УДК 539.3
В.И.Пожуев, Н.П.Полякова
Запорожье

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ СОСТАВНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ

Рассмотрена плоская нестационарная динамическая задача о воздействии подвижной нагрузки на двухслойное полупространство. Движение верхнего слоя описывается уравнениями теории пластин с учетом поперечного сдвига и инерции вращения, подпирающее пространство принимается однородным, изотропным и линейно упругим, так что его движение описывается следующими уравнениями в перемещениях

$$C_s^2\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2}\right)+\left(C_p^2-C_s^2\right)\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_z}{\partial x\partial z}\right)=\frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2}$$

$$C_s^2\left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2}\right)+\left(C_p^2-C_s^2\right)\left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x\partial z}+\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2}\right)=\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}, \tag{I}$$

где C_p, C_s – скорости распространения волн растяжения-сжатия и сдвига в полупространстве.

В случае жесткого контакта между слоем и полупространством граничные условия на поверхности раздела имеют вид: при $z=-h$

$$\sigma_z=q_{zc}\,,\ \sigma_{xz}=q_{xc}\,,\ U_x=U+h\alpha\,,\ U_z=w \tag{2}$$

Рассмотрен также скользящий контакт, при котором в условиях (2) касательные напряжения полагаются равными нулю. Начальные условия задачи принимаются нулевыми, так что для векторов перемещения точек слоя и полупространства имеем

$$\vec{U}(x,z,t)\Big|_{t=0}=0\,,\quad \frac{\partial\vec{U}(x,z,t)}{\partial t}\Big|_{t=0}=0 \tag{3}$$

Для решения задачи применяются преобразование Лапласа по времени и Фурье по осевой координате. В пространстве изображений отдельно получены решения преобразованных уравнений движения пластины и основания, а затем проведена их состыковка с помощью граничных условий. Получены трансформанты перемещений и изгибающего момента в слое, а также компонент напряженно-деформированного состояния в полупространстве как для жесткого, так и для скользящего контакта между телами.

В качестве примера рассмотрена задача, когда в начальный момент времени к пластине прикладывается сосредоточенная линейная нагрузка, которая перемещается затем в положительном направлении оси x с постоянной скоростью, так что

$$p(x,t)=p_0\delta(x-ct) \tag{4}$$

Интегралы обращения преобразования Фурье находились для всех значений параметра преобразования Лапласа численно по методу Файлона. Для построения оригиналов применялся метод численного обращения преобразования Лапласа с помощью смещенных многочленов Лежандра [1].

Построены картины изменения во времени контактных напряжений на границе раздела пластины и полупространства в точке под нагрузкой ($x=ct,\ z=-h$) для случая скользящего и жесткого контакта при различной относительной жесткости слоя и подпирающего полупространства, а также прослