на ранній інформації.

Для отримання точного прогнозу методом гармонійних ваг необхідно виконання всіх вищевказаних передумов для вихідного ряду динаміки [20]. Для здійснення прогнозу даним методом вихідний ряд розбивається на фази k . Число фаз повинна бути меншою ніж членів ряду n , тобто $k < n$. Зазвичай фаза дорівнює 3-5 рівням. Для кожної фази розраховується лінійний тренд, тобто:

$$\bar{y}_i(t) = a_i + b_it, (i = 1, 2, \dots, n - k + 1); \quad (2.46)$$

При цьому:

- для $i=1$: $t=1, 2, \dots, k$;
- для $i=2$: $t=2, 3, \dots, k+1$;
- для $i= n-k+1$: $t= n-k+1, n-k+2, \dots, n$.

Для оцінки параметрів a_i, b_{ik} використовується метод найменших квадратів.

За допомогою отриманих $(n-k+1)$ рівнянь визначаються значення ковзаючого тренду. З цією метою виділяються ті значення $y_{i(t)}$, для яких $t=i$, їх позначають $y_{i(t)}$. Нехай їх буде n_i .

Потім знаходиться середнє значення $\bar{\bar{y}}_t(t)$ за формулою:

$$\bar{\bar{y}}_t(t) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_i(t). \quad (2.47)$$

Після цього необхідно перевірити гіпотезу про те, що відхилення від змінного тренда є стаціонарним процесом. З цією метою розраховується автокореляційна функція. Якщо значення автокореляційної функції зменшуються від періоду до періоду, то п'ята передумова даного методу виконується. Далі розраховуються прирости за формулою:

$$w_{t+1} = f_{t+1} - f_t = \overline{y_{t+1}} - \overline{y_t}. \quad (2.48)$$

Середня приростів обчислюється за формулою:

$$\bar{w} = \sum_{t=1}^{n-1} C_{t+1}^n \cdot w_{t+1}, \quad (2.49)$$

де: C_{t+1}^n – гармонійні коефіцієнти, що відповідають таким умовам:

$$C_{t+1}^n > 0 \quad (t=1, 2, \dots, n-1);$$

$$\sum_{t=1}^{n-1} C_{t+1}^n = 1.$$

Вираз дозволяє більш пізній інформації надавати великі ваги, так як прирости обернено пропорційні часу, що відокремлює ранню інформацію від пізньої для моменту $t = n$.

Якщо найраніша інформація має вагу $m_2 = \frac{1}{n-1}$, то вага інформації, що відноситься до наступного моменту часу, дорівнює:

$$m_3 = m_2 + \frac{1}{n-2} = \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2}. \quad (2.50)$$

У загальному вигляді ряд гармонійних ваг визначають наступним чином:

$$m_{t+1} = m_t + \frac{1}{n-t}, \quad (t = 2, 3, \dots, n-1) \quad (2.51)$$

або

$$m_{t+1} = \sum_{i=1}^t \frac{1}{n-i}, \quad (2.52)$$

звідси:

$$\sum_{t=1}^{n-1} m_{t+1} = n - 1. \quad (2.53)$$

Щоб отримати гармонічні коефіцієнти C_{t+1}^n , які задовольняє дві вище зазначені умови, потрібно гармонічні ваги m_{t+1} розділити на $(n-1)$, тобто:

$$C_{t+1}^n = \frac{m_{t+1}}{n-1}. \quad (2.54)$$

Далі прогнозування проводиться так само, як і при простих методах прогнозу, шляхом додавання до останнього значення ряду динаміки середнього приросту, тобто:

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t^* + \bar{w}. \quad (2.55)$$

Даний метод прогнозування застосовується [17], коли є впевненість, що тенденція в майбутньому описується плавною кривою, тобто в ряду відсутні сезонні і циклічні коливання. Таким чином, перед передбаченням розвитку досліджуваного об'єкта необхідно зробити висновок про стаціонарності або нестаціонарності тимчасового ряду. Дане положення можна перевірити за допомогою тесту Дікі-Фуллера. Базовий породжуючий дані процес, який використовується в тесті – авторегресійний процес першого порядку:

$$y_t = m_0 + m_1 \times t + r \times y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.56)$$

де m_0 , m_1 , r – постійні коефіцієнти, які можуть бути знайдені методом найменших квадратів; ε_t - випадкова помилка, яка в розрахунок може не прийматися.

У разі якщо виконується умова: $0 < r < 1$, то ряд є стаціонарним, у випадках: $r \notin 0$; $r \geq 1$, то досліджуваний часовий ряд не є стаціонарним.

2.2.2.4 Метод авто регресії

Ще один метод, корисний для прогнозування за часовими рядами, заснований на авторегресійних моделях [17]. Зазвичай виявляється, що значення відгуку в деякій точці часового ряду сильно корельовано із кількома попередніми і / або наступними значеннями. Дійсно, для багатьох явищ їх сучасний стан функціонально визначається попередніми станами системи, більшою мірою недавніми, в набагато меншій - далеко стоячими від заданого по часовому ряду. Подібні зв'язки прийнято називати автокореляцією - кореляцією ряду з самим собою.

Автокореляція першого порядку характеризує тісноту зв'язку між сусідніми значеннями часового ряду, автокореляція другого порядку - між віддаленими одна від одної на два періоди etc. І взагалі, автокореляція n-го порядку відноситься до ступеня пов'язаності відгуків, рознесених на n періодів. Припускаючи, що виникнувши зв'язок між значеннями збережеться деякий час в майбутньому, ми отримуємо механізм прогнозування, заснований на побудові регресії точок ряду на самих себе, тобто - авторегресії.

Авторегресійні моделі різних порядків - першого, другого, в загальному випадку n-ого - можна описати рівняннями наступного вигляду:

$$\begin{aligned} y_i &= b_0 + b_1 \cdot y_{i-1} + \varepsilon; \\ y_i &= b_0 + b_1 \cdot y_{i-1} + b_2 \cdot y_{i-2} + \varepsilon; \\ y_i &= b_0 + b_1 \cdot y_{i-1} + b_2 \cdot y_{i-2} + \dots + b_n \cdot y_{i-n} + \varepsilon, \end{aligned} \quad (2.57)$$

де: b_0 - константа (вільний член) авторегресійного рівняння;

b_1, b_2, \dots, b_n - коефіцієнти авто регресії;

y_i - величина відгуку в певний момент часу;

$y_{i-1}, y_{i-2}, \dots, y_{i-n}$ - відповідно відгуки одним, двома, ... n періодами раніше заданого;

ε - незкорильована випадкова компонента, присутня у відгуку і пов'язана з помилками спостереження і похибками моделі.

3 МЕТОДИКА АНАЛІЗУ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ПРОЦЕСІВ РІЗНОЇ ФІЗИЧНОЇ ПРИРОДИ

Даний розділ присвячений висвітленню методики дослідження та прогнозування процесів різної фізичної природи. А також застосування даної методики у практичній діяльності.

3.1 Вхідні данні для проведення дослідження. Аналіз об'єкту

Для початку, потрібно зробити вибірку існуючих для вивчення характеристик досліджуваного об'єкту, по яким в подальшому будемо формувати базу даних. Потім, всі відібрані характеристики аналізуються на предмет їх взаємозв'язку. На основі цього, виділяють залежні і незалежні характеристики даного об'єкту. Залежні характеристики в подальшому розглядаються як змінні, а незалежні характеризуються як ознаки. У тому випадку, якщо ознаками виступають моменти часу, то змінні будуть залежати від часу.

Наступним етапом - є побудова часового ряду.

Вже сформована база даних змінних та ознак представляє собою послідовність чисел. Таким чином, ми отримуємо табличне представлення значень кожного з розглянутих показників (табл.3.1).

Таблиця 3.1 – Табличне представлення значень кожного з розглянутих показників

Значення ознаки, t_i	Значення змінної, $y_1(t_i)$	Значення змінної, $y_n(t_i)$
t_1	$y_1(t_1)$	$y_n(t_1)$
.....
.....
t_m	$y_1(t_m)$	$y_n(t_m)$

3.2 Етапи реалізації методики дослідження та прогнозування процесів різної фізичної природи

Першим етапом методики служить проведення переднього аналізу для вже сформованого часового ряду. Методологія проведення попереднього аналізу описана у підрозділі 2.1. Під терміном «попереднього аналізу» мається на увазі:

- виявлення аномальних спостережень рівнів ряду та їх усунення;
- перевірка на наявність тренду;
- обчислення і аналіз аналітичних показників динаміки ряду.

Другим етапом є побудова прогнозу. Побудова прогнозу виконується за допомогою різних методів прогнозування, деякі з них описані в підрозділі 2.2.

На третьому етапі проводиться перевірка точності моделей і прогнозів побудованих на другому етапі. Та робляться висновки по отриманим результатам прогнозування.

3.3 Застосування методики дослідження та прогнозування процесів у практичній діяльності. Проведення обчислювальних експериментів

Для проведення дослідження та прогнозування були взяті данні температури повітря з архіву погоди в місті Запоріжжя (аеропорт) за період з 01.01.2009 по 20.12.2019. Дослідження та прогнозування проводитимуться за період від 01.01.2009 по 31.12.2018. Данні за період з 01.01.2019 по 20.12.2019 будуть використані для перевірки точності прогнозів. Завданням роботи є проведення аналізу часового ряду та прогнозування його на майбутнє.

Першим етапом є вивчення об'єкта. Для початку, робиться вибірка існуючих для вивчення характеристик досліджуваного об'єкту, по яким в

подальшому будемо формувати базу даних. Вибірка знаходиться у Додатку А в табл. А.1.

На другому етапі з отриманих даних будується часовий ряд (Додаток Б, табл. Б.1 та Б.2).

Далі будується графік залежності $y(t)$ (рис. 3.1).

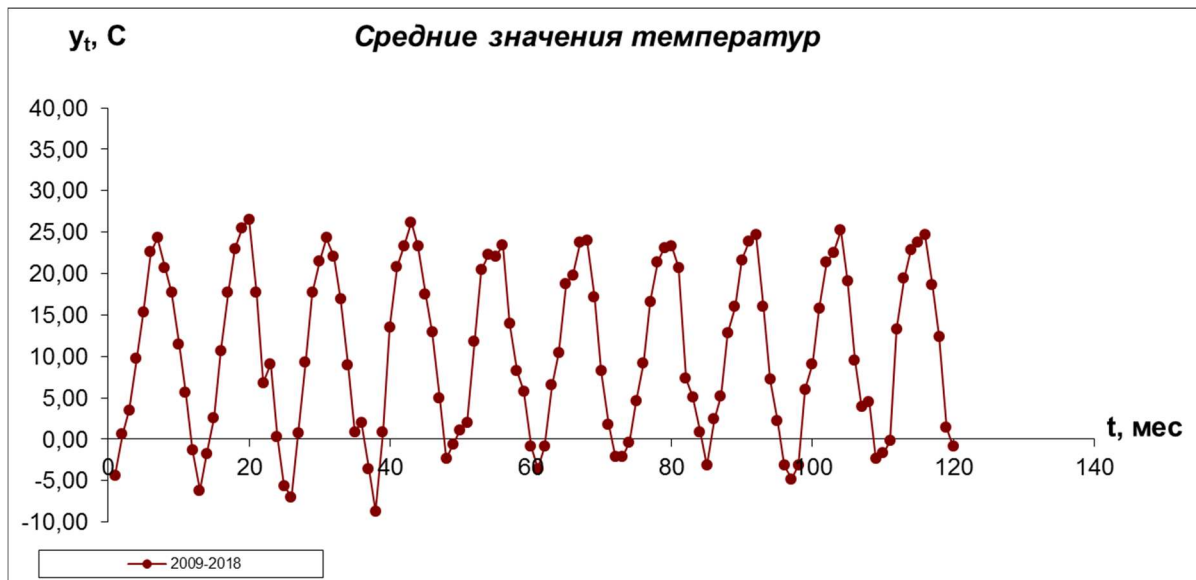


Рисунок 3.1 – Графік залежності $y(t)$

Перейдемо до етапу попереднього аналізу часового ряду, побудованого на 2 етапі.

Шукаються аномальні рівні ряду за допомогою критерія Ірвіна.

Для початку обчислимо \bar{y} :

$$\bar{y} = \sum y_i / n = 10,558,$$

після цього розраховується незміщена оцінка дисперсії:

$$D_y = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = 12085,15 / 119 = 101,5.$$

Далі розраховується середньоквадратичне відхилення $\delta(y)$:

$$\delta_y = \sqrt{D(y)} = 10,07.$$

Зі знайдених даних розраховується критерій Ірвіна, за формулою:

$$\lambda_t = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\sigma_y}.$$

Для $n = 120$ порогове значення критерію Ірвіна не повинно перевищувати $\lambda_{кр} = 1$. Значення λ в залежності від t представлені в Додатку В у табл. В.1.

З наведеної таблиці можна побачити, що у даному часовому ряді присутні аномалії при $t = 22, 40, 82, 112, 119$.

Перейдемо до етапу видалення знайдених аномалій. Виявлені аномальні спостереження необхідно виключити з часового ряду і замінити розрахунковим значенням, отриманим з використанням сусідніх спостережень. Найпростіший спосіб заміни аномальних рівнів простою середньою арифметичною двох сусідніх рівнів ряду.

Аномальні значення мають рівні $t = 22, 40, 82, 112, 119$ ряду.

Розраховуються нові значення y_i :

$$\begin{aligned} y_{22}^* &= (y_{21} + y_{23}) / 2 = (17,7 + 9,1) / 2 = 13,44; \\ y_{40}^* &= (y_{39} + y_{41}) / 2 = (0,9 + 20,8) / 2 = 10,85; \\ y_{82}^* &= (y_{81} + y_{83}) / 2 = (20,7 + 5,1) / 2 = 12,9; \\ y_{112}^* &= (y_{111} + y_{113}) / 2 = ((-0,2) + 19,4) / 2 = 9,6; \\ y_{119}^* &= (y_{118} + y_{120}) / 2 = (12,4 + (-0,9)) / 2 = 5,75. \end{aligned}$$

Після знайдення нових значень y_i , повторно перевіряється часовий ряд на аномальність.

Підставивши нові данні в таблицю, розраховується нове середнє значення \bar{y} :

$$\bar{y} = 10,558.$$

Незміщена оцінка дисперсії:

$$D(y)=11998,05/119=100,824.$$

Середньоквадратичне відхилення:

$$\delta(y)=10,04.$$

Обчислюється критерій Ірвіна:

$$\lambda_t = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\sigma_y}.$$

Для $n = 120$ порогове значення критерію Ірвіна не повинно перевищувати $\lambda_{кр}=1$.

Значення λ в залежності від t представлені у Додатку В у табл. В.2.

З розрахунків можна побачити що аномальність зникла, тому можемо перейти до наступного етапу – перевірки на наявність тренду.

Далі проводиться перевірка на наявність тренду. Присутність тренда не завжди чітко простежується в часі ряду. У цих випадках перш, ніж перейти до визначення тенденції і виділенню тренда, потрібно з'ясувати, чи існує взагалі тенденція в досліджуваному процесі.

Основні підходи до вирішення цього завдання засновані на статистичній перевірці гіпотез. Критерії виявлення компонент ряду засновані на перевірці гіпотези про випадковість ряду.

Найбільш часто використовуються на практиці критерії перевірки «наявності-відсутності» тренда:

- критерій серій;
- критерій «висхідних» і «нисхідних» серій.

Проводиться перевірка критерієм серій. Для початку впорядковуються члени ряду по зростанню (Додаток Г в табл. Г.1). Далі визначається медіана ряду. В випадку парного значення довжини ряду n ($n=2m$) медіана $Me=(y_{(m)}+y_{(m+1)})/2$.

$$Me=\frac{9,6+9,7}{2}=9,65.$$

Далі утворюється послідовність δ_i з плюсів і мінусів за таким правилом:

$$\delta_i = \begin{cases} +, \text{ якщо } y_t > Me, t = 1, 2, \dots, n, \\ -, \text{ якщо } y_t < Me, t = 1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

Утворена послідовності δ_i з плюсів і мінусів, та поділ часового ряду на серії заноситься у Додаток Г в табл. Г.2.

Потім підраховується $v(n)$ - число серій в сукупності σ_i :

$$v(n)=21.$$

Далі визначається τ_{max} - протяжність найдовшої серії:

$$\tau_{max} = 7.$$

Перевірка гіпотези H_0 ґрунтується на тому факті, що за умови випадковості часового ряду (при відсутності тренда) протяжність найдовшою серії не повинна бути занадто великою, а загальне число серій - занадто маленьким. Тому для того щоб не була відкинута гіпотеза про випадковості вихідного ряду (про відсутність тренда), повинні виконуватися наступні нерівності, для 5% рівня значимості $u_{кр} = 1.96$):

$$\begin{cases} \tau_{max}(n) < [1,43 \ln(n + 1)], \\ v(n) > \left[\frac{1}{2} (n + 1 - 1,96\sqrt{n - 1}) \right], \end{cases}$$

підставляються значення:

$$\begin{cases} 7 < [1,43 \ln(120 + 1)], \\ 21 > \left[\frac{1}{2} (120 + 1 - 1,96\sqrt{119}) \right], \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7 < [6,85], \\ 21 > [49,8], \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7 < 6, \\ 21 > 49. \end{cases}$$

Обидві нерівності не виконуються, тому гіпотеза H_0 про відсутність тренду – відкидається.

Проводиться перевірка критерієм «висхідних» і «нисхідних» серій. Цей критерій, так само як і критерій серій, заснований на використанні низки умовних знаків. Правило формування цієї послідовності полягає в наступному:

–знак «+» ставлять, якщо $y_{i+1} > y_i$;

–знак «-» ставлять, якщо $y_{i+1} < y_i$.

Якщо $y_{i+1} = y_i$, враховується тільки y_i : перевіряється $y_i > 0$ або $y_i < 0$. Таку ж перевірку роблять і для y_n .

Утворення послідовності δ_i з плюсів і мінусів, та поділ часового ряду на серії занесені до Додатку Г в табл. Г.3.

Отримані таким чином серії будуть відповідати ділянкам зростання (серії знаків «+» - висхідні серії) або зменшення (серії знаків «-» - нисхідні серії) значень елементів часового ряду.

Перевірка гіпотези ґрунтується на тому, що за умови випадковості ряду (при відсутності систематичної складової) протяжність найдовшої серії не повинна бути занадто великою, а загальне число серій - занадто маленьким. Тому гіпотеза H_0 відкидається з імовірністю помилки α , якщо виконуються хоча б одна з наступних нерівностей:

$$v \leq \left[\frac{1}{3} (2N - 1) - u_\gamma \sqrt{\frac{16N-2}{90}} \right],$$

$$\tau \geq \tau_\alpha(N),$$

де: $\tau_0(N)$ - критичне значення, яке визначається в залежності від обсягу вибірки:

$$\tau_0(N) = \begin{cases} 5, & \text{якщо } N \leq 26, \\ 6, & \text{якщо } 26 < N \leq 153, \\ 7, & \text{якщо } N > 153, \end{cases} \rightarrow \tau_0(N) = 6,$$

u_γ - квантиль нормального розподілу рівня для довірчої ймовірності $\gamma = 1 - (\alpha/2)$.

Числа $v(n)$ та $t(n)$ необхідно округлити вниз до найближчого цілого.

$$\tau_{\max} = 7;$$

$$v(N) = 21;$$

$$u_\gamma = 1,96.$$

Підставляються данні до нерівності, отримаємо:

$$21 \leq 70;$$

$$7 \geq 6.$$

Отже, виконуються обидві нерівності, тому гіпотеза H_0 про відсутність тренду – відкидається.

На наступному етапі проводяться розрахунки аналітичних показників динаміки ряду, а також розрахунки аналітичних показників для окремих рядів динаміки за кожен місяць окремо.

Основні аналітичні показники динаміки ряду, та їх формули, наведені у підрозділі 2.2.1.3.

Розрахункові дані аналітичних показників для спільного динамічного ряду знаходяться у Додатку Д в табл. Д.1 - Д.2. Розрахункові дані аналітичних показників для окремих рядів динаміки за кожен місяць окремо занесені до таблиць 3.1-3.24.

Таблиця 3.1 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на січень

t	y(t)	Δy_i	Δy_i	$\bar{\Delta y}$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий $T_{пр}$	Базисний $T_{пр}$	\bar{T}_p	$\bar{T}_{пр}$
1	-4,4	-----	-----	0,2	-----	-----	-----	-----	93,48	-6,51
13	-6,2	-1,8	-1,8		140,9	140,9	40,90	40,9		
25	-5,6	0,6	-1,2		90,32	127,27	-9,67	27,27		
37	-3,6	2	0,8		64,28	81,81	-35,71	-18,18		
49	-0,6	3	3,8		16,66	13,63	-83,33	-86,36		
61	-3,6	-3	0,8		600	81,81	500	-18,18		
73	-2,1	1,5	2,3		58,33	47,72	-41,66	-52,27		
85	-3,2	-1,1	1,2		152,3	72,72	52,38	-27,27		
97	-4,8	-1,6	-0,4		150	109,09	50	9,09		
109	-2,4	2,4	2		50	54,54	-50	-45,45		

Таблиця 3.2 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на січень

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	$K_{пр}$	\bar{k}_p	$\bar{k}_{пр}$	Ланцюговий $\Delta y_{1\%}$	За весь період $\Delta y_{1\%}$
1	-4,4	-----	-----	0,545	-----	0,93	-0,06	-----	-3,411
13	-6,2	1,409	1,409		0,409			-0,044	
25	-5,6	0,903	1,27		-0,09			-0,062	
37	-3,6	0,642	0,81		-0,35			-0,056	
49	-0,6	0,166	0,136		-0,83			-0,036	

Продовження таблиці 3.2

61	-3,6	6	0,818		5			-0,006	
73	-2,1	0,583	0,47		-0,41			-0,036	
85	-3,2	1,52	0,72		0,523			-0,021	
97	-4,8	1,5	1,09		0,5			-0,032	
109	-2,4	0,5	0,545		-0,5			-0,048	

Таблиця 3.3 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на лютий

t	y(t)	Δy_i	Δy_i	$\bar{\Delta y}$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
2	0,6	-----	-----		-----	-----	-----	-----		
14	-1,8	-2,4	-2,4		-300	-300	-400	-400		
26	-7	-5,2	-7,6		388,8	1166,6	288,8	-1266		
38	-8,7	-1,7	-9,3		124,2	-1450	24,28	-1550		
50	1,1	9,8	0,5	-0,2	-12,6	183,3	-112,6	83,33	-112,2	-212,2
62	-0,9	-2	-1,5		-81,8	-150	-181,8	-250		
74	-0,4	0,5	-1		44,4	-66,6	-55,55	-166,6		
86	2,4	2,8	1,8		-600	400	-700	300		
98	-3,1	-5,5	-3,7		-129	-516,6	-229,1	-616,6		
110	-1,7	1,4	-2,3		54,83	-283,3	-45,16	-383,3		

Таблиця 3.4 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на лютий

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{np}	\bar{k}_p	\bar{k}_{np}	Ланцюговий $\Delta y_{1\%}$	За весь період $\Delta y_{1\%}$
2	0,6	-----	-----	-2,83	-----			-----	0,12
14	-1,8	-3	-3		-4			0,006	
26	-7	3,88	-11,6		2,88			-0,018	
38	-8,7	1,242	-14,5		0,24			-0,07	
50	1,1	-0,126	1,83		-1,12			-0,087	
62	-0,9	-0,81	-1,5		-1,81			0,011	
74	-0,4	0,44	-0,66		-0,55			-0,009	
86	2,4	-6	4		-7			-0,004	
98	-3,1	-1,29	-5,16		-2,29			0,024	
110	-1,7	0,54	-2,83		-0,45			-0,031	

Таблиця 3.5 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на березень

t	y(t)	$\Delta' y_i$	Δy_i	$\bar{\Delta} y$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
3	3,5	-----	-----	-0,4	-----	-----	-----	-----	-72,75	-172,7
15	2,6	-0,9	-0,9		74,28	74,28	-25,7	-25,71		
27	0,7	-1,9	-2,8		26,92	20	-73,07	-80		
39	0,9	0,2	-2,6		128,5	25,71	28,57	-74,28		
51	2	1,1	-1,5		222,2	57,14	122,2	-42,85		
63	6,5	4,5	3		325	185,71	225	85,71		

Продовження таблиці 3.5

75	4,6	-1,9	1,1		70,76	131,42	-29,23	31,42		
87	5,2	0,6	1,7		113,0	148,57	13,04	48,57		
99	6	0,8	2,5		115,3	171,42	15,38	71,42		
111	-0,2	-6,2	-3,7		-3,33	-5,71	-103,3	-105,7		

Таблиця 3.6 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на березень

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{np}	\bar{k}_p	$\overline{k_{np}}$	Ланцюговий $\Delta y_{1\%}$	За весь період $\Delta y_{1\%}$
3	3,5	-----	-----		-----			-----	
15	2,6	0,74	0,74		-0,25			0,035	
27	0,7	0,26	0,2		-0,73			0,026	
39	0,9	1,28	0,25		0,28			0,007	
51	2	2,22	0,57		1,22			0,009	
63	6,5	3,25	1,85		2,25			0,02	
75	4,6	0,707	1,31		-0,29			0,065	
87	5,2	1,13	1,48		0,13			0,046	
99	6	1,15	1,71		0,15			0,052	
111	-0,2	-0,033	-0,06	-0,057	-1,03	-0,7	-1,72	0,06	0,23

Таблиця 3.7 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на квітень

t	y(t)	$\Delta^2 y_i$	Δy_i	$\bar{\Delta} y$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
4	9,7	-----	-----	- 0,0 1	-----	-----	-----	-----	99,885	-0,115
16	10,6	0,9	0,9		109,2	109,2	9,27	9,278		
28	9,3	-1,3	-0,4		87,73	95,87	-12,26	-4,12		
40	10,8	1,55	1,15		116,6	111,85	16,66	11,85		
52	11,8	0,95	2,1		108,7	121,64	8,75	21,64		
64	10,4	-1,4	0,7		88,13	107,21	-11,86	7,216		
76	9,2	-1,2	-0,5		88,46	94,84	-11,5	-5,15		
88	12,8	3,6	3,1		139,1	131,95	39,13	31,95		
100	9,1	-3,7	-0,6		71,09	93,81	-28,9	-6,18		
112	9,6	0,5	-0,1		105,4	98,96	5,49	-1,03		

Таблиця 3.8 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на квітень

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{np}	\bar{K}_p	\bar{k}_{np}	Ланцюговий $\Delta y_{1\%}$	За весь період $\Delta y_{1\%}$
4	9,7	-----	-----	0,989	-----	0,99	0,001	-----	9,65
16	10,6	1,09	1,092		0,092			0,097	
28	9,3	0,87	0,95		-0,12			0,106	
40	10,8	1,16	1,118		0,166			0,093	
52	11,8	1,087	1,216		0,087			0,1085	
64	10,4	0,881	1,072		-0,12			0,118	

Продовження таблиці 3.8

76	9,2	0,884	0,948		-0,11			0,104	
88	12,8	1,39	1,32		0,391			0,092	
100	9,1	0,71	0,93		-0,29			0,128	
112	9,6	1,055	0,98		0,054			0,091	

Таблиця 3.9 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на травень

T	y(t)	Δy_i	Δy_i	$\bar{\Delta y}$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
5	15,3	-----	-----	0,4	-----	-----	-----	-----	102,67	2,673
17	17,7	2,4	2,4		115,6	115,68	15,68	15,68		
29	17,7	0	2,4		100	115,68	0	15,68		
41	20,8	3,1	5,5		117,5	135,94	17,51	35,94		
53	20,4	-0,4	5,1		98,07	133,33	-1,92	33,33		
65	18,8	-1,6	3,5		92,15	122,87	-7,84	22,87		
77	16,6	-2,2	1,3		88,29	108,49	-11,70	8,496		
89	16	-0,6	0,7		96,38	104,57	-3,61	4,57		
101	15,8	-0,2	0,5		98,75	103,26	-1,25	3,26		
113	19,4	3,6	4,1		122,7	126,79	22,78	26,79		

Таблиця 3.10 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на травень

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{pr}	\bar{k}_p	\bar{k}_{pr}	Ланцюговий $\Delta y_{1\%}$	За весь період $\Delta y_{1\%}$
5	15,3	-----	-----	1,26	-----	1,02	0,026	-----	17,04
17	17,7	1,156	1,156		0,156			0,153	
29	17,7	1	1,15		0			0,177	
41	20,8	1,175	1,36		0,175			0,177	
53	20,4	0,98	1,33		-0,02			0,208	
65	18,8	0,92	1,228		-0,08			0,204	
77	16,6	0,88	1,085		-0,12			0,188	
89	16	0,96	1,045		-0,03			0,166	
101	15,8	0,98	1,032		-0,01			0,16	
113	19,4	1,22	1,26		0,22			0,15	

Таблиця 3.11 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на червень

T	y(t)	$\Delta' y_i$	Δy_i	$\bar{\Delta} y$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{pr}	Базисний T_{pr}	\bar{T}_p	\bar{T}_{pr}
6	22,6	-----	-----	0,0 2	-----	-----	-----	-----	100,09	0,097
18	23	0,4	0,4		101,7	101,76	1,769	1,76		
30	21,5	-1,5	-1,1		93,47	95,13	-6,52	-4,86		
42	23,3	1,8	0,7		108,3	103,09	8,372	3,097		
54	22,3	-1	-0,3		95,70	98,67	-4,29	-1,32		
66	19,8	-2,5	-2,8		88,78	87,61	-11,21	-12,38		

Продовження таблиці 3.11

78	21,4	1,6	-1,2		108,0	94,69	8,08	-5,309		
90	21,6	0,2	-1		100,9	95,57	0,93	-4,42		
102	21,4	-0,2	-1,2		99,07	94,69	-0,92	-5,31		
114	22,8	1,4	0,2		106,5	100,88	6,54	0,88		

Таблиця 3.12 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на червень

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{np}	\bar{k}_p	$\overline{k_{np}}$	Ланцюговий $\Delta y_1\%$	За весь період $\Delta y_1\%$
6	22,6	-----	-----		-----			-----	
18	23	1,017	1,017		0,017			0,226	
30	21,5	0,93	0,951		-0,06			0,23	
42	23,3	1,083	1,03		0,083			0,215	
54	22,3	0,95	0,986		-0,04			0,233	
66	19,8	0,88	0,876		-0,11			0,223	
78	21,4	1,08	0,946		0,08			0,198	
90	21,6	1,009	0,955		0,009			0,214	
102	21,4	0,99	0,946	1,009	-0,01	1,0	0,001	0,216	
114	22,8	1,065	1,008		-0,5			0,214	22,91

Таблиця 3.13 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на липень

T	y(t)	Δy_i	Δy_i	$\bar{\Delta y}$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
7	24,3	-----	-----	- 0,0 5	-----	-----	-----	-----	99,769	-0,231
19	25,5	1,2	1,2		104,9	104,93	4,93	4,93		
31	24,3	-1,2	0		95,29	100	-4,7	0		
43	26,2	1,9	1,9		107,8	107,81	7,81	7,81		
55	22,1	-4,1	-2,2		84,35	90,94	-15,64	-9,05		
67	23,8	1,7	-0,5		107,6	97,94	7,69	-2,057		
79	23,1	-0,7	-1,2		97,05	95,061	-2,94	-4,93		
91	23,9	0,8	-0,4		103,4	98,35	3,46	-1,64		
103	22,5	-1,4	-1,8		94,14	92,59	-5,85	-7,4		
115	23,8	1,3	-0,5		105,7	97,94	5,77	-2,057		

Таблиця 3.14 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на липень

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{np}	\bar{k}_p	\bar{k}_{np}	Ланцюговий $\Delta y_{1\%}$	За весь період $\Delta y_{1\%}$
7	24,3	-----	-----	0,979	-----	0,99	0,002	-----	24,05
19	25,5	1,049	1,049		0,049			0,243	
31	24,3	0,95	1		-0,04			0,255	
43	26,2	1,078	1,078		0,078			0,243	
55	22,1	0,84	0,91		-0,15			0,262	

Продовження таблиці 3.14

67	23,8	1,077	0,97		0,077			0,221	
79	23,1	0,97	0,95		-0,03			0,238	
91	23,9	1,034	0,98		0,034			0,231	
103	22,5	0,94	0,92		-0,06			0,239	
115	23,8	1,057	0,98		0,057			0,225	

Таблиця 3.15 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на серпень

T	y(t)	Δy_i	Δy_i	$\bar{\Delta y}$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
8	20,7	-----	-----	0,4	-----	-----	-----	-----	101,98	1,98
20	26,5	5,8	5,8		128,0	128,02	28,019	28,019		
32	22	-4,5	1,3		83,01	106,28	-16,98	6,28		
44	23,3	1,3	2,6		105,9	112,56	5,91	12,56		
56	23,4	0,1	2,7		100,4	113,04	0,429	13,04		
68	24	0,6	3,3		102,5	115,94	2,564	15,94		
80	23,3	-0,7	2,6		97,08	112,56	-2,91	12,56		
92	24,7	1,4	4		106,	119,32	6,008	19,32		
104	25,2	0,5	4,5		102	121,74	2,024	21,74		
116	24,7	-0,5	4		98,01	119,32	-1,98	19,32		

Таблиця 3.16 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на серпень

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{pr}	$\overline{k_p}$	$\overline{k_{pr}}$	Ланцюговий $\Delta y_{1\%}$	За весь період $\Delta y_{1\%}$
8	20,7	-----	-----	1,19	-----	1,02	0,019	-----	22,41
20	26,5	1,28	1,28		0,28			0,207	
32	22	0,83	1,063		-0,17			0,265	
44	23,3	1,059	1,125		0,059			0,22	
56	23,4	1,004	1,13		0,004			0,233	
68	24	1,025	1,159		0,025			0,234	
80	23,3	0,97	1,125		-0,03			0,24	
92	24,7	1,06	1,193		0,06			0,233	
104	25,2	1,02	1,217		0,02			0,247	
116	24,7	0,98	1,193		-0,02			0,252	

Таблиця 3.17 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на вересень

T	y(t)	$\Delta' y_i$	Δy_i	$\overline{\Delta y}$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{pr}	Базисний T_{pr}	\overline{T}_p	\overline{T}_{pr}
9	17,7	-----	-----	0,1	-----	-----	-----	-----	100,55	0,55
21	17,7	0	0		100	100	0	0		
33	16,9	-0,8	-0,8		95,48	95,48	-4,52	-4,52		
45	17,5	0,6	-0,2		103,5	98,87	3,55	-1,13		
57	14	-3,5	-3,7		80	79,09	-20	-20,9		
69	17,2	3,2	-0,5		122,8	97,17	22,85	-2,824		

Продовження таблиці 3.17

81	20,7	3,5	3		120,3	116,95	20,35	16,95		
93	16	-4,7	-1,7		77,29	90,39	-22,7	-9,604		
105	19,1	3,1	1,4		119,3	107,91	19,37	7,909		
117	18,6	-0,5	0,9		97,38	105,08	-2,617	5,084		

Таблиця 3.18 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на вересень

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{np}	\bar{k}_p	$\overline{k_{np}}$	Ланцюговий $\Delta y_{1\%}$	За весь період $\Delta y_{1\%}$
9	17,7	-----	-----		-----			-----	
21	17,7	1	1		0			0,177	
33	16,9	0,954	0,955		-0,04			0,177	
45	17,5	1,035	0,98		0,035			0,169	
57	14	0,8	0,791		-0,2			0,175	
69	17,2	1,228	0,972		0,228			0,14	
81	20,7	1,203	1,169		0,203			0,172	
93	16	0,773	0,904	1,05	-0,23			0,207	18,09
105	19,1	1,19	1,079		0,194	1	0,005	0,16	
117	18,6	0,973	1,05		-0,02			0,191	

Таблиця 3.19 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на
ЖОВТЕНЬ

T	y(t)	$\Delta^2 y_i$	Δy_i	$\bar{\Delta}y$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
10	11,5	-----	-----	0,1	-----	-----	-----	-----	100,84	0,84
22	13,4	1,9	1,9		116,5	116,52	16,52	16,52		
34	8,9	-4,5	-2,6		66,41	77,39	-33,58	-22,61		
46	12,9	4	1,4		144,9	112,17	44,94	12,17		
58	8,2	-4,7	-3,3		63,56	71,3	-36,43	-28,69		
70	8,2	0	-3,3		100	71,304	0	-28,69		
82	12,9	4,7	1,4		157,3	112,17	57,32	12,17		
94	7,2	-5,7	-4,3		55,81	62,60	-44,18	-37,39		
106	9,5	2,3	-2		131,9	82,61	31,94	-17,39		
118	12,4	2,9	0,9		130,5	107,82	30,52	7,82		

Таблиця 3.20 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на
ЖОВТЕНЬ

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{np}	\bar{K}_p	\bar{K}_{np}	Ланцюговий $\Delta y_{1\%}$	За весь період $\Delta y_{1\%}$
10	11,5	-----	-----	1,078	-----	1	0,008	-----	11,89
22	13,4	1,16	1,16		0,165			0,115	
34	8,9	0,66	0,77		-0,33			0,134	
46	12,9	1,45	1,12		0,45			0,089	
58	8,2	0,63	0,71		-0,36			0,129	
70	8,2	1	0,71		0			0,082	

Продовження таблиці 3.20

82	12,9	1,57	1,12		0,573			0,082	
94	7,2	0,55	0,62		-0,44			0,129	
106	9,5	1,32	0,82		0,32			0,072	
118	12,4	1,3	1,07		0,3			0,095	

Таблиця 3.21 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на листопад

T	y(t)	Δy_i	Δy_i	$\bar{\Delta y}$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
11	5,6	-----	-----	0,0 16	-----	-----	-----	-----	100,29	0,29
23	9,1	3,5	3,5		162,5	162,5	62,5	62,5		
35	0,9	-8,2	-4,7		9,89	16,07	-90,11	-83,92		
47	5	4,1	-0,6		555,5	89,28	455,55	-10,71		
59	5,8	0,8	0,2		116	103,57	16	3,57		
71	1,8	-4	-3,8		31,03	32,14	-68,96	-67,85		
83	5,1	3,3	-0,5		283,3	91,07	183,33	-8,92		
95	2,2	-2,9	-3,4		43,13	39,28	-56,86	-60,71		
107	3,9	1,7	-1,7		177,2	69,64	77,27	-30,35		
119	5,75	1,85	0,15		147,4	102,67	47,43	2,67		

Таблиця 3.22 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на листопад

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{pr}	\bar{k}_p	\bar{k}_{pr}	Ланцюговий $\Delta y_{1\%}$	За весь період $\Delta y_{1\%}$
11	5,6	-----	-----	1,026	-----	1	0,003	-----	5,66
23	9,1	1,625	0,79		0,625			0,056	
35	0,9	0,098	0,078		-0,90			0,091	
47	5	5,55	0,43		4,55			0,009	
59	5,8	1,16	0,504		0,16			0,05	
71	1,8	0,31	0,156		-0,68			0,058	
83	5,1	2,83	0,44		1,83			0,018	
95	2,2	0,43	0,19		-0,56			0,051	
107	3,9	1,77	0,339		0,77			0,022	
119	5,75	1,474	0,5		0,47			0,039	

Таблиця 3.23 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на грудень

T	y(t)	$\Delta' y_i$	Δy_i	$\bar{\Delta} y$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{pr}	Базисний T_{pr}	\bar{T}_p	\bar{T}_{pr}
12	-1,3	-----	-----	0,04	-----	-----	-----	-----	95,996	-4,004
24	0,3	1,6	1,6		-23	-23,07	-123	-123		
36	2	1,7	3,3		666,6	-153,8	566,66	-253,8		
48	-2,4	-4,4	-1,1		-120	184,61	-220	84,615		
60	-0,9	1,5	0,4		37,5	69,23	-62,5	-30,76		
72	-2,1	-1,2	-0,8		233,3	161,53	133,33	61,53		

Продовження таблиці 3.23

84	0,9	3	2,2		-42,8	-69,2	-142,8	-169,2		
96	-3,2	-4,1	-1,9		-355	246,15	-455,5	146,15		
108	4,5	7,7	5,8		-140	-346,1	-240	-446,1		
120	-0,9	-5,4	0,4		-20	69,23	-120	-30,76		

Таблиця 3.24 - Розрахунки аналітичних показників ряду динаміки на грудень

T	y(t)	Ланцюговий K_{pi}	Базисний K_{pi}	За весь період K_{pn}	K_{np}	\bar{k}_p	$\overline{k_{np}}$	Ланцюговий $\Delta y_1\%$	За весь період $\Delta y_1\%$
12	-1,3	-----	-----		-----			-----	
24	0,3	-0,23	0,026		-1,23			-0,013	
36	2	6,66	0,174		5,66			0,003	
48	-2,4	-1,2	-0,21		-2,2			0,02	
60	-0,9	0,37	-0,08		-0,62			-0,024	
72	-2,1	2,33	-0,18		1,33			-0,009	
84	0,9	-0,42	0,07		-1,42			-0,021	
96	-3,2	-3,55	-0,27		-4,55			0,009	
108	4,5	-1,40	0,39	0,69	-2,40	0,96	-0,04	-0,032	-1,11
120	-0,9	-0,2	-0,08		-1,2			0,045	

Розрахувавши аналітичні показники ряду, можна перейти до наступного етапу - побудови прогнозу.

Перший метод який буде використовуватися для побудови прогнозу це метод прогнозування в припущенні абсолютної незмінності значень попередніх рівнів.

Прогнозування в припущенні абсолютної незмінності значень попередніх рівнів виходить з твердження, що кожне наступне прогнозне значення дорівнюватиме попередньому значенню ознаки, тобто:

$$\hat{y}_{t+L}^* = \hat{y}_{t+L-1}^* ;$$

$$\hat{y}_{t+1}^* = y_t ;$$

$$\hat{y}_{t+2}^* = \hat{y}_{t+1}^* .$$

Тоді, підставивши наші данні, розраховується прогноз на наступний рік.
Розраховується прогноз на січень:

$$\hat{y}_{2019}^* = \hat{y}_{2018}^* = -2,4 .$$

Розраховується прогноз на лютий:

$$\hat{y}_{2019}^* = \hat{y}_{2018}^* = -1,7 .$$

Розраховується прогноз на березень:

$$\hat{y}_{2019}^* = \hat{y}_{2018}^* = -0,2 .$$

Розраховується прогноз на квітень:

$$\hat{y}_{2019}^* = \hat{y}_{2018}^* = 9,6 .$$

Розраховується прогноз на травень:

$$\hat{y}_{2019}^* = \hat{y}_{2018}^* = 19,4 .$$

Розраховується прогноз на червень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \hat{y}^*_{2018} = 22,8.$$

Розраховується прогноз на липень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \hat{y}^*_{2018} = 23,8.$$

Розраховується прогноз на серпень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \hat{y}^*_{2018} = 24,7.$$

Розраховується прогноз на вересень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \hat{y}^*_{2018} = 18,6.$$

Розраховується прогноз на жовтень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \hat{y}^*_{2018} = 12,4.$$

Розраховується прогноз на листопад:

$$\hat{y}^*_{2019} = \hat{y}^*_{2018} = 5,75.$$

Розраховується прогноз на грудень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \hat{y}^*_{2018} = -0,9.$$

Розрахункові дані заносяться до Додатку Е в табл. Е.1.

Будується графік вихідного ряду (рис. 3.2):

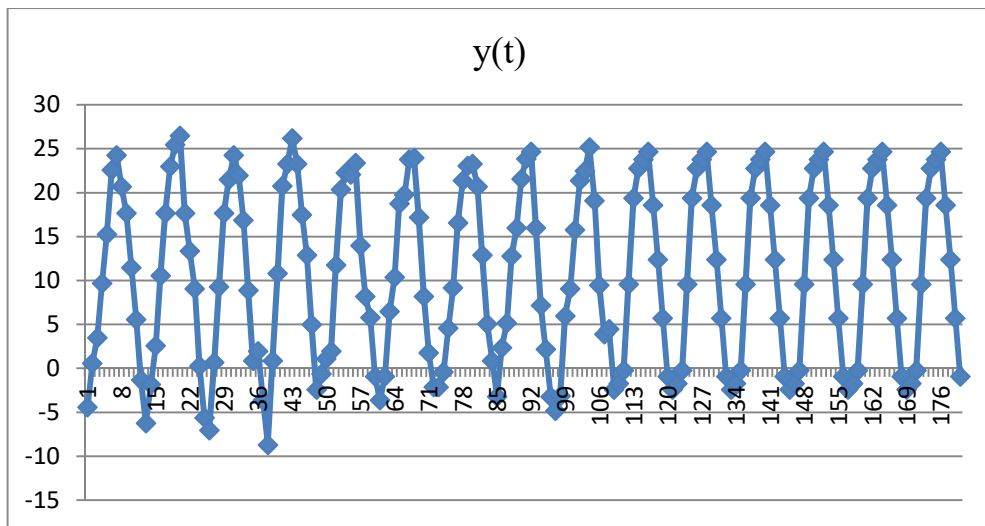


Рисунок 3.2 - Графік вихідного ряду

Даний випадок прогнозування в практиці статистичного прогнозування явищ зустрічається вкрай рідко, тому що дає не досить точні результати, тим паче для ряду даних з сезонними коливаннями. Тому прогнозування даним методом є не доцільно, принаймі для об'єкту який досліджується в даній роботі.

Наступний метод який буде використовуватися для прогнозування ряду – метод прогнозування на основі середнього рівня ряду.

При побудові прогнозу методом на основі середнього рівня ряду використовується принцип, згідно з яким значення всіх наступних прогнозованих рівнів приймаються рівними середнім значенням рівнів ряду в минулому, тобто:

$$\hat{y}_{t+L}^* = \bar{y}.$$

Таким чином отримують точковий прогноз.

Однак, розглядаючи тимчасовий ряд як вибірку з деякої генеральної сукупності, складно припустити, що прогнозна точкова оцінка повністю збігається з емпіричними значеннями ознаки. У цьому випадку доцільно

визначити довірчий інтервал прогнозу шляхом побудови інтервального прогнозу даним методом за таким рівнянням:

$$\hat{y}_{t+L}^* = \bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}},$$

де: t_a -табличне значення, з рівнем значущості $\alpha=0,05$;

$\sigma_{\bar{y}}$ – середня квадратична помилка середньої, яку можна визначити за формулою:

$$\sigma_{\bar{y}} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}},$$

де: σ_y – середньоквадратичне відхилення, яке визначається за формулою:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum(y_t - \bar{y})^2}{n-1}}.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на січень:

$$\bar{y}_{\text{січень}} = -3,65; \text{ тоді: } \sigma_y = \sqrt{\frac{25,665}{9}} = 1,6886; \text{ а } \sigma_{\bar{y}} = \frac{1,6886}{\sqrt{10}} = 0,533983.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на лютий:

$$\bar{y}_{\text{лютий}} = -1,95; \text{ тоді: } \sigma_y = \sqrt{\frac{110,705}{9}} = 3,5072; \text{ а } \sigma_{\bar{y}} = \frac{3,5072}{\sqrt{10}} = 1,109077.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на березень:

$$\bar{y}_{\text{березень}} = 3,18; \text{ тоді: } \sigma_y = \sqrt{\frac{49,676}{9}} = 2,34937; \text{ а } \sigma_{\bar{y}} = \frac{2,34937}{\sqrt{10}} = 0,742938.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на квітень:

$$\bar{y}_{\text{квітень}}=10,335; \text{ тоді: } \sigma_y=\sqrt{\frac{13,3902}{9}}=1,21975; \text{ а } \sigma_{\bar{y}}=\frac{1,21975}{\sqrt{10}}=0,38572.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на травень:

$$\bar{y}_{\text{травень}}=18,97; \text{ тоді: } \sigma_y=\sqrt{\frac{46,789}{9}}=2,28008; \text{ а } \sigma_{\bar{y}}=\frac{2,28008}{\sqrt{10}}=0,721026.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на червень:

$$\bar{y}_{\text{червень}}=21,97; \text{ тоді: } \sigma_y=\sqrt{\frac{9,741}{9}}=1,0403; \text{ а } \sigma_{\bar{y}}=\frac{1,0403}{\sqrt{10}}=0,328973.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на липень:

$$\bar{y}_{\text{липень}}=23,95; \text{ тоді: } \sigma_y=\sqrt{\frac{14,005}{9}}=1,24743; \text{ а } \sigma_{\bar{y}}=\frac{1,24743}{\sqrt{10}}=0,394473.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на серпень:

$$\bar{y}_{\text{серпень}}=23,78; \text{ тоді: } \sigma_y=\sqrt{\frac{24,416}{9}}=1,647; \text{ а } \sigma_{\bar{y}}=\frac{1,647}{\sqrt{10}}=0,520828.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на вересень:

$$\bar{y}_{\text{вересень}}=17,54; \text{ тоді: } \sigma_y=\sqrt{\frac{29,024}{9}}=1,7957; \text{ а } \sigma_{\bar{y}}=\frac{1,7957}{\sqrt{10}}=0,567852.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на жовтень:

$$\bar{y}_{\text{жовтень}}=10,51; \text{ тоді: } \sigma_y=\sqrt{\frac{49,569}{9}}=2,3468; \text{ а } \sigma_{\bar{y}}=\frac{2,3468}{\sqrt{10}}=0,742125.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на листопад:

$$\bar{y}_{\text{листопад}}=4,515; \text{ тоді: } \sigma_y=\sqrt{\frac{52,13}{9}}=2,4067; \text{ а } \sigma_{\bar{y}}=\frac{2,4067}{\sqrt{10}}=0,761067.$$

Розраховується середнє значенням рівнів ряду на грудень:

$$\bar{y}_{\text{грудень}}=-0,31; \text{ тоді: } \sigma_y=\sqrt{\frac{47,909}{9}}=2,3072; \text{ а } \sigma_{\bar{y}}=\frac{2,3072}{\sqrt{10}}=0,729602.$$

Отриманий таким чином довірчий інтервал враховує коливання вибірових середніх і передбачає, що кожна наступна прогнозна оцінка буде дорівнювати середньому рівню ряду динаміки:

$$\hat{y}_{t+L}^*=\bar{y} \pm t_a \sigma_y,$$

де: $t_a=2,262$, для $df(n-1)=9$.

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу січень:

$$\hat{y}_{2019}^*=\bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}}=(-3,65) \pm 2,262 \times 0,5339=(-3,65) \pm 1,20768.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу лютий:

$$\hat{y}_{2019}^*=\bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}}=(-1,95) \pm 2,262 \times 1,10907=-1,95 \pm 2,5087.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу березень:

$$\hat{y}_{2019}^*=\bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}}=3,18 \pm 2,262 \times 0,7429=3,18 \pm 1,6804.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу квітень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}} = 10,335 \pm 2,262 \times 0,38572 = 10,335 \pm 0,8725.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу травень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}} = 18,97 \pm 2,262 \times 0,721 = 18,97 \pm 1,631.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу червень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}} = 21,97 \pm 2,262 \times 0,329 = 21,97 \pm 0,7442.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу липень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}} = 23,95 \pm 2,262 \times 0,394 = 23,95 \pm 0,891.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу серпень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}} = 23,78 \pm 2,262 \times 0,521 = 23,78 \pm 1,178.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу вересень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}} = 17,54 \pm 2,262 \times 0,5678 = 17,54 \pm 1,284.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу жовтень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}} = 10,51 \pm 2,262 \times 0,742 = 10,51 \pm 1,678.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу листопад:

$$\hat{y}^*_{2019} = \bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}} = 4,515 \pm 2,262 \times 0,761 = 4,515 \pm 1,721.$$

Розраховується довірчий інтервал для прогнозу грудень:

$$\hat{y}^*_{2019} = \bar{y} \pm t_a \sigma_{\bar{y}} = -0,31 \pm 2,262 \times 0,729 = -0,31 \pm 1,65.$$

Розраховані данні заносяться до Додатку Е в табл. Е.2.

Будується графік вихідного ряду (рис.3.3).

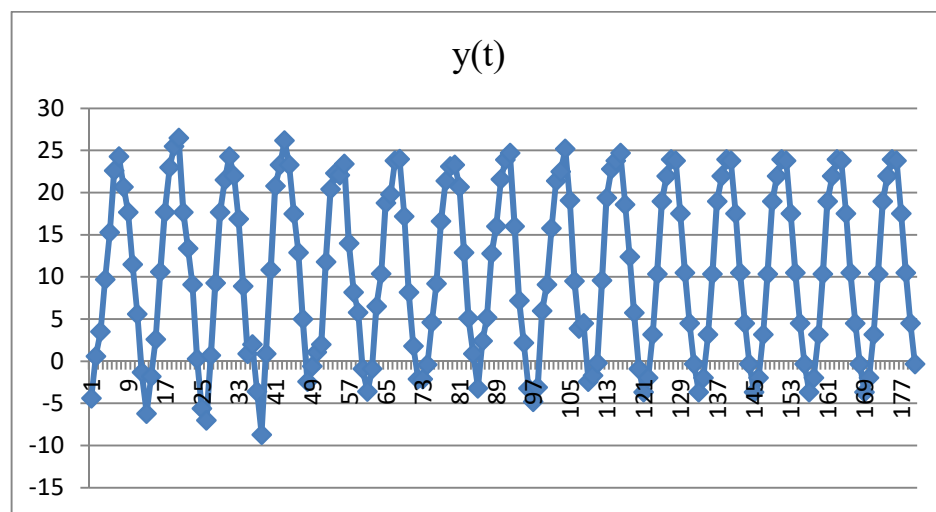


Рисунок 3.3 - Графік вихідного ряду

Даний метод враховує лише середнє значення рівнів, тому його не можна вважати цілком точним.

Наступними розглядаються прогнозування на основі аналітичних показників.

Першим розглянеться прогнозування методом середнього абсолютного приросту.

Він передбачає, що загальна тенденція розвитку досліджуваного явища найкращим чином апроксимується лінійною формою аналітичного виразу.

Для можливості застосування даного методу прогнозування потрібна попередня перевірка таких передумов, як:

1. Абсолютні ланцюгові прирости повинні бути приблизно однакові.
($\Delta_t = y_t - y_{t-1}$; де: y_t – значення рівня t -го періоду; y_{t-1} – значення рівня попереднього t -му періоду часу);

2. Повинна виконуватися нерівність виду:

$$\sigma^2_{\text{залиш}} \leq \rho^2,$$

де: $\sigma^2_{\text{залиш}}$ – залишкова дисперсія, яка визначається за формулою:

$$\sigma^2_{\text{залиш}} = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_{\Delta})^2}{n},$$

де: y_t – емпіричні значення рівнів часового ряду;

\bar{y}_{Δ} – теоретичні значення рівнів ряду, вирівняні методом середнього абсолютного приросту;

n – число рівнів вихідного часового ряду.

$$\rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{t=1}^n \Delta_t^2}{n},$$

де: Δ_t – ланцюгові абсолютні прирости рівнів вихідного часового ряду.

Розрахункові дані для прогнозування методом середнього абсолютного приросту на січень місяць занесені до таблиці 3.25.

Таблиця 3.25 – Розрахункові дані для прогнозування методом середнього абсолютного приросту на січень

T	y(t)	Абсолютні ланцюгові прирости, ($\Delta_t=y_t-y_{t-1}$)	\bar{y}_Δ	$y_t-\bar{y}_\Delta$	$(y_t-\bar{y}_\Delta)^2$	Δ_t^2
1	-4,4	-----	-4,4	0	0	-----
13	-6,2	-1,8	-4,2	-2	4	3,24
25	-5,6	0,6	-4	-1,6	2,56	0,36
37	-3,6	2	-3,8	0,2	0,04	4
49	-0,6	3	-3,6	3	9	9
61	-3,6	-3	-3,4	-0,2	0,04	9
73	-2,1	1,5	-3,2	1,1	1,21	2,25
85	-3,2	-1,1	-3	-0,2	0,04	1,21
97	-4,8	-1,6	-2,8	-2	4	2,56
109	-2,4	2,4	-2,6	0,2	0,04	5,76

Середній абсолютний приріст, був розрахований на попередньому етапі:
 $\bar{\Delta}=0,222$.

Перевіряється нерівність $\sigma^2_{\text{залиш}} \leq \rho^2$:

$$\sigma^2_{\text{залиш}} = \frac{\sum_{t=1}^n (y(t) - \bar{y}_\Delta)^2}{n} = \frac{20,93}{10} = 2,093;$$

$$\rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{t=1}^n \Delta_t^2}{n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{37,38}{10} = 1,869;$$

↓

$$2,093 \leq 1,869,$$

отже, основна передумова не виконується, тому застосовувати метод середнього абсолютного приросту неможна.

Проведемо розрахунки ще для одного ряду. Розрахункові дані прогнозування методом середнього абсолютного приросту на лютий місяць занесені до таблиці 3.26.

Таблиця 3.26 – Розрахункові дані прогнозування методом середнього абсолютного приросту на лютий

t	y(t)	Абсолютні ланцюгові прирости, ($\Delta_t=y_t-y_{t-1}$)	\bar{y}_{Δ}	$(y_t-\bar{y}_{\Delta})$	$(y_t-\bar{y}_{\Delta})^2$	Δ_t^2
2	0,6	-----	0,6	0	0	-----
14	-1,8	-2,4	0,35	-2,15	4,6225	5,76
26	-7	-5,2	0,1	-7,1	50,41	27,04
38	-8,7	-1,7	-0,15	-8,55	73,1025	2,89
50	1,1	9,8	-0,4	1,5	2,25	96,04
62	-0,9	-2	-0,65	-0,25	0,0625	4
74	-0,4	0,5	-0,9	0,5	0,25	0,25
86	2,4	2,8	-1,15	3,55	12,6025	7,84
98	-3,1	-5,5	-1,4	-1,7	2,89	30,25
110	-1,7	1,4	-1,65	-0,05	0,0025	1,96

Середній абсолютний приріст, був розрахований на попередньому етапі:
 $\bar{\Delta} = -0,25$.

Перевіряється нерівність $\sigma^2_{\text{залиш}} \leq \rho^2$:

$$\sigma^2_{\text{залиш}} = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_{\Delta \text{сер}})^2}{n} = \frac{146,1925}{10} = 14,61925;$$

$$\rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{t=1}^n \Delta_t^2}{n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{176,03}{10} = 8,8015;$$

↓

$$14,61925 \leq 8,8015,$$

отже, основна передумова не виконується, тому застосовувати метод середнього абсолютного приросту неможна.

Виходячи з результатів отриманих з рядів на січень та лютий місяць, можна зробити висновок, що даний метод не підходить для прогнозування досліджуваного часового ряду.

Ще одним методом прогнозування на основі аналітичних показників є прогнозування методом середнього темпу зростання.

Цей метод здійснюється в разі якщо темпи зростання ланцюгові, розраховані за даними вихідного часового ряду за досліджуваний період часу, мають приблизно однакове цифрове значення, а тенденція розвитку явища підпорядковується геометричній прогресії і може бути описана показовою (експоненційною) кривою.

Модель прогнозу методом середнього темпу зростання має вигляд:

$$\hat{y}_{t+L}^* = y_t \cdot \bar{T}_p^L,$$

де: \bar{T}_p - середній темп зростання, вже розрахований на попередньому етапі.

Сума теоретичних значень $\sum_{\bar{T}_p}$, отриманих в результаті вирівнювання по середньому темпу росту, повинна збігатися з сумою емпіричних значень вихідного часового ряду $\sum y_t$:

$$\sum_{\bar{T}_p}^{n-1} \bar{y}_{\bar{T}_p} = \sum_{t=1}^n y_t.$$

Проводиться прогнозування на січень місяць.

Розраховується середній темп росту на січень:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[9]{\frac{-2,4}{-4,4}} = 0,934.$$

Розрахункові дані для прогнозування методом середнього темпу зростання на січень місяць занесені до таблиці 3.27.

Таблиця 3.27 – Розрахункові дані для прогнозування методом середнього темпу зростання T_p на січень

t	y(t)	T_p	\bar{y}_{T_p}
1	-4,4	----- -	-4,4
13	-6,2	1,409	-4,1
25	-5,6	0,903	-3,8
37	-3,6	0,642	-3,5
49	-0,6	0,16	-3,34
61	-3,6	6	-3,12
73	-2,1	0,583	-2,9
85	-3,2	1,52	-2,7
97	-4,8	1,5	-2,5
109	-2,4	0,5	-2,37
Всього	-36,5	-----	-33

Розбіжність сум $\sum y_{T_p}$ та $\sum y_t$ може бути викликана наступними причинами:

- якщо вихідному часовому ряду властива інша закономірність, а не експоненціальна;
- якщо істотний і значущий вплив на досліджуване явище надають випадкові чинники.

Виходячи з результатів можна сказати, що даний метод не підходить для прогнозування досліджуваного часового ряду.

Далі проводиться прогнозування за допомогою декількох адаптивних методів, таких як: метод експоненційного згладжування та ковзаючих середніх.

Метод експоненційного згладжування найбільш ефективний при розробці середньострокових прогнозів. Він прийнятний при прогнозуванні тільки на один період вперед. Його основні переваги простота процедури обчислень і можливість обліку ваг вихідної інформації. Робоча формула методу експоненціального згладжування:

$$U_{t+1} = a \cdot y_t + (1 - a) \cdot U_t .$$

Визначається значення параметра згладжування:

$$\alpha = 2 / (10+1) = 0,2.$$

Проводиться прогнозування на січень місяць:

Спочатку визначається початкове значення U_0 способом середньої арифметичної ряду:

$$U_0 = -36,5 / 10 = -3,65.$$

Розраховується експоненційно зважену середню для кожного періоду, використовуючи формулу:

$$y_{t+1} = a \cdot y_t + (1-a) \cdot y_0;$$

$$y_{13} = 0,2 \cdot (-4,4) + (1-0,2) \cdot (-3,65) = -3,8;$$

$$y_{25} = 0,2 \cdot (-6,2) + (1-0,2) \cdot (-3,65) = -4,16;$$

$$y_{37}=0,2 \cdot (-5,6)+(1-0,2)(-3,65)=-4,04;$$

$$y_{49}=0,2 \cdot (-3,6)+(1-0,2)(-3,65)=-3,64;$$

$$y_{61}=0,2 \cdot (-0,6)+(1-0,2)(-3,65)=-3,04;$$

$$y_{73}=0,2 \cdot (-3,6)+(1-0,2)(-3,65)=-3,64;$$

$$y_{85}=0,2 \cdot (-2,1)+(1-0,2)(-3,65)=-3,34;$$

$$y_{97}=0,2 \cdot (-3,2)+(1-0,2)(-3,65)=-3,56;$$

$$y_{109}=0,2 \cdot (-4,8)+(1-0,2)(-3,65)=-3,88.$$

Розрахується прогнозне значення на січень 2019 року, за формулою:

$$y_{t+1}=a \cdot y_t+(1-a) \cdot y_0;$$

$$y_{2019}=0,2 \cdot (-2,4)+(1-0,2) \cdot (-3,65)=-3,4.$$

Проведені розрахунки заносяться до таблиці 3.28.

Таблиця 3.28 – Розрахункові дані для прогнозування методом експоненційного згладжування на січень

t	y(t)	Експоненційно зважена середня	Розрахунки середньої відносної похибки
1	-4,4	-----	-----
13	-6,2	-3,8	-38,7
25	-5,6	-4,16	-25,7
37	-3,6	-4,04	-12,2
49	-0,6	-3,64	-506,6
61	-3,6	-3,04	-15,5

Продовження таблиці 3.28

73	-2,1	-3,64	-73,3
85	-3,2	-3,34	-4,37
97	-4,8	-3,56	-25,83
109	-2,4	-3,88	-61,6
Прогноз на 2019	-3,4		

Розраховується середня відносна похибка по формулі:

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 \right];$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-6,2 + 3,8) / (-6,2) \cdot 100 = -38,7;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-5,6 + 4,16) / (-5,6) \cdot 100 = -25,7;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-3,6 + 4,04) / (-3,6) \cdot 100 = -12,2;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-0,6 + 3,64) / (-0,6) \cdot 100 = -506,6;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-3,6 + 3,04) / (-3,6) \cdot 100 = -15,5;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-2,1 + 3,64) / (-2,1) \cdot 100 = -73,3;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-3,2 + 3,34) / (-3,2) \cdot 100 = -4,37;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-4,8 + 3,56) / (-4,8) \cdot 100 = -25,83;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-2,4 + 3,88) / (-2,4) \cdot 100 = -61,6.$$

$\varepsilon = -759/9 = 84,3 > 50$ – точність прогнозу не задовільна.

На таку велику похибку найбільше вплинуло значення y_{49} . Якщо ж самостійно відмітити значення y_{49} , як аномальне для даного ряду та замінити його наприклад на середнє арифметичне значення сусідніх рівнів ряду, тоді отримаємо:

$$y_{49}^* = \frac{y_{37} + y_{61}}{2} = \frac{-3,6 - 3,6}{2} = -3,6,$$

перерахуємо значення експоненційно зваженої середньої для y_{61} :

$$y_{61} = 0,2 * (-3,6) + (1-0,2) * (-3,65) = -3,64$$

та відносну похибку для y_{49} та y_{61} :

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} * 100 = (-3,6 + 3,64) / (-3,6) * 100 = -1,111;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} * 100 = (-3,6 + 3,64) / (-3,6) * 100 = -1,111,$$

тоді, $\varepsilon = -240/9 = -14,34$; ($10 \leq \varepsilon \leq 20$) - точність прогнозу добра.

Проводиться прогнозування на лютий місяць:

Спочатку визначається початкове значення U_0 способом середньої арифметичної ряду:

$$U_0 = -19,5/10 = -1,95.$$

Розраховується експоненційно зважена середня для кожного періоду:

$$y_{14} = 0,2 \cdot (0,6) + (1-0,2) \cdot (-1,95) = -1,44;$$

$$y_{26} = 0,2 \cdot (-1,8) + (1-0,2) \cdot (-1,95) = -1,92;$$

$$y_{38} = 0,2 \cdot (-7) + (1-0,2) \cdot (-1,95) = -2,96;$$

$$y_{50}=0,2 \cdot (-8,7)+(1-0,2)(-1,95)=-3,3;$$

$$y_{62}=0,2 \cdot (1,1)+(1-0,2)(-1,95)=-1,34;$$

$$y_{74}=0,2 \cdot (-0,9)+(1-0,2)(-1,95)=-1,74;$$

$$y_{86}=0,2 \cdot (-0,4)+(1-0,2)(-1,95)=-1,64;$$

$$y_{98}=0,2 \cdot (2,4)+(1-0,2)(-1,95)=-1,08;$$

$$y_{110}=0,2 \cdot (-3,1)+(1-0,2)(-1,95)=-2,18.$$

Розрахується прогнозне значення на лютий 2019 року, за формулою:

$$y_{2019}=0,2 \cdot (-1,7)+(1-0,2)(-1,95)=-1,9.$$

Проведені розрахунки заносяться до таблиці 3.29.

Таблиця 3.29 – Розрахункові дані для прогнозування методом експоненційного згладжування на лютий

t	y(t)	Експоненційно зважена середня	Розрахунки середньої відносної похибки
2	0,6	-----	-----
14	-1,8	-1,44	-22,2
26	-7	-1,92	-72,57
38	-8,7	-2,96	-65,97
50	1,1	-3,3	-400
62	-0,9	-1,34	-48,8
74	-0,4	-1,74	-335
86	2,4	-1,64	168,3
98	-3,1	-1,08	-65,16
110	-1,7	-2,18	-28,2
Прогноз на 2019	-1,9		

Розраховується середня відносна похибка за формулою:

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 \right];$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-1,8 + 1,4) / (-1,8) \cdot 100 = -22,2;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-7 + 1,92) / (-7) \cdot 100 = -72,57;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-8,7 + 2,96) / (-8,7) \cdot 100 = -65,97;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (1,1 + 3,3) / (-1,1) \cdot 100 = -400;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-0,9 + 1,34) / (-0,9) \cdot 100 = -48,8;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-0,4 + 1,74) / (-0,4) \cdot 100 = -335;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (2,4 + 1,64) / (2,4) \cdot 100 = 168,3;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-3,1 + 1,08) / (-3,1) \cdot 100 = -65,16;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-1,7 + 2,18) / (-1,7) \cdot 100 = -28,2.$$

$\varepsilon = -869 / 9 = 86 > 50$ – точність прогнозу не задовільна.

Розрахувавши середні відносні похибки на обидва часові ряди, можна зробити висновок, що даний метод не підходить для прогнозування досліджуваного часового ряду.

Використовується ще один адаптивний метод прогнозування – метод ковзаючих середніх.

Метод ковзних середніх є одним з широко відомих методів згладжування часових рядів. Застосовуючи цей метод, можна елімінувати випадкові коливання і отримати значення, відповідні впливу головних чинників.

Згладжування за допомогою ковзних середніх засноване на тому, що в середніх величинах взаємно погашаються випадкові відхилення. Це відбувається внаслідок заміни первинних рівнів часового ряду середньою арифметичною величиною всередині обраного інтервалу часу. Отримане значення відноситься до середини обраного інтервалу часу (періоду).

Даний метод використовується при короткостроковому прогнозуванні. Його робоча формула:

$$y_{t+1} = m_{t-1} + \frac{1}{n} \cdot (y_t - y_{t-1}), \text{ якщо } n = 3;$$

$$m_t = y_{t-1} + y_t + y_{t+1},$$

де: $t+1$ – прогнозний період;

t – період, попередній прогнозному періоду (рік, місяць і т.д.);

y_{t+1} – прогнозований показник;

m_{t-1} – ковзаюча середня за два періоду до прогнозного;

n – число рівнів, що входять в інтервал згладжування;

y_t – фактичне значення досліджуваного явища за попередній період;

y_{t-1} – фактичне значення досліджуваного явища за два періоди, що передують прогнозному.

Проводяться розрахунки методом ковзаючих середніх на січень місяць.

Визначається величина інтервалу згладжування, наприклад рівну 3 ($n=3$).

Розраховується ковзаюча середня m для кожних трьох поруч стоячих періодів:

$$m_{13} = (y_1 + y_{13} + y_{25}) / 3 = (-4,4 - 6,2 - 5,6) / 3 = -5,4;$$

$$m_{25} = (y_{13} + y_{25} + y_{37}) / 3 = (-6,2 - 5,6 - 3,6) / 3 = -5,13;$$

$$m_{37} = (y_{25} + y_{37} + y_{49}) / 3 = (-5,6 - 3,6 - 0,6) / 3 = -3,26;$$

$$m_{49} = (y_{37} + y_{49} + y_{61}) / 3 = (-3,6 - 0,6 - 3,6) / 3 = -2,6;$$

$$m_{61} = (y_{49} + y_{61} + y_{73}) / 3 = (-0,6 - 3,6 - 2,1) / 3 = -2,1;$$

$$m_{73}=(y_{61}+y_{73}+y_{85})/3=(-3,6-2,1-3,2)/3= -2,96;$$

$$m_{85}=(y_{73}+y_{85}+y_{97})/3=(-2,1-3,2-4,8)/3= -3,36;$$

$$m_{97}=(y_{85}+y_{97}+y_{109})/3=(-3,2-4,8-2,4)/3= -3,46.$$

Розраховується ковзаюча середня для всіх періодів та будується прогноз по формулі:

$$y_{t+1}= m_{t-1}+ \frac{1}{n} \cdot (y_t - y_{t-1}), \text{ якщо } n = 3.$$

Будується прогноз на 2019 рік:

$$y_{t+1(2019)}= -3,46+1/3*(-2,4+4,8)=-2,66,$$

далі розраховується ковзаюча середня m для $t=109$:

$$m_{109} =(-4,8-2,4-2,66)/3=-3,28.$$

Будується прогноз на 2020 рік:

$$y_{2020}=-3,28+1/3*(-2,66+2,4)= -3,36,$$

розраховується ковзаюча середня m для 2019 року:

$$m_{(2019)} =(-2,4-2,66-3,36)/3 =-2,806.$$

Будується прогноз на 2021 рік:

$$y_{(2021)}=-2,806+1/3*(-3,36+2,66)= -3,04,$$

розраховується ковзаюча середня m для 2020 року:

$$m_{(2020)} = (-2,66 - 3,36 - 3,04) / 3 = -3,02.$$

Будується прогноз на 2022 рік:

$$y_{(2022)} = -3,02 + 1/3 * (-3,04 + 3,36) = -2,91,$$

розраховується ковзаюча середня m для 2021 року:

$$m_{(2021)} = (-3,36 - 3,04 - 2,91) / 3 = -3,1.$$

Будується прогноз на 2023 рік:

$$y_{(2023)} = -3,1 + 1/3 * (-2,91 + 3,04) = -3,06.$$

Розрахункові данні заносяться до таблиці 3.30.

Таблиця 3.30 – Розрахункові дані для прогнозування методом ковзаючих середніх на січень

t	y(t)	Ковзаюча середня, m	Розрахунки середньої відносної похибки
1	-4,4	-----	-----
13	-6,2	-5,4	-12,9
25	-5,6	-5,13	-8,39

Продовження таблиці 3.30

37	-3,6	-3,26	-9,44
49	-0,6	-2,6	-333,3
61	-3,6	-2,1	-41,66
73	-2,1	-2,96	-40,95
85	-3,2	-3,36	-5
97	-4,8	-3,36	-30
109	-2,4	-----	
Прогноз на 2019	-2,66		
Прогноз на 2020	-3,36		
Прогноз на 2021	-3,04		
Прогноз на 2022	-2,91		
Прогноз на 2023	-3,06		

Розраховується середня відносна похибка за формулою:

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 \right];$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-6,2 + 5,4) / (-6,2) \cdot 100 = -12,9;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-5,6 + 5,13) / (-5,6) \cdot 100 = -8,39;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-3,6 + 3,26) / (-3,6) \cdot 100 = -9,44;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-0,6 + 2,6) / (-0,6) \cdot 100 = -333,3;$$

$$\frac{|y_{\phi}-y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-3,6+2,1)/(-3,6) \cdot 100 = -41,66;$$

$$\frac{|y_{\phi}-y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-2,1+2,96)/(-2,1) \cdot 100 = -40,95;$$

$$\frac{|y_{\phi}-y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-3,2+3,36)/(-3,2) \cdot 100 = -5;$$

$$\frac{|y_{\phi}-y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-4,8+-3,36)/(-4,8) \cdot 100 = -30.$$

$\varepsilon = -481,7/8 = -60,2 > 50$ – точність прогнозу не задовільна. (На таку велику похибку, найбільше вплинуло значення y_{49}).

Проводяться розрахунки для прогнозу на лютий:

Визначається величина інтервалу згладжування, наприклад рівну 3 ($n=3$).

Розраховується ковзаюча середня m для кожних трьох поруч стоячих періодів:

$$m_{14} = (y_2 + y_{14} + y_{26})/3 = (0,6 - 1,8 - 7)/3 = -2,73;$$

$$m_{26} = (y_{14} + y_{26} + y_{38})/3 = (-1,8 - 7 - 8,7)/3 = -5,83;$$

$$m_{38} = (y_{26} + y_{38} + y_{50})/3 = (-7 - 8,7 + 1,1)/3 = -4,86;$$

$$m_{50} = (y_{38} + y_{50} + y_{62})/3 = (-8,7 + 1,1 - 0,9)/3 = -2,83;$$

$$m_{62} = (y_{50} + y_{62} + y_{74})/3 = (1,1 - 0,9 - 0,4)/3 = -0,06;$$

$$m_{74} = (y_{62} + y_{74} + y_{86})/3 = (-0,9 - 0,4 + 2,4)/3 = 0,36;$$

$$m_{86} = (y_{74} + y_{86} + y_{98})/3 = (-0,4 + 2,4 - 3,1)/3 = -0,36;$$

$$m_{98} = (y_{86} + y_{98} + y_{110})/3 = (2,4 - 3,1 - 1,7)/3 = -0,8.$$

Розраховується ковзаюча середня для всіх періодів та будується прогноз по формулі:

$$y_{t+1} = m_{t-1} + \frac{1}{n} \cdot (y_t - y_{t-1}), \text{ якщо } n = 3.$$

Будується прогноз на 2019 рік:

$$y_{t+1(2019)} = -0,8 + 1/3 \cdot (-1,7 + 3,1) = -0,33,$$

далі розраховується ковзаюча середня m для $t=109$:

$$m_{109} = (-3,1 - 1,7 - 0,33) / 3 = -1,71.$$

Будується прогноз на 2020 рік:

$$y_{2020} = -1,71 + 1/3 \cdot (-0,33 + 1,7) = -1,25,$$

розраховується ковзаюча середня m для 2019 року:

$$m_{(2019)} = (-1,7 - 0,33 - 1,25) / 3 = -1,09.$$

Будується прогноз на 2021 рік:

$$y_{(2021)} = -1,09 + 1/3 \cdot (-1,25 + 0,33) = -1,39,$$

розраховується ковзаюча середня m для 2020 року:

$$m_{(2020)} = (-0,33 - 1,25 - 1,39) / 3 = -0,99.$$

Будується прогноз на 2022 рік:

$$y_{(2022)} = -0,99 + 1/3 \cdot (-1,39 + 1,25) = -1,036,$$

розраховується ковзаюча середня m для 2021 року:

$$m_{(2021)} = (-1,25 - 1,39 - 1,036) / 3 = -1,22.$$

Будується прогноз на 2023 рік:

$$y_{(2023)} = -1,22 + 1/3 \cdot (-1,036 + 1,39) = -1,102.$$

Проведені розрахунки заносяться до таблиці 3.31.

Таблиця 3.31 – Розрахункові дані для прогнозування методом ковзаючих середніх на лютий

T	y(t)	Ковзаюча середня, m	Розрахунки середньої відносної похибки,
2	0,6	-----	-----
14	-1,8	-2,73	-51,6
26	-7	-5,83	-16,7
38	-8,7	-4,86	-44,1
50	1,1	-2,83	357,27
62	-0,9	-0,06	-93,3
74	-0,4	0,36	-190
86	2,4	-0,36	115
98	-3,1	-0,8	-74,2
110	-1,7	-----	-----
Прогноз на 2019	-0,33		
Прогноз на 2020	-1,25		
Прогноз на 2021	-1,39		
Прогноз на 2022	-1,036		
Прогноз на 2023	-1,102		

Розраховується середня відносна похибка за формулою:

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 \right];$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-1,8 + 2,73) / (-1,8) \cdot 100 = -51,6;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-7 + 5,83) / (-7) \cdot 100 = -16,7;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-8,7 + 4,86) / (-8,7) \cdot 100 = -44,1;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (1,1 + 2,83) / (1,1) \cdot 100 = 357,27;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-0,9 + 0,06) / (-0,9) \cdot 100 = -93,3;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-0,4 - 0,36) / (-0,4) \cdot 100 = -190;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (2,4 + 0,36) / (2,4) \cdot 100 = 115;$$

$$\frac{|y_{\phi} - y_p|}{y_{\phi}} \cdot 100 = (-3,1 + 0,8) / (-3,1) \cdot 100 = -74,2.$$

$\varepsilon = 1800/8 = 225 > 50$ – точність прогнозу не задовільна.

Враховуючи таку велику відносну похибку, використовувати цей метод для прогнозування даного часового ряду не можна.

Розглянемо метод прогнозування на основі індексів сезонності. Для вивчення сезонних коливань використовуються спеціальні показники, які називаються індексами сезонності, а сукупність їх утворює сезонну хвилю.

Данні часового ряду заносяться до таблиці (табл. 3.31).

Таблиця 3.31 - Дані часового ряду

Рік	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Місяць										
Січень	-4,4	-6,2	-5,6	-3,6	-0,6	-3,6	-2,1	-3,2	-4,8	-2,4
Лютий	0,6	-1,8	-7	-8,7	1,1	-0,9	-0,4	2,4	-3,1	-1,7
Березень	3,5	2,6	0,7	0,9	2	6,5	4,6	5,2	6	-0,2
Квітень	9,7	10,6	9,3	13,5	11,8	10,4	9,2	12,8	9,1	13,3
Травень	15,3	17,7	17,7	20,8	20,4	18,8	16,6	16	15,8	19,4
Червень	22,6	23	21,5	23,3	22,3	19,8	21,4	21,6	21,4	22,8
Липень	24,3	25,5	24,3	26,2	22,1	23,8	23,1	23,9	22,5	23,8
Серпень	20,7	26,5	22	23,3	23,4	24	23,3	24,7	25,2	24,7
Вересень	17,7	17,7	16,9	17,5	14	17,2	20,7	16	19,1	18,6
Жовтень	11,5	6,8	8,9	12,9	8,2	8,2	7,3	7,2	9,5	12,4
Листопад	5,6	9,1	0,9	5	5,8	1,8	5,1	2,2	3,9	1,4
Грудень	-1,3	0,3	2	-2,4	-0,9	-2,1	0,9	-3,2	4,5	-0,9
Разом	125, 8	131, 8	111, 6	128, 7	129, 6	123, 9	129, 7	125, 6	129, 1	131, 2

Індекс сезонності визначається за формулою:

$$i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}}$$

де: \bar{y}_i – середнє значення показника за прийнятий проміжок часу (у нашому прикладі середня величина за кожний місяць);

\bar{y} - середнє значення показника за весь період;

k – кількість років ($k=1,2,3,4,\dots$);

n – кількість місяців ($n=1,2,3,4,\dots$).

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_i y_i}{k};$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_i y_i}{n} = \frac{\sum_i \sum_i y_i}{k \cdot n}.$$

Визначається індекс сезонності для часового ряду, розрахунки проводяться за допомогою програми Microsoft Excel. Розраховані данні заносяться до таблиці (табл.3.32).

Таблиця 3.32 - Розрахункові дані часового ряду для методу на основі індексів сезонності

Місяць	Разом за 10 років	В середньому у за 10 років, \bar{y}_i	Індекс сезонності, i_c	Прогно з на 2019 рік	Прогно з на 2019 рік
Січень	-36,5	-3,65	-34,5	-3,7	-3,86
Лютий	-19,5	-1,95	-18,4	-2	-2,06
Березень	31,8	3,18	30,12	3,3	3,36
Квітень	109,7	10,97	103,9	11,3	11,6
Травень	178,5	17,85	169,06	18,3	18,9
Червень	219,7	21,97	208,1	22,5	23,2
Липень	239,5	23,95	226,8	24,5	25,3
Серпень	237,8	23,78	225,2	24,3	25,1
Вересень	175,4	17,54	166,1	17,9	18,5
Жовтень	92,9	9,29	87,9	9,5	9,8
Листопад	40,8	4,08	38,64	4,2	4,3
Грудень	-3,1	-0,31	-2,9	-0,3	-0,32
Разом	1267	126,7	1200	130	134
В середньому		10,55	100		

Спостерігаючи за даними температури повітря за останні 10 років, можна припустити, що на наступний рік об'єднання передбачає температуру повітря 130 градусів. Для того, щоб сформувавши помісячний план середньої температури повітря, можна використати наступну залежність:

$$\hat{Q}_i = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100},$$

де: \hat{Q}_i – очікуване місячне середнє значення температури повітря ($i=1,2,3,\dots$);

\hat{Q} – очікуване річне значення середньої температури повітря;

n – кількість періодів ($n = 12$).

Розраховується середня температура повітря на кожен місяць у 2019 році:

$$\hat{Q}_{\text{січень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100} = \frac{130 \cdot (-34,57)}{100} = -3,7;$$

$$\hat{Q}_{\text{лютий}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100} = \frac{130 \cdot (-18,47)}{100} = -2;$$

$$\hat{Q}_{\text{березень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100} = \frac{130 \cdot (30,12)}{100} = 3,3;$$

$$\hat{Q}_{\text{квітень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100} = \frac{130 \cdot (103,9)}{100} = 11,3;$$

$$\hat{Q}_{\text{травень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100} = \frac{130 \cdot (169,06)}{100} = 18,3;$$

$$\hat{Q}_{\text{червень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100} = \frac{130 \cdot (208,08)}{100} = 22,5;$$

$$\hat{Q}_{\text{липень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100} = \frac{130 \cdot (226,8)}{100} = 24,5;$$

$$\hat{Q}_{\text{серпень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100} = \frac{130 \cdot (225,2)}{100} = 24,3;$$

$$\hat{Q}_{\text{вересень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{130 \cdot (166,12)}{12} = 17,9;$$

$$\hat{Q}_{\text{жовтень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{130 \cdot (87,9)}{12} = 9,5;$$

$$\hat{Q}_{\text{листопад}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{130 \cdot (38,64)}{12} = 4,2;$$

$$\hat{Q}_{\text{грудень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{130 \cdot (-2,9)}{12} = -0,3.$$

Також, якщо поглянути на динаміку середньої температури за останні три роки, можна побачити, що з кожним роком температура повітря зростає в середньому на 3 градуси, це може бути зумовлено впливом зовнішніх чинників. Якщо враховувати такі припущення, тоді можна припустити, що на наступний рік об'єднання може передбачати температуру повітря близько 134 градусів.

Тоді середня температура повітря на кожен місяць у 2019 році буде складати:

$$\hat{Q}_{\text{січень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (-34,57)}{12} = -3,86;$$

$$\hat{Q}_{\text{лютий}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (-18,47)}{12} = -2,06;$$

$$\hat{Q}_{\text{березень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (30,1)}{12} = 3,36;$$

$$\hat{Q}_{\text{квітень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (103,9)}{12} = 11,6;$$

$$\hat{Q}_{\text{травень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (169,06)}{12} = 18,9;$$

$$\hat{Q}_{\text{червень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (208,08)}{12} = 23,2;$$

$$\hat{Q}_{\text{липень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (226,8)}{12} = 25,3;$$

$$\hat{Q}_{\text{серпень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (225,2)}{12} = 25,1;$$

$$\hat{Q}_{\text{вересень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (166,1)}{12} = 18,5;$$

$$\hat{Q}_{\text{жовтень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (-87,98)}{12} = 9,8;$$

$$\hat{Q}_{\text{листопад}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (38,6)}{12} = 4,3;$$

$$\hat{Q}_{\text{грудень}} = \frac{\hat{Q} \cdot i_C}{n} = \frac{134 \cdot (-2,9)}{12} = -0,32.$$

Можна зробити висновок, що даний метод можна використовувати для прогнозування температури повітря, так як він враховує сезонні коливання досліджуваного об'єкту.

Далі проводиться аналіз результатів прогнозування.

На даному етапі звіряються прогнози які були отримані за допомогою різних методів на 2019 рік з даними середніх температурних показників повітря у місті Запоріжжя на 2019 рік які були отримані з архіву та робляться висновки по отриманим прогнозам.

Порівняння прогнозів отриманих різними методами, наводяться у таблиці 3.33. З даної таблиці можна побачити, що всі отримані результати прогнозування досить відрізняються між собою та даними з архіву, тому говорити про більшу або меншу ефективність якогось з методів зважаючи тільки на вихідні результати не буде доцільно.

Таблиця 3.33 – Порівняння прогнозів отриманих різними методами

Місяць	Прогнозування в припущенні абсолютної незмінності значень попередніх рівнів	Прогнозування на основі середнього рівня ряду	Прогнозування на основі індексів сезонності	Дані на 2019 рік, отримані з архіву погоди
січень	-2,4	-3,65	-3,7	-2,3
лютий	-1,7	-1,95	-2	0,4
березень	-0,2	3,18	3,3	4,8
квітень	6,9	10,3	11,3	11,4
травень	19,4	18,9	18,3	18,5
червень	22,8	21,9	22,5	24,4
липень	23,8	23,9	24,5	22,1
серпень	24,7	23,8	24,3	22,0
вересень	18,6	17,5	17,9	17,0
жовтень	12,4	10,5	9,5	10,9
Листопад	5,75	4,5	4,2	5,3
грудень	-0,9	-0,31	-0,3	2,3

Потрібно зауважити, що все ж таки метод на основі індексів сезонності вважається більш точним, так як він враховує сезонні коливання досліджуваного об'єкту. Тому можна зробити висновок, що даний метод можна використовувати для прогнозування температури повітря, однак отримані прогнози все одно не будуть надзвичайно точними, тому що дані методи не враховують усі зовнішні фактори які можуть вплинути на зміну температури повітря у майбутньому.

ВИСНОВКИ

Кваліфікаційна робота присвячена застосуванню методології теорії часових рядів до аналізу та моделювання біологічних та екологічних процесів.

Метою роботи була розробка методики дослідження та прогнозування біологічних та екологічних процесів методами теорії часових рядів.

Для досягненої поставленої мети в роботі здійснено наступне:

- визначились основні поняття теорії часових рядів;
- була розглянута класифікація та компоненти часових рядів;
- описана методологія проведення попереднього аналізу часових рядів;
- розглянуті методи прогнозування часових рядів;
- розроблена методика аналізу та прогнозування біологічних та екологічних процесів методами теорії часових рядів;
- застосувалася методика дослідження та прогнозування процесів у практичній діяльності.

У ході проведення дослідження у першому розділі було надано основні поняття теорії часових рядів, розглянуто класифікацію часових рядів та їх компоненти.

У другому розділі була описана методологія проведення попереднього аналізу часових рядів, а також наведені методи для її прогнозування.

Третій розділ присвячений розробці методики аналізу та прогнозування біологічних та екологічних процесів, а також застосування цієї методики в практичній діяльності.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ:

1. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование: Учебник. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2010. 320 с.
2. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование: Учебник. Москва: Финансы и статистика, 2001. 228 с.
3. Садовникова Н.А., Шмойлова Р.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. Вып. 3: Учебно-методический комплекс. Москва: Изд. центр ЕАОИ, 2009. 264 с.
4. Мамаева З.М. Введение в эконометрику. Нижний Новгород: ННГУ, 2010. 70 с.
5. Орлова И.В., Половникова В.А. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование. Москва: Вузовский учебник, 2007. 365 с.
6. Ерина Т.А., Кузьмичева Т.Г. Анализ временных рядов. Белгород 2017. 42 с.
7. Белых Т.И., Бурдуковская А.В. Предварительный анализ временных рядов. Учеб. пособие. Иркутск: Изд-во БГУ. 2018. 105 с. URL: lib-catalog@bgu.ru. (Дата звернення: 23.11.2019).
8. Методы и модели анализа временных рядов : метод. указания к лаб. Работам; сост. С.И. Татаренко. Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. 32 с.
9. Садовников Н.А., Шмойлова Р.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. Москва, 2001. 67 с.
10. Лоскутов А.Ю. Анализ временных рядов (Курс лекций). Физический факультет МГУ. Москва. 2007. 113 с.

11. Простейшие методы прогнозирования рядов динамики. Studopedia.su. URL: https://studopedia.su/19_79729_prosteyshie-metodi-prognozirovaniya-ryadov-dinamiki.html (Дата звернення: 27.10.2019).
12. Хорина И. В., Бражников М.А. Учебное пособие. Методы исследования и моделирования национальной экономики. Самара: Самар.гос. техн.ун-т, 2010. 201 с.
13. Екстраполяція на основі аналітичних показників рядів динаміки. Buklib.net. URL: <https://buklib.net/books/31163/> (Дата звернення: 11.10.2019).
14. С.И. Татаренко. Методы и модели анализа временных рядов: Метод. Указания лабораторным работам. Тамбов: Тамбовский государственный технический университет, 2008. 19с.
15. Екстраполяція на основі індексу сезонності. Buklib.net. Електронний ресурс: <https://buklib.net/books/31179/> (Дата звернення: 21.10.2019).
16. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов : учеб. Пособие. Москва: Финансы и статистика, 2003. 416 с.
17. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы прогнозирования: Учебное пособие. М.: Финансы и статистика, 2003. 416 с.
18. Клебанова Т. С., Курзенев В. А., Наумов В. М. та ін. Прогнозування соціально-економічних процесів. Харків. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015. 656 с.
19. Простейшие методы прогнозирования. Econ step. URL: <http://www.econstep.ru/apsteps-528-1.html> (Дата звернення: 25.10.2019).
20. Box G. E. P. and Jenkins G. M. Time Series Analysis, Forecasting and Control, rev.Ed., San Francisco: Holden-Day, 1976. 203 p.

Додаток А

Сердньорічні температурні показники повітря з архіву погоди в місті Запоріжжя

Таблиця А.1 - Сердньорічні температурні показники повітря з архіву погоди в місті Запоріжжя (аеропорт) за період з 01.01.2009 по 20.12.2019

Період, рік	Період, місяць	Середнє значення	Мінімальне значення (дата)	Максимальне значення (дата)	Кількість спостережень
2009	Січень	-4.4	-25.6 (07.01.2009)	+5.6 (24.01.2009)	246
	Лютий	+0.6	-10.6 (22.02.2009)	+10.6 (09.02.2009)	224
	Березень	+3.5	-5.8 (05.03.2009)	+17.2 (31.03.2009)	245
	Квітень	+9.7	-3.3 (22.04.2009)	+26.1 (28.04.2009)	238
	Травень	+15.3	+6.9 (16.05.2009)	+27.5 (23.05.2009)	246
	Червень	+22.6	+11.4 (19.06.2009)	+35.0 (25.06.2009)	238
	Липень	+24.3	+15.1 (27.07.2009)	+38.0 (19.07.2009)	243
	Серпень	+20.7	+8.1 (09,22.08.2009)	+31.1 (29.08.2009)	247
	Вересень	+17.7	+3.7 (27.09.2009)	+29.0 (10.09.2009)	237
	Жовтень	+11.5	-2.8 (31.10.2009)	+23.0 (13.10.2009)	246
	Листопад	+5.6	-5.5 (02.11.2009)	+13.2 (07.11.2009)	240
	Грудень	-1.3	-15.8 (20,22.12.2009)	+9.9 (02.12.2009)	242

Продовження таблиці А.1

Період, рік	Період, місяць	Середнє значення	Мінімальне значення (дата)	Максимальне значення (дата)	Кількість спостережень
2010	Січень	-6.2	-25.9	+5.4	245
			(26.01.2010)	(02.01.2010)	
	Лютий	-1.8	-14.7	+6.3	222
			(06.02.2010)	(21.02.2010)	
	Березень	+2.6	-7.9	+17.3	248
			(11.03.2010)	(31.03.2010)	
	Квітень	+10.6	-0.7	+21.0	237
			(27.04.2010)	(20.04.2010)	
	Травень	+17.7	+8.1	+28.7	245
			(02.05.2010)	(07.05.2010)	
	Червень	+23.0	+11.1	+34.1	239
			(18.06.2010)	(15.06.2010)	
Липень	+25.5	+17.4	+37.7	248	
		(06.07.2010)	(31.07.2010)		
Серпень	+26.5	+9.2	+39.7	248	
		(22.08.2010)	(08,10.08.2010)		
Вересень	+17.7	+5.7	+29.8	240	
		(09.09.2010)	(27.09.2010)		
Жовтень	+6.8	-3.6	+16.9	248	
		(29.10.2010)	(20.10.2010)		
Листопад	+9.1	-1.9	+20.7	240	
		(26.11.2010)	(10.11.2010)		
Грудень	+0.3	-9.3	+11.7	247	
		(15.12.2010)	(10.12.2010)		
2011	Січень	-5.6	-21.7	+2.3	248
			(27.01.2011)	(02.01.2011)	
	Лютий	-7.0	-19.4	+5.3	224
			(16.02.2011)	(09.02.2011)	
	Березень	+0.7	-15.9	+15.2	248
			(03.03.2011)	(31.03.2011)	
	Квітень	+9.3	-1.4	+24.1	240
			(21.04.2011)	(26.04.2011)	
	Травень	+17.7	+4.3	+29.7	248
			(01.05.2011)	(31.05.2011)	
	Червень	+21.5	+12.6	+31.5	240
			(06.06.2011)	(01.06.2011)	
Липень	+24.3	+14.6	+35.6	242	
		(02.07.2011)	(27.07.2011)		
Серпень	+22.0	+12.0	+35.2	247	
		(28.08.2011)	(13.08.2011)		
Вересень	+16.9	+5.5	+31.4	240	
		(26.09.2011)	(01.09.2011)		
Жовтень	+8.9	-4.1	+24.5	247	
		(31.10.2011)	(07.10.2011)		
Листопад	+0.9	-12.5	+11.4	238	
		(24.11.2011)	(02.11.2011)		
Грудень	+2.0	-6.5	+11.9	247	
		(29.12.2011)	(05.12.2011)		

Продовження таблиці А.1

Період, рік	Період, місяць	Середнє значення	Мінімальне значення (дата)	Максимальне значення (дата)	Кількість спостережень
2012	Січень	-3.6	-19.6 (31.01.2012)	+8.1 (07.01.2012)	246
	Лютий	-8.7	-24.6 (02.02.2012)	+3.8 (25.02.2012)	228
	Березень	+0.9	-11.8 (10.03.2012)	+15.4 (19.03.2012)	248
	Квітень	+13.5	-1.4 (02.04.2012)	+31.2 (30.04.2012)	240
	Травень	+20.8	+10.1 (26.05.2012)	+32.3 (12.05.2012)	248
	Червень	+23.3	+10.9 (01.06.2012)	+35.0 (14.06.2012)	240
	Липень	+26.2	+12.8 (01.07.2012)	+37.0 (29.07.2012)	248
	Серпень	+23.3	+7.3 (22.08.2012)	+37.5 (06.08.2012)	248
	Вересень	+17.5	+6.3 (10.09.2012)	+27.2 (21.09.2012)	239
	Жовтень	+12.9	+1.1 (27.10.2012)	+24.5 (17.10.2012)	246
	Листопад	+5.0	-3.3 (19.11.2012)	+16.6 (30.11.2012)	240
	Грудень	-2.4	-17.2 (24.12.2012)	+13.5 (01.12.2012)	240
2013	Січень	-0.6	-10.3 (10.01.2013)	+11.4 (22.01.2013)	371
	Лютий	+1.1	-6.4 (24.02.2013)	+11.8 (08.02.2013)	360
	Березень	+2.0	-7.6 (25.03.2013)	+16.3 (31.03.2013)	248
	Квітень	+11.8	+1.2 (23.04.2013)	+26.6 (28.04.2013)	240
	Травень	+20.4	+10.3 (06.05.2013)	+30.0 (31.05.2013)	248
	Червень	+22.3	+12.6 (20.06.2013)	+35.4 (27.06.2013)	240
	Липень	+22.1	+13.1 (22.07.2013)	+33.1 (07.07.2013)	248
	Серпень	+23.4	+11.8 (26.08.2013)	+34.9 (14.08.2013)	248
	Вересень	+14.0	+0.8 (30.09.2013)	+26.0 (02.09.2013)	240
	Жовтень	+8.2	-0.4 (24.10.2013)	+19.3 (11.10.2013)	248
	Листопад	+5.8	-5.4 (28.11.2013)	+18.5 (06.11.2013)	240
	Грудень	-0.9	-14.9 (12.12.2013)	+8.0 (25.12.2013)	248

Продовження таблиці А.1

Період, рік	Період, місяць	Середнє значення	Мінімальне значення (дата)	Максимальне значення (дата)	Кількість спостережень
2014	Січень	-3.6	-22.5	+7.1	248
			(31.01.2014)	(11.01.2014)	
	Лютий	-0.9	-19.5	+10.5	224
			(01.02.2014)	(13.02.2014)	
	Березень	+6.5	-4.2	+23.7	248
			(30.03.2014)	(26.03.2014)	
	Квітень	+10.4	-5.1	+23.3	239
			(02.04.2014)	(18.04.2014)	
	Травень	+18.8	+4.1	+32.2	248
			(06.05.2014)	(26.05.2014)	
	Червень	+19.8	+9.5	+31.8	240
			(19.06.2014)	(07.06.2014)	
Липень	+23.8	+14.0	+34.5	248	
		(03.07.2014)	(30.07.2014)		
Серпень	+24.0	+10.8	+38.7	248	
		(29.08.2014)	(15.08.2014)		
Вересень	+17.2	+5.4	+31.6	240	
		(24.09.2014)	(03.09.2014)		
Жовтень	+8.2	-5.6	+21.3	246	
		(26.10.2014)	(13.10.2014)		
Листопад	+1.8	-10.5	+16.3	240	
		(23.11.2014)	(09.11.2014)		
Грудень	-2.1	-20.4	+8.6	248	
		(31.12.2014)	(24.12.2014)		
2015	Січень	-2.1	-24.6	+8.0	248
			(08.01.2015)	(31.01.2015)	
	Лютий	-0.4	-12.1	+14.9	224
			(17.02.2015)	(27.02.2015)	
	Березень	+4.6	-6.1	+20.3	248
			(24.03.2015)	(27.03.2015)	
	Квітень	+9.2	-1.2	+23.3	240
			(10.04.2015)	(28.04.2015)	
	Травень	+16.6	+5.7	+28.5	248
			(05.05.2015)	(25.05.2015)	
	Червень	+21.4	+11.7	+31.1	240
			(02.06.2015)	(14.06.2015)	
Липень	+23.1	+12.7	+35.4	248	
		(22.07.2015)	(25.07.2015)		
Серпень	+23.3	+11.0	+37.3	248	
		(26.08.2015)	(11.08.2015)		
Вересень	+20.7	+8.4	+35.2	240	
		(08.09.2015)	(03.09.2015)		
Жовтень	+7.3	-4.7	+24.3	246	
		(08.10.2015)	(04.10.2015)		
Листопад	+5.1	-6.2	+15.4	240	
		(01.11.2015)	(22.11.2015)		
Грудень	+0.9	-14.8	+10.4	248	
		(31.12.2015)	(24.12.2015)		

Продовження таблиці А.1

Період, рік	Період, місяць	Середнє значення	Мінімальне значення (дата)	Максимальне значення (дата)	Кількість спостережень
2016	Січень	-3.2	-14.9	+6.0	248
			(17.12.2016)	(12.12.2016)	
	Лютий	+2.4	-6.5	+16.2	232
			(21.02.2016)	(16.02.2016)	
	Березень	+5.2	-6.6	+15.4	248
			(20.03.2016)	(09.03.2016)	
	Квітень	+12.8	+0.9	+26.6	240
			(22.04.2016)	(18.04.2016)	
	Травень	+16.0	+4.8	+26.0	248
			(02.05.2016)	(28.05.2016)	
	Червень	+21.6	+6.5	+33.1	240
			(08.06.2016)	(27.06.2016)	
Липень	+23.9	+12.8	+38.9	248	
		(06.07.2016)	(17.07.2016)		
Серпень	+24.7	+12.8	+36.9	248	
		(16.08.2016)	(22.08.2016)		
Вересень	+16.0	+4.8	+30.2	240	
		(29.09.2016)	(13.09.2016)		
Жовтень	+7.2	-5.0	+24.9	246	
		(26.10.2016)	(03.10.2016)		
Листопад	+2.2	-10.7	+17.1	240	
		(30.11.2016)	(07.11.2016)		
Грудень	-3.2	-14.9	+6.0	248	
		(17.12.2016)	(12.12.2016)		
2017	Січень	-4.8	-19.8	+2.6	248
			(30.01.2017)	(12.01.2017)	
	Лютий	-3.1	-18.3	+10.5	224
			(01.02.2017)	(24.02.2017)	
	Березень	+6.0	-3.7	+17.5	248
			(31.03.2017)	(28.03.2017)	
	Квітень	+9.1	-2.1	+24.8	240
			(20.04.2017)	(30.04.2017)	
	Травень	+15.8	+2.1	+29.2	248
			(11.05.2017)	(31.05.2017)	
	Червень	+21.4	+9.4	+33.3	240
			(04.06.2017)	(30.06.2017)	
Липень	+22.5	+11.2	+36.0	248	
		(10.07.2017)	(27.07.2017)		
Серпень	+25.2	+12.0	+37.5	248	
		(24.08.2017)	(07.08.2017)		
Вересень	+19.1	+2.7	+34.9	240	
		(30.09.2017)	(21.09.2017)		
Жовтень	+9.5	+0.4	+23.5	246	
		(23.10.2017)	(08.10.2017)		
Листопад	+3.9	-4.6	+18.9	240	
		(27.11.2017)	(14.11.2017)		
Грудень	+4.5	-3.3	+12.1	248	
		(22.12.2017)	(28.12.2017)		

Продовження таблиці А.1

Період, рік	Період, місяць	Середнє значення	Мінімальне значення (дата)	Максимальне значення (дата)	Кількість спостережень
2018	Січень	-2.4	-15.7 (24.01.2018)	+8.2 (07.01.2018)	248
	Лютий	-1.7	-13.9 (26.02.2018)	+9.4 (04.02.2018)	224
	Березень	-0.2	-14.4 (02.03.2018)	+12.5 (17.03.2018)	248
	Квітень	+13.3	+1.5 (05.04.2018)	+26.3 (26.04.2018)	240
	Травень	+19.4	+5.6 (12.05.2018)	+31.3 (05.05.2018)	248
	Червень	+22.8	+8.7 (02.06.2018)	+35.7 (29.06.2018)	240
	Липень	+23.8	+13.0 (02.07.2018)	+33.0 (10.07.2018)	248
	Серпень	+24.7	+14.1 (21.08.2018)	+35.2 (17.08.2018)	248
	Вересень	+18.6	+3.7 (27.09.2018)	+33.3 (01.09.2018)	240
	Жовтень	+12.4	+1.4 (26.10.2018)	+25.8 (16.10.2018)	246
	Листопад	+1.4	-9.3 (30.11.2018)	+13.8 (02.11.2018)	240
	Грудень	-0.9	-10.1 (03.12.2018)	+5.8 (25.12.2018)	248
2019	Січень	-2.3	-12.0 (06.01.2019)	+7.3 (31.01.2019)	248
	Лютий	+0.4	-11.6 (24.02.2019)	+9.9 (17.02.2019)	224
	Березень	+4.8	-4.6 (29.03.2019)	+16.7 (31.03.2019)	248
	Квітень	+11.4	-2.6 (04.04.2019)	+24.3 (26.04.2019)	240
	Травень	+18.5	+6.9 (03.05.2019)	+32.8 (31.05.2019)	248
	Червень	+24.4	+9.8 (30.06.2019)	+35.0 (13.06.2019)	240
	Липень	+22.1	+13.0 (05.07.2019)	+34.2 (02.07.2019)	248
	Серпень	+22.0	+9.9 (05.08.2019)	+32.3 (24.08.2019)	248
	Вересень	+17.0	+2.8 (24.09.2019)	+32.0 (03.09.2019)	240
	Жовтень	+10.9	-3.8 (31.10.2019)	+25.4 (03.10.2019)	246
	Листопад	+5.3	-9.9 (22.11.2019)	+19.0 (06.11.2019)	240
	Грудень (01.12-20.12)	+2.3	-4.8 (04.12.2019)	+10.2 (19.12.2019)	159

Додаток Б

Побудова часового ряду

Таблиця Б.1 – Часовий ряд середньорічної температури повітря в місті Запоріжжя за 2009-2018 рік

Год	Период, місяць	t	Среднее значение, у _t	Год	Период, місяць	t	Среднее значение, у _t
2009	Січень	1	-4,4	2012	Січень	37	-3,6
	Лютий	2	0,6		Лютий	38	-8,7
	Березень	3	3,5		Березень	39	0,9
	Квітень	4	9,7		Квітень	40	13,5
	Травень	5	15,3		Травень	41	20,8
	Червень	6	22,6		Червень	42	23,3
	Липень	7	24,3		Липень	43	26,2
	Серпень	8	20,7		Серпень	44	23,3
	Вересень	9	17,7		Вересень	45	17,5
	Жовтень	10	11,5		Жовтень	46	12,9
	Листопад	11	5,6		Листопад	47	5
	Грудень	12	-1,3		Грудень	48	-2,4
2010	Січень	13	-6,2	2013	Січень	49	-0,6
	Лютий	14	-1,8		Лютий	50	1,1
	Березень	15	2,6		Березень	51	2
	Квітень	16	10,6		Квітень	52	11,8
	Травень	17	17,7		Травень	53	20,4
	Червень	18	23		Червень	54	22,3
	Липень	19	25,5		Липень	55	22,1
	Серпень	20	26,5		Серпень	56	23,4
	Вересень	21	17,7		Вересень	57	14
	Жовтень	22	6,8		Жовтень	58	8,2
	Листопад	23	9,1		Листопад	59	5,8
	Грудень	24	0,3		Грудень	60	-0,9
2011	Січень	25	-5,6	2014	Січень	61	-3,6
	Лютий	26	-7		Лютий	62	-0,9
	Березень	27	0,7		Березень	63	6,5
	Квітень	28	9,3		Квітень	64	10,4
	Травень	29	17,7		Травень	65	18,8
	Червень	30	21,5		Червень	66	19,8
	Липень	31	24,3		Липень	67	23,8
	Серпень	32	22		Серпень	68	24
	Вересень	33	16,9		Вересень	69	17,2
	Жовтень	34	8,9		Жовтень	70	8,2
	Листопад	35	0,9		Листопад	71	1,8
	Грудень	36	2		Грудень	72	-2,1

Продовження таблиці Б.1

Год	Период, місяць	t	Среднее значення, у _t	Год	Период, місяць	t	Среднее значення, у _t
2015	Січень	73	-2,1	2017	Січень	97	-4,8
	Лютий	74	-0,4		Лютий	98	-3,1
	Березень	75	4,6		Березень	99	6,0
	Квітень	76	9,2		Квітень	100	9,1
	Травень	77	16,6		Травень	101	15,8
	Червень	78	21,4		Червень	102	21,4
	Липень	79	23,1		Липень	103	22,5
	Серпень	80	23,3		Серпень	104	25,2
	Вересень	81	20,7		Вересень	105	19,1
	Жовтень	82	7,3		Жовтень	106	9,5
	Листопад	83	5,1		Листопад	107	3,9
	Грудень	84	0,9		Грудень	108	4,5
2016	Січень	85	-3,2	2018	Січень	109	-2,4
	Лютий	86	2,4		Лютий	110	-1,7
	Березень	87	5,2		Березень	111	-0,2
	Квітень	88	12,8		Квітень	112	13,3
	Травень	89	16,0		Травень	113	19,4
	Червень	90	21,6		Червень	114	22,8
	Липень	91	23,9		Липень	115	23,8
	Серпень	92	24,7		Серпень	116	24,7
	Вересень	93	16,0		Вересень	117	18,6
	Жовтень	94	7,2		Жовтень	118	12,4
	Листопад	95	2,2		Листопад	119	1,4
	Грудень	96	-3,2		Грудень	120	-0,9

Таблиця Б.2 – Часовий ряд середньорічної температури повітря в місті
Запоріжжя за 2009-2018 рік.

		Середнє значення , ут											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		Січ ень	Лют ий	Берез ень	Квіт ень	Трав ень	Черв ень	Лип ен	Серп ень	Верес ень	Жовт ень	Листо пад	Груд ень
20 09	1	-4,4	0,6	3,5	9,7	15,3	22,6	24,3	20,7	17,7	11,5	5,6	-1,3
20 10	2	-6,2	-1,8	2,6	10,6	17,7	23	25,5	26,5	17,7	6,8	9,1	0,3
20 11	3	-5,6	-7	0,7	9,3	17,7	21,5	24,3	22	16,9	8,9	0,9	2
20 12	4	-3,6	-8,7	0,9	13,5	20,8	23,3	26,2	23,3	17,5	12,9	5	-2,4
20 13	5	-0,6	1,1	2	11,8	20,4	22,3	22,1	23,4	14	8,2	5,8	-0,9
20 14	6	-3,6	-0,9	6,5	10,4	18,8	19,8	23,8	24	17,2	8,2	1,8	-2,1
20 15	7	-2,1	-0,4	4,6	9,2	16,6	21,4	23,1	23,3	20,7	7,3	5,1	0,9
20 16	8	-3,2	2,4	5,2	12,8	16	21,6	23,9	24,7	16	7,2	2,2	-3,2
20 17	9	-4,8	-3,1	6	9,1	15,8	21,4	22,5	25,2	19,1	9,5	3,9	4,5
20 18	10	-2,4	-1,7	-0,2	13,3	19,4	22,8	23,8	24,7	18,6	12,4	1,4	-0,9

Додаток В

Перевірки на аномальність

Таблиця В.1 - Значення λ в залежності від t

t	y_t	$(y-\bar{y})^2$	λ	t	y_t	$(y-\bar{y})^2$	λ
1	-4,4	223,74	---	26	-7	308,28	0,139
2	0,6	99,162	0,4965	27	0,7	97,18	0,7646
3	3,5	49,815	0,288	28	9,3	1,5826	0,854
4	9,7	0,7362	0,6157	29	17,7	51,008	0,8342
5	15,3	22,487	0,5561	30	21,5	119,73	0,3774
6	22,6	145,01	0,7249	31	24,3	188,84	0,2781
7	24,3	188,84	0,1688	32	22	130,92	0,2284
8	20,7	102,86	0,3575	33	16,9	40,221	0,5065
9	17,7	51,008	0,2979	34	8,9	2,749	0,7944
10	11,5	0,8874	0,6157	35	0,9	93,277	0,7944
11	5,6	24,582	0,5859	36	2	73,239	0,1092
12	-1,3	140,61	0,6852	37	-3,6	200,45	0,5561
13	-6,2	280,83	0,4866	38	-8,7	370,87	0,5065
14	-1,8	152,72	0,4369	39	0,9	93,277	0,9533
15	2,6	63,33	0,4369	40	13,5	8,6554	1,2512
16	10,6	0,0018	0,7944	41	20,8	104,9	0,7249
17	17,7	51,008	0,7051	42	23,3	162,36	0,2483
18	23	154,8	0,5263	43	26,2	244,67	0,288
19	25,5	223,26	0,2483	44	23,3	162,36	0,288
20	26,5	254,15	0,0993	45	17,5	48,191	0,576
21	17,7	51,008	0,8739	46	12,9	5,485	0,4568
22	6,8	14,123	1,0824	47	5	30,891	0,7845
23	9,1	2,1258	0,2284	48	-2,4	167,91	0,7349
24	0,3	105,23	0,8739	49	-0,6	124,5	0,1787
25	-5,6	261,08	0,5859	50	1,1	89,454	0,1688

Продовження таблиці В.1

t	y _t	(y- \bar{y}) ²	λ	t	y _t	(y- \bar{y}) ²	λ
51	2	73,239	0,0894	86	2,4	66,553	0,5561
52	11,8	1,5426	0,9732	87	5,2	28,708	0,2781
53	20,4	96,865	0,854	88	12,8	5,0266	0,7547
54	22,3	137,87	0,1887	89	16	29,615	0,3178
55	22,1	133,22	0,0199	90	21,6	121,93	0,5561
56	23,4	164,92	0,1291	91	23,9	178,01	0,2284
57	14	11,847	0,9335	92	24,7	200	0,0794
58	8,2	5,5602	0,576	93	16	29,615	0,864
59	5,8	22,639	0,2383	94	7,2	11,276	0,8739
60	-0,9	131,29	0,6653	95	2,2	69,856	0,4965
61	-3,6	200,45	0,2681	96	-3,2	189,28	0,5362
62	-0,9	131,29	0,2681	97	-4,8	235,87	0,1589
63	6,5	16,467	0,7349	98	-3,1	186,54	0,1688
64	10,4	0,025	0,3873	99	6	20,775	0,9037
65	18,8	67,931	0,8342	100	9,1	2,1258	0,3078
66	19,8	85,415	0,0993	101	15,8	27,479	0,6653
67	23,8	175,35	0,3972	102	21,4	117,55	0,5561
68	24	180,69	0,0199	103	22,5	142,61	0,1092
69	17,2	44,116	0,6753	104	25,2	214,39	0,2681
70	8,2	5,5602	0,8937	105	19,1	72,966	0,6058
71	1,8	76,703	0,6356	106	9,5	1,1194	0,9533
72	-2,1	160,22	0,3873	107	3,9	44,329	0,5561
73	-2,1	160,22	0	108	4,5	36,699	0,0596
74	-0,4	120,08	0,1688	109	-2,4	167,91	0,6852
75	4,6	35,498	0,4965	110	-1,7	150,26	0,0695
76	9,2	1,8442	0,4568	111	-0,2	115,73	0,149
77	16,6	36,506	0,7349	112	13,3	7,5186	1,3406
78	21,4	117,55	0,4767	113	19,4	78,181	0,6058
79	23,1	157,3	0,1688	114	22,8	149,87	0,3376
80	23,3	162,36	0,0199	115	23,8	175,35	0,0993
81	20,7	102,86	0,2582	116	24,7	200	0,0894
82	7,3	10,615	1,3307	117	18,6	64,674	0,6058
83	5,1	29,79	0,2185	118	12,4	3,393	0,6157
84	0,9	93,277	0,4171	119	1,4	83,869	1,0924
85	-3,2	189,28	0,4071	120	-0,9	131,29	0,2284

Таблиця В.2 - Значення λ в залежності від t

t	y_t	$(y-\bar{y})^2$	λ	t	y_t	$(y-\bar{y})^2$	λ
1	-4,4	223,74	-----	26	-7	308,28	0,1394
2	0,6	99,162	0,498	27	0,7	97,18	0,7669
3	3,5	49,815	0,2888	28	9,3	1,5826	0,8566
4	9,7	0,7362	0,6175	29	17,7	51,008	0,8367
5	15,3	22,487	0,5578	30	21,5	119,73	0,3785
6	22,6	145,01	0,7271	31	24,3	188,84	0,2789
7	24,3	188,84	0,1693	32	22	130,92	0,2291
8	20,7	102,86	0,3586	33	16,9	40,221	0,508
9	17,7	51,008	0,2988	34	8,9	2,749	0,7968
10	11,5	0,8874	0,6175	35	0,9	93,277	0,7968
11	5,6	24,582	0,5876	36	2	73,239	0,1096
12	-1,3	140,61	0,6873	37	-3,6	200,45	0,5578
13	-6,2	280,83	0,488	38	-8,7	370,87	0,508
14	-1,8	152,72	0,4382	39	0,9	93,277	0,9562
15	2,6	63,33	0,4382	40	10,85	0,0853	0,991
16	10,6	0,0018	0,7968	41	20,8	104,9	0,991
17	17,7	51,008	0,7072	42	23,3	162,36	0,249
18	23	154,8	0,5279	43	26,2	244,67	0,2888
19	25,5	223,26	0,249	44	23,3	162,36	0,2888
20	26,5	254,15	0,0996	45	17,5	48,191	0,5777
21	17,7	51,008	0,8765	46	12,9	5,485	0,4582
22	13,4	8,077	0,4283	47	5	30,891	0,7869
23	9,1	2,1258	0,4283	48	-2,4	167,91	0,7371
24	0,3	105,23	0,8765	49	-0,6	124,5	0,1793
25	-5,6	261,08	0,5876	50	1,1	89,454	0,1693

Продовження таблиці В.2

t	y _t	(y- \bar{y}) ²	λ	t	y _t	(y- \bar{y}) ²	λ
51	2	73,239	0,0896	86	2,4	66,553	0,5578
52	11,8	1,5426	0,9761	87	5,2	28,708	0,2789
53	20,4	96,865	0,8566	88	12,8	5,0266	0,757
54	22,3	137,87	0,1892	89	16	29,615	0,3187
55	22,1	133,22	0,0199	90	21,6	121,93	0,5578
56	23,4	164,92	0,1295	91	23,9	178,01	0,2291
57	14	11,847	0,9363	92	24,7	200	0,0797
58	8,2	5,5602	0,5777	93	16	29,615	0,8665
59	5,8	22,639	0,239	94	7,2	11,276	0,8765
60	-0,9	131,29	0,6673	95	2,2	69,856	0,498
61	-3,6	200,45	0,2689	96	-3,2	189,28	0,5378
62	-0,9	131,29	0,2689	97	-4,8	235,87	0,1594
63	6,5	16,467	0,7371	98	-3,1	186,54	0,1693
64	10,4	0,025	0,3884	99	6	20,775	0,9064
65	18,8	67,931	0,8367	100	9,1	2,1258	0,3088
66	19,8	85,415	0,0996	101	15,8	27,479	0,6673
67	23,8	175,35	0,3984	102	21,4	117,55	0,5578
68	24	180,69	0,0199	103	22,5	142,61	0,1096
69	17,2	44,116	0,6773	104	25,2	214,39	0,2689
70	8,2	5,5602	0,8964	105	19,1	72,966	0,6076
71	1,8	76,703	0,6375	106	9,5	1,1194	0,9562
72	-2,1	160,23	0,3884	107	3,9	44,329	0,5578
73	-2,1	160,23	0	108	4,5	36,699	0,0598
74	-0,4	120,08	0,1693	109	-2,4	167,91	0,6873
75	4,6	35,498	0,498	110	-1,7	150,26	0,0697
76	9,2	1,8442	0,4582	111	-0,2	115,73	0,1494
77	16,6	36,506	0,7371	112	9,6	0,9178	0,9761
78	21,4	117,55	0,4781	113	19,4	78,181	0,9761
79	23,1	157,3	0,1693	114	22,8	149,87	0,3386
80	23,3	162,36	0,0199	115	23,8	175,35	0,0996
81	20,7	102,86	0,259	116	24,7	200	0,0896
82	12,9	5,485	0,7769	117	18,6	64,674	0,6076
83	5,1	29,79	0,7769	118	12,4	3,393	0,6175
84	0,9	93,277	0,4183	119	5,75	23,117	0,6624
85	-3,2	189,28	0,4084	120	-0,9	131,29	0,6624

Додаток Г

Перевірка на наявність тренду

Таблиця Г.1 – Впорядковані члени ряду по зростанню

t	y(t)	t	y(t)	t	y(t)	t	y(t)
1	-8,7	31	1,1	61	10,4	91	20,7
2	-7	32	1,8	62	10,6	92	20,8
3	-6,2	33	2	63	10,85	93	21,4
4	-5,6	34	2	64	11,5	94	21,4
5	-4,8	35	2,2	65	11,8	95	21,5
6	-4,4	36	2,4	66	12,4	96	21,6
7	-3,6	37	2,6	67	12,8	97	22
8	-3,6	38	3,5	68	12,9	98	22,1
9	-3,2	39	3,9	69	12,9	99	22,3
10	-3,2	40	4,5	70	13,4	100	22,5
11	-3,1	41	4,6	71	14	101	22,6
12	-2,4	42	5	72	15,3	102	22,8
13	-2,4	43	5,1	73	15,8	103	23
14	-2,1	44	5,2	74	16	104	23,1
15	-2,1	45	5,6	75	16	105	23,3
16	-1,8	46	5,75	76	16,6	106	23,3
17	-1,7	47	5,8	77	16,9	107	23,3
18	-1,3	48	6	78	17,2	108	23,4
19	-0,9	49	6,5	79	17,5	109	23,8
20	-0,9	50	7,2	80	17,7	110	23,8
21	-0,9	51	8,2	81	17,7	111	23,9
22	-0,6	52	8,2	82	17,7	112	24
23	-0,4	53	8,9	83	17,7	113	24,3
24	-0,2	54	9,1	84	18,6	114	24,3
25	0,3	55	9,1	85	18,8	115	24,7
26	0,6	56	9,2	86	19,1	116	24,7
27	0,7	57	9,3	87	19,4	117	25,2
28	0,9	58	9,5	88	19,8	118	25,5
29	0,9	59	9,6	89	20,4	119	26,2
30	0,9	60	9,7	90	20,7	120	26,5

Таблиця Г.2 - Утворення послідовності δ_i з плюсів і мінусів, та поділ часового ряду на серії по критерію серій

t	y_t	δ_i	Число серії, v(n)	t	y_t	δ_i	Число серії, v(n)
1	-4,4	-	1	31	24,3	+	6
2	0,6	-		32	22	+	
3	3,5	-		33	16,9	+	
4	9,7	+	2	34	8,9	-	7
5	15,3	+		35	0,9	-	
6	22,6	+		36	2	-	
7	24,3	+		37	-3,6	-	
8	20,7	+		38	-8,7	-	
9	17,7	+		39	0,9	-	
10	11,5	+		40	10,85	+	
11	5,6	-	3	41	20,8	+	8
12	-1,3	-		42	23,3	+	
13	-6,2	-		43	26,2	+	
14	-1,8	-		44	23,3	+	
15	2,6	-		45	17,5	+	
16	10,6	+	4	46	12,9	+	9
17	17,7	+		47	5	-	
18	23	+		48	-2,4	-	
19	25,5	+		49	-0,6	-	
20	26,5	+		50	1,1	-	
21	17,7	+		51	2	-	
22	13,4	+	52	11,8	+	10	
23	9,1	-	53	20,4	+		
24	0,3	-	54	22,3	+		
25	-5,6	-	55	22,1	+		
26	-7	-	56	23,4	+		
27	0,7	-	57	14	+	11	
28	9,3	-	58	8,2	-		
29	17,7	+	59	5,8	-		
30	21,5	+	60	-0,9	-		

Продовження таблиці Г.2

t	y _t	δ _i	Число серії, v(n)	t	y _t	δ _i	Число серії, v(n)
61	-3,6	-	11	91	23,9	+	16
62	-0,9	-		92	24,7	+	
63	6,5	-		93	16	+	
64	10,4	+	12	94	7,2	-	17
65	18,8	+		95	2,2	-	
66	19,8	+		96	-3,2	-	
67	23,8	+		97	-4,8	-	
68	24	+		98	-3,1	-	
69	17,2	+		99	6	-	
70	8,2	-	13	100	9,1	-	18
71	1,8	-		101	15,8	+	
72	-2,1	-		102	21,4	+	
73	-2,1	-		103	22,5	+	
74	-0,4	-		104	25,2	+	
75	4,6	-		105	19,1	+	
76	9,2	+	14	106	9,5	-	19
77	16,6	+		107	3,9	-	
78	21,4	+		108	4,5	-	
79	23,1	+		109	-2,4	-	
80	23,3	+		110	-1,7	-	
81	20,7	+		111	-0,2	-	
82	12,9	+		112	9,6	-	
83	5,1	-	15	113	19,4	+	20
84	0,9	-		114	22,8	+	
85	-3,2	-		115	23,8	+	
86	2,4	-		116	24,7	+	
87	5,2	-		117	18,6	+	
88	12,8	+	16	118	12,4	+	21
89	16	+		119	5,75	-	
90	21,6	+		120	-0,9	-	

Таблиця Г.3 - Утворення послідовності δ_i з плюсів і мінусів, та поділ часового ряду на серії по критерію «висхідних» і «нисхідних» серій

t	y(t)	δ_i	Число серії, v(N)	t	y(t)	δ_i	Число серії, v(N)
1	-4,4	+	1	31	24,3	-	6
2	0,6	+		32	22	-	
3	3,5	+		33	16,9	-	
4	9,7	+		34	8,9	-	
5	15,3	+		35	0,9	+	
6	22,6	+		36	2	-	
7	24,3	-	2	37	-3,6	-	7
8	20,7	-		38	-8,7	+	
9	17,7	-		39	0,9	+	
10	11,5	-		40	10,85	+	
11	5,6	-		41	20,8	+	
12	-1,3	-		42	23,3	+	
13	-6,2	+	3	43	26,2	-	9
14	-1,8	+		44	23,3	-	
15	2,6	+		45	17,5	-	
16	10,6	+		46	12,9	-	
17	17,7	+		47	5	-	
18	23	+		48	-2,4	+	
19	25,5	+	4	49	-0,6	+	10
20	26,5	-		50	1,1	+	
21	17,7	-		51	2	+	
22	13,4	-		52	11,8	+	
23	9,1	-		53	20,4	+	
24	0,3	-		54	22,3	-	
25	-5,6	-	5	55	22,1	+	11
26	-7	+		56	23,4	-	
27	0,7	+		57	14	-	
28	9,3	+		58	8,2	-	
29	17,7	+		59	5,8	-	
30	21,5	+		60	-0,9	-	

Продовження таблиці Г.3

t	y(t)	δ_i	Число серії, v(N)	t	y(t)	δ_i	Число серії, v(N)
61	-3,6	+	12	91	23,9	+	16
62	-0,9	+		17	92	24,7	-
63	6,5	+			93	16	-
64	10,4	+			94	7,2	-
65	18,8	+			95	2,2	-
66	19,8	+			96	-3,2	-
67	23,8	+			97	-4,8	+
68	24	-	13		98	-3,1	+
69	17,2	-		99	6	+	
70	8,2	-		100	9,1	+	
71	1,8	-		101	15,8	+	
72	-2,1	-		102	21,4	+	
73	-2,1	+	14	103	22,5	+	19
74	-0,4	+		104	25,2	-	
75	4,6	+		105	19,1	-	
76	9,2	+		106	9,5	-	
77	16,6	+		107	3,9	+	
78	21,4	+		108	4,5	-	
79	23,1	+		109	-2,4	+	
80	23,3	-	15	110	-1,7	+	20
81	20,7	-		111	-0,2	+	
82	12,9	-		112	9,6	+	
83	5,1	-		113	19,4	+	
84	0,9	-		114	22,8	+	
85	-3,2	+	16	115	23,8	+	21
86	2,4	+		116	24,7	-	
87	5,2	+		117	18,6	-	
88	12,8	+		118	12,4	-	
89	16	+		119	5,75	-	
90	21,6	+		120	-0,9	-	

Додаток Д

Розрахунки аналітичних показників

Таблиця Д.1 - Розрахунків аналітичних показників для спільного динамічного ряду

t	y(t)	$\Delta^2 y_i$	Δy_i	$\bar{\Delta} y$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
1	-4,4	-----	-----	0,029	-----	-----	-----	-----	98,67	-1,324
2	0,6	5	5		-13,63	-13,6	-113,6	-113,6		
3	3,5	2,9	7,9		583,3	-79,5	483,3	-179,5		
4	9,7	6,2	14,1		277,1	-220,4	177,14	-320,4		
5	15,3	5,6	19,7		157,7	-347,7	57,73	-447,7		
6	22,6	7,3	27		147,7	-513,6	47,7	-613,6		
7	24,3	1,7	28,7		107,5	-552,2	7,52	-652,2		
8	20,7	-3,6	25,1		85,18	-470,4	-14,8	-570,4		
9	17,7	-3	22,1		85,5	-402,2	-14,49	-502,2		
10	11,5	-6,2	15,9		64,97	-261,3	-35,02	-361,3		
11	5,6	-5,9	10		48,69	-127,2	-51,3	-227,2		
12	-1,3	-6,9	3,1		-23,2	29,54	-123,2	-70,45		
13	-6,2	-4,9	-1,8		476,9	140,9	376,9	40,9		
14	-1,8	4,4	2,6		29,03	40,9	-70,9	-59,09		
15	2,6	4,4	7		-144,4	-59,0	-244,	-159,09		
16	10,6	8	15		407,6	-240,9	307,6	-340,9		
17	17,7	7,1	22,1		166,9	-402,2	66,98	-502,2		
18	23	5,3	27,4		129,9	-522,7	29,94	-622,7		
19	25,5	2,5	29,9		110,8	-579,5	10,86	-679,5		
20	26,5	1	30,9		103,9	-602,2	3,92	-702,2		
21	17,7	-8,8	22,1		66,79	-402,2	-33,2	-502,2		
22	13,4	-4,3	17,8		75,70	-304,54	-24,29	-404,5		
23	9,1	-4,3	13,5		67,91	-206,8	-32,08	-306,8		
24	0,3	-8,8	4,7		3,29	-6,81	-96,7	-106,8		
25	-5,6	-5,9	-1,2		-1866	127,2	-1966,6	27,27		
26	-7	-1,4	-2,6		125	159,0	25	59,09		
27	0,7	7,7	5,1		-10	-15,9	-110	-115,9		
28	9,3	8,6	13,7		1328,5	-211,3	1228,5	-311,3		
29	17,7	8,4	22,1		190,3	-402,2	90,3	-502,2		
30	21,5	3,8	25,9		121,4	-488,6	21,46	-588,6		
31	24,3	2,8	28,7		113	-552,2	13,02	-652,2		
32	22	-2,3	26,4		90,53	-500	-9,46	-600		
33	16,9	-5,1	21,3		76,81	-384,09	-23,18	-484		
34	8,9	-8	13,3		52,66	-202,2	-47,3	-302,2		

Продовження таблиці Д.1

t	y(t)	$\Delta^2 y_i$	Δy_i	$\bar{\Delta} y$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
35	0,9	-8	5,3		10,11	-20,45	-89,8	-120,4		
36	2	1,1	6,4		222,2	-45,45	122,2	-145,4		
37	-3,6	-5,6	0,8		-180	81,81	-280	-18,18		
38	-8,7	-5,1	-4,3		241,6	197,72	141,6	97,72		
39	0,9	9,6	5,3		-10,3	-20,45	-110,3	-120,4		
40	10,85	9,95	15,25		1205,5	-246,5	1105,5	-346,5		
41	20,8	9,95	25,2		191,7	-472,7	91,7	-572,7		
42	23,3	2,5	27,7		112	-529,5	12,0	-629,5		
43	26,2	2,9	30,6		112,4	-595,4	12,4	-695,4		
44	23,3	-2,9	27,7		88,93	-529,5	-11,06	-629,5		
45	17,5	-5,8	21,9		75,1	-397,7	-24,8	-497,7		
46	12,9	-4,6	17,3		73,7	-293,1	-26,2	-393,1		
47	5	-7,9	9,4		38,7	-113,6	-61,24	-213,6		
48	-2,4	-7,4	2		-48	54,54	-148	-45,45		
49	-0,6	1,8	3,8		25	13,63	-75	-86,36		
50	1,1	1,7	5,5		-183,3	-25	-283,3	-125		
51	2	0,9	6,4		181,8	-45,45	81,81	-145,45		
52	11,8	9,8	16,2		590	-268,18	490	-368,1		
53	20,4	8,6	24,8		172,81	-463,63	72,88	-563,6		
54	22,3	1,9	26,7		109,31	-506,8	9,31	-606,8		
55	22,1	-0,2	26,5		99,1	-502,27	-0,89	-602,2		
56	23,4	1,3	27,8		105,8	-531,8	5,88	-631,8		
57	14	-9,4	18,4		59,8	-318,18	-40,17	-418,18		
58	8,2	-5,8	12,6		58,57	-186,3	-41,42	-286,36		
59	5,8	-2,4	10,2		70,73	-131,8	-29,26	-231,8		
60	-0,9	-6,7	3,5		-15,5	20,45	-115,5	-79,54		
61	-3,6	-2,7	0,8		400	81,8	300	-18,18		
62	-0,9	2,7	3,5		25	20,45	-75	-79,54		
63	6,5	7,4	10,9		-722,2	-147,7	-822,2	-247,7		
64	10,4	3,9	14,8		160	-236,36	60	-336,3		
65	18,8	8,4	23,2		180,76	-427,2	80,76	-527,2		
66	19,8	1	24,2		105,31	-450	5,319	-550		
67	23,8	4	28,2		120,2	-540,9	20,2	-640,9		
68	24	0,2	28,4		100,84	-545,45	0,84	-645,45		
69	17,2	-6,8	21,6		71,66	-390,9	-28,3	-490,9		
70	8,2	-9	12,6		47,67	-186,36	-52,32	-286,36		
71	1,8	-6,4	6,2		21,95	-40,9	-78,04	-140,9		
72	-2,1	-3,9	2,3		-116,6	47,72	-216,6	-52,27		
73	-2,1	0	2,3		100	47,72	0	-52,27		
74	-0,4	1,7	4		19,047	9,09	-80,95	-90,9		
75	4,6	5	9		-1150	-104,5	-1250	-204,54		
76	9,2	4,6	13,6		200	-209,09	100	-309,09		
77	16,6	7,4	21		180,43	-377,2	80,43	-477,27		
78	21,4	4,8	25,8		128,9	-486,3	28,91	-586,3		
79	23,1	1,7	27,5		107,94	-525	7,943	-625		
80	23,3	0,2	27,7		100,86	-529,5	0,86	-629,5		
81	20,7	-2,6	25,1		88,84	-470,4	-11,15	-570,4		
82	12,9	-7,8	17,3		62,31	-293,18	-37,68	-393,1		
83	5,1	-7,8	9,5		39,53	-115,9	-60,46	-215,9		
84	0,9	-4,2	5,3		17,64	-20,45	-82,35	-120,45		
85	-3,2	-4,1	1,2		-355,5	72,72	-455,5	-27,27		

Продовження таблиці Д.1

t	y(t)	$\Delta^2 y_i$	Δy_i	$\bar{\Delta} y$	Ланцюговий T_p	Базисний T_p	Ланцюговий T_{np}	Базисний T_{np}	\bar{T}_p	\bar{T}_{np}
86	2,4	5,6	6,8		-75	-54,54	-175	-154,5		
87	5,2	2,8	9,6		216,66	-118,18	116,6	-218,18		
88	12,8	7,6	17,2		246,15	-290,9	146,15	-390,9		
89	16	3,2	20,4		125	-363,6	25	-463,6		
90	21,6	5,6	26		135	-490,9	35	-590,9		
91	23,9	2,3	28,3		110,64	-543,1	10,6	-643,1		
92	24,7	0,8	29,1		103,34	-561,3	3,34	-661,3		
93	16	-8,7	20,4		64,7	-363,6	-35,2	-463,6		
94	7,2	-8,8	11,6		45	-163,6	-55	-263,6		
95	2,2	-5	6,6		30,5	-50	-69,4	-150		
96	-3,2	-5,4	1,2		-145,4	72,72	-245,4	-27,2		
97	-4,8	-1,6	-0,4		150	109,09	50	9,09		
98	-3,1	1,7	1,3		64,58	70,45	-35,4	-29,545		
99	6	9,1	10,4		-193,5	-136,3	-293,5	-236,36		
100	9,1	3,1	105,4		151,6	-206,8	51,6	-2395,4		
101	15,8	6,7	20,2		173,6	-359,09	73,6	-459,09		
102	21,4	5,6	25,8		135,4	-486,36	35,4	-586,3		
103	22,5	1,1	26,9		105,1	-511,3	5,14	-611,3		
104	25,2	2,7	29,6		112	-572,7	12	-672,7		
105	19,1	-6,1	23,5		75,79	-434,09	-24,2	-534,09		
106	9,5	-9,6	13,9		49,73	-215,9	-50,26	-315,9		
107	3,9	-5,6	8,3		41,05	-88,6	-58,9	-188,6		
108	4,5	0,6	8,9		115,38	-102,2	15,38	-202,2		
109	-2,4	-6,9	2		-53,3	54,54	-153,3	-45,45		
110	-1,7	0,7	2,7		70,83	38,63	-29,16	-61,36		
111	-0,2	1,5	4,2		11,76	4,54	-88,23	-95,45		
112	9,6	9,8	14		-4800	-218,1	-4900	-318,1		
113	19,4	9,8	23,8		202,08	-440,9	102,08	-540,9		
114	22,8	3,4	27,2		117,5	-518,1	17,52	-618,1		
115	23,8	1	28,2		104,3	-540,9	4,38	-640,9		
116	24,7	0,9	29,1		103,78	-561,3	3,78	-661,3		
117	18,6	-6,1	23		75,3	-422,7	-24,69	-522,7		
118	12,4	-6,2	16,8		66,6	-281,8	-33,3	-381,8		
119	5,75	-6,5	10,15		46,37	-130,6	-53,6	-230,6		
120	-0,9	-6,5	3,5		-15,65	20,45	-115,6	-79,54		

Таблиця Д.2 - Розрахунків аналітичних показників для спільного динамічного ряду

t	y(t)	Ланцюговий K_{ri}	Базисний K_{ri}	За весь період K_{rn}	K_{np}	$\overline{K_p}$	$\overline{K_{np}}$	Ланцюговий $\Delta y_1\%$	За весь період $\Delta y_1\%$
1	-4,4	-----	-----	0,204	-----	0,986	-0,013	-----	-2,22
2	0,6	-0,13	-0,13		-1,13			-0,044	
3	3,5	5,83	-0,79		4,83			0,006	
4	9,7	2,77	-2,20		1,7			0,035	
5	15,3	1,57	-3,47		0,57			0,097	
6	22,6	1,47	-5,13		0,47			0,153	
7	24,3	1,07	-5,52		0,07			0,226	
8	20,7	0,85	-4,70		-0,14			0,243	
9	17,7	0,85	-4,02		-0,14			0,207	
10	11,5	0,64	-2,61		-0,35			0,177	
11	5,6	0,48	-1,27		-0,51			0,115	
12	-1,3	-0,23	0,29		-1,23			0,056	
13	-6,2	4,76	1,40		3,76			-0,013	
14	-1,8	0,29	0,40		-0,70			-0,062	
15	2,6	-1,4	-0,59		-2,44			-0,018	
16	10,6	4,07	-2,40		3,07			0,026	
17	17,7	1,66	-4,02		0,66			0,106	
18	23	1,29	-5,22		0,29			0,177	
19	25,5	1,10	-5,79		0,10			0,23	
20	26,5	1,03	-6,02		0,039			0,255	
21	17,7	0,66	-4,02		-0,33			0,265	
22	13,4	0,75	-3,04		-0,24			0,177	
23	9,1	0,67	-2,06		-0,32			0,134	
24	0,3	0,03	-0,06		-0,96			0,091	
25	-5,6	-18,6	1,27		-19,66			0,003	
26	-7	1,25	1,59		0,25			-0,056	
27	0,7	-0,1	-0,15		-1,1			-0,07	
28	9,3	13,2	-2,11		12,28			0,007	
29	17,7	1,90	-4,02		0,903			0,093	
30	21,5	1,21	-4,88		0,21			0,177	
31	24,3	1,13	-5,52		0,13			0,215	
32	22	0,90	-5		-0,09			0,243	
33	16,9	0,76	-3,84		-0,23			0,22	
34	8,9	0,52	-2,02		-0,47			0,169	
35	0,9	0,10	-0,20		-0,89			0,089	

Продовження таблиці Д.2

t	y(t)	Ланцюговий K_{ri}	Базисний K_{ri}	За весь період K_{rn}	K_{np}	$\overline{K_p}$	$\overline{K_{np}}$	Ланцюговий $\Delta y_1\%$	За весь період $\Delta y_1\%$
36	2	2,22	-0,45	0,204	1,22			0,009	-2,22
37	-3,6	-1,8	0,81		-2,8			0,02	
38	-8,7	2,41	1,97		1,41			-0,036	
39	0,9	-0,10	-0,20		-1,10			-0,087	
40	10,85	12,0	-2,46		11,05			0,009	
41	20,8	1,91	-4,72		0,91			0,1085	
42	23,3	1,12	-5,29		0,12			0,208	
43	26,2	1,12	-5,95		0,12			0,233	
44	23,3	0,88	-5,29		-0,11			0,262	
45	17,5	0,75	-3,97		-0,24			0,233	
46	12,9	0,73	-2,93		-0,26			0,175	
47	5	0,38	-1,13		-0,61			0,129	
48	-2,4	-0,48	0,54		-1,48			0,05	
49	-0,6	0,25	0,13		-0,75			-0,024	
50	1,1	-1,83	-0,25		-2,83			-0,006	
51	2	1,81	-0,45		0,81			0,011	
52	11,8	5,9	-2,68		4,9			0,02	
53	20,4	1,72	-4,63		0,72			0,118	
54	22,3	1,09	-5,06		0,09			0,204	
55	22,1	0,99	-5,02		-0,008			0,223	
56	23,4	1,05	-5,31		0,058			0,221	
57	14	0,59	-3,18		-0,40			0,234	
58	8,2	0,58	-1,86		-0,41			0,14	
59	5,8	0,70	-1,31		-0,29			0,082	
60	-0,9	-0,15	0,20		-1,15			0,058	
61	-3,6	4	0,81		3			-0,009	
62	-0,9	0,25	0,20		-0,75			-0,036	
63	6,5	-7,22	-1,47		-8,22			-0,009	
64	10,4	1,6	-2,36		0,6			0,065	
65	18,8	1,8	-4,27		0,80			0,104	
66	19,8	1,05	-4,5		0,05			0,188	
67	23,8	1,2	-5,4		0,20			0,198	
68	24	1,0	-5,45		0,008			0,238	
69	17,2	0,71	-3,9		-0,28			0,24	
70	8,2	0,47	-1,86		-0,52			0,172	
71	1,8	0,21	-0,40		-0,78			0,082	
72	-2,1	-1,16	0,47		-2,16			0,018	
73	-2,1	1	0,47		0			-0,021	
74	-0,4	0,19	0,09		-0,80			-0,021	
75	4,6	-11,5	-1,04		-12,5			0,986	

Продовження таблиці Д.2

t	y(t)	Ланцюговий $K_{рi}$	Базисний $K_{рi}$	За весь період $K_{рn}$	$K_{пр}$	$\bar{K}_{р}$	$\bar{K}_{пр}$	Ланцюговий $\Delta y_1\%$	За весь період $\Delta y_1\%$
76	9,2	2	-2,09	0,204	1			0,046	-2,22
77	16,6	1,80	-3,77		0,80			0,092	
78	21,4	1,28	-4,86		0,28			0,166	
79	23,1	1,07	-5,25		0,079			0,214	
80	23,3	1,00	-5,29		0,008			0,231	
81	20,7	0,88	-4,70		-0,11			0,233	
82	12,9	0,62	-2,93		-0,37			0,207	
83	5,1	0,39	-1,15		-0,60			0,129	
84	0,9	0,17	-0,20		-0,82			0,051	
85	-3,2	-3,55	0,72		-4,55			0,009	
86	2,4	-0,75	-0,54		-1,75			-0,032	
87	5,2	2,16	-1,18		1,16			0,024	
88	12,8	2,46	-2,90		1,46			0,052	
89	16	1,25	-3,63		0,25			0,128	
90	21,6	1,35	-4,9		0,35			0,16	
91	23,9	1,10	-5,43		0,106			0,216	
92	24,7	1,03	-5,61		0,033			0,239	
93	16	0,64	-3,63		-0,35			0,247	
94	7,2	0,45	-1,63		-0,55			0,16	
95	2,2	0,30	-0,5		-0,69			0,072	
96	-3,2	-1,45	0,72		-2,45			0,022	
97	-4,8	1,5	1,09		0,5			-0,032	
98	-3,1	0,64	0,7		-0,35			-0,048	
99	6	-1,93	-1,36		-2,93			-0,031	
100	9,1	1,51	-2,06		0,51			0,06	
101	15,8	1,73	-3,59		0,73			0,091	
102	21,4	1,35	-4,86		0,35			0,158	
103	22,5	1,05	-5,11		0,05			0,214	
104	25,2	1,12	-5,72		0,12			0,225	
105	19,1	0,75	-4,34		-0,24			0,252	
106	9,5	0,49	-2,15		-0,50			0,191	
107	3,9	0,41	-0,88		-0,58			0,095	
108	4,5	1,15	-1,02		0,153			0,039	
109	-2,4	-0,53	0,54		-1,53			0,045	
110	-1,7	0,7	0,38		-0,29			-0,024	
111	-0,2	0,11	0,04		-0,88			-0,017	
112	9,6	-48	-2,18		-49			-0,002	
113	19,4	2,02	-4,40		1,02			0,096	
114	22,8	1,17	-5,18		0,175			0,194	
115	23,8	1,04	-5,40		0,04			0,228	
116	24,7	1,03	-5,61	0,03	0,238				
117	18,6	0,75	-4,22	-0,24	0,247				
118	12,4	0,66	-2,81	-0,33	0,186				
119	5,75	0,46	-1,30	-0,53	0,124				
120	-0,9	-0,15	0,20	-1,15	0,986	-0,013	0,0575		

Додаток Е

Розрахункові данні різних методів прогнозування

Таблиця Е.1 - Розрахункові данні прогнозування методом припущення абсолютної незмінності значень попередніх рівнів

Місяць	t	y(t)	\hat{y}^*_{2019}	Місяць	t	y(t)	\hat{y}^*_{2019}
Січень	1	-4,4	-2,4	Березень	3	3,5	-0,2
	13	-6,2			15	2,6	
	25	-5,6			27	0,7	
	37	-3,6			39	0,9	
	49	-0,6			51	2	
	61	-3,6			63	6,5	
	73	-2,1			75	4,6	
	85	-3,2			87	5,2	
	97	-4,8			99	6	
	109	-2,4			111	-0,2	
Лютий	2	0,6	-1,7	Квітень	4	9,7	9,6
	14	-1,8			16	10,6	
	26	-7			28	9,3	
	38	-8,7			40	10,85	
	50	1,1			52	11,8	
	62	-0,9			64	10,4	
	74	-0,4			76	9,2	
	86	2,4			88	12,8	
	98	-3,1			100	9,1	
	110	-1,7			112	9,6	

Продовження таблиці Е.1

Місяць	t	y(t)	\hat{y}^*_{2019}	Місяць	t	y(t)	\hat{y}^*_{2019}
Травень	5	15,3	19,4	Вересень	9	17,7	18,6
	17	17,7			21	17,7	
	29	17,7			33	16,9	
	41	20,8			45	17,5	
	53	20,4			57	14	
	65	18,8			69	17,2	
	77	16,6			81	20,7	
	89	16			93	16	
	101	15,8			105	19,1	
	113	19,4			117	18,6	
Червень	6	22,6	22,8	Жовтень	10	11,5	12,4
	18	23			22	13,4	
	30	21,5			34	8,9	
	42	23,3			46	12,9	
	54	22,3			58	8,2	
	66	19,8			70	8,2	
	78	21,4			82	12,9	
	90	21,6			94	7,2	
	102	21,4			106	9,5	
	114	22,8			118	12,4	
Липень	7	24,3	23,8	Листопад	11	5,6	5,75
	19	25,5			23	9,1	
	31	24,3			35	0,9	
	43	26,2			47	5	
	55	22,1			59	5,8	
	67	23,8			71	1,8	
	79	23,1			83	5,1	
	91	23,9			95	2,2	
	103	22,5			107	3,9	
	115	23,8			119	5,75	
Серпень	8	20,7	24,7	Грудень	12	-1,3	-0,9
	20	26,5			24	0,3	
	32	22			36	2	
	44	23,3			48	-2,4	
	56	23,4			60	-0,9	
	68	24			72	-2,1	
	80	23,3			84	0,9	
	92	24,7			96	-3,2	
	104	25,2			108	4,5	
	116	24,7			120	-0,9	

Таблиця Е.2 - Розрахункові дані методу прогнозування на основі середнього рівня ряду

Місяць	t	y(t)	(y _t - \bar{y}) ²	\bar{y}	$\sigma_{\bar{y}}$	\hat{y}^*_{2019}	Довірчий інтервал
Січень	1	-4,4	0,5625	-3,65	0,53	-3,65	$\hat{y}^* \pm 1,21$
	13	-6,2	6,5025				
	25	-5,6	3,8025				
	37	-3,6	0,0025				
	49	-0,6	9,3025				
	61	-3,6	0,0025				
	73	-2,1	2,4025				
	85	-3,2	0,2025				
	97	-4,8	1,3225				
109	-2,4	1,5625					
Лютий	2	0,6	6,5025	-1,95	1,11	-1,95	$\hat{y}^* \pm 2,50$
	14	-1,8	0,0225				
	26	-7	25,5025				
	38	-8,7	45,5625				
	50	1,1	9,3025				
	62	-0,9	1,1025				
	74	-0,4	2,4025				
	86	2,4	18,9225				
	98	-3,1	1,3225				
110	-1,7	0,0625					
Березень	3	3,5	0,1024	3,18	0,74	3,18	$\hat{y}^* \pm 1,68$
	15	2,6	0,3364				
	27	0,7	6,1504				
	39	0,9	5,1984				
	51	2	1,3924				
	63	6,5	11,0224				
	75	4,6	2,0164				
	87	5,2	4,0804				
	99	6	7,9524				
111	-0,2	11,4244					
Квітень	4	9,7	0,403225	10,33	0,38	10,33	$\hat{y}^* \pm 0,87$
	16	10,6	0,070225				
	28	9,3	1,071225				
	40	10,85	0,265225				
	52	11,8	2,146225				
	64	10,4	0,004225				
	76	9,2	1,288225				
	88	12,8	6,076225				
	100	9,1	1,525225				
112	9,6	0,540225					

Продовження таблиці Е.2

Місяць	t	y(t)	$(y_t - \bar{y})^2$	\bar{y}	$\sigma_{\bar{y}}$	\hat{y}^*_{2019}	Довірчий інтервал
Травень	5	15,3	13,4689	18,97	0,72	18,97	$\hat{y}^* \pm 1,631$
	17	17,7	1,6129				
	29	17,7	1,6129				
	41	20,8	3,3489				
	53	20,4	2,0449				
	65	18,8	0,0289				
	77	16,6	5,6169				
	89	16	8,8209				
	101	15,8	10,0489				
	113	19,4	0,1849				
Червень	6	22,6	0,3969	21,97	0,33	21,97	$\hat{y}^* \pm 0,744$
	18	23	1,0609				
	30	21,5	0,2209				
	42	23,3	1,7689				
	54	22,3	0,1089				
	66	19,8	4,7089				
	78	21,4	0,3249				
	90	21,6	0,1369				
	102	21,4	0,3249				
	114	22,8	0,6889				
Липень	7	24,3	0,1225	23,95	0,39	23,95	$\hat{y}^* \pm 0,891$
	19	25,5	2,4025				
	31	24,3	0,1225				
	43	26,2	5,0625				
	55	22,1	3,4225				
	67	23,8	0,0225				
	79	23,1	0,7225				
	91	23,9	0,0025				
	103	22,5	2,1025				
	115	23,8	0,0225				
Серпень	8	20,7	9,4864	23,78	0,52	23,78	$\hat{y}^* \pm 1,178$
	20	26,5	7,3984				
	32	22	3,1684				
	44	23,3	0,2304				
	56	23,4	0,1444				
	68	24	0,0484				
	80	23,3	0,2304				
	92	24,7	0,8464				
	104	25,2	2,0164				
	116	24,7	0,8464				

Продовження таблиці Е.2

Місяць	t	y(t)	$(y_i - \bar{y})^2$	\bar{y}	$\sigma_{\bar{y}}$	\hat{y}^*_{2019}	Довірчий інтервал
Вересень	9	17,7	0,0256	17,54	0,57	17,54	$\hat{y}^* \pm 1,284$
	21	17,7	0,0256				
	33	16,9	0,4096				
	45	17,5	0,0016				
	57	14	12,5316				
	69	17,2	0,1156				
	81	20,7	9,9856				
	93	16	2,3716				
	105	19,1	2,4336				
	117	18,6	1,1236				
Жовтень	10	11,5	0,9801	10,51	0,74	10,51	$\hat{y}^* \pm 1,678$
	22	13,4	8,3521				
	34	8,9	2,5921				
	46	12,9	5,7121				
	58	8,2	5,3361				
	70	8,2	5,3361				
	82	12,9	5,7121				
	94	7,2	10,9561				
	106	9,5	1,0201				
	118	12,4	3,5721				
Листопад	11	5,6	1,177225	4,51	0,76	4,51	$\hat{y}^* \pm 1,721$
	23	9,1	21,02223				
	35	0,9	13,06823				
	47	5	0,235225				
	59	5,8	1,651225				
	71	1,8	7,371225				
	83	5,1	0,342225				
	95	2,2	5,359225				
	107	3,9	0,378225				
	119	5,75	1,525225				
Грудень	12	-1,3	0,9801	-0,31	0,73	-0,31	$\hat{y}^* \pm 1,65$
	24	0,3	0,3721				
	36	2	5,3361				
	48	-2,4	4,3681				
	60	-0,9	0,3481				
	72	-2,1	3,2041				
	84	0,9	1,4641				
	96	-3,2	8,3521				
	108	4,5	23,1361				
	120	-0,9	0,3481				

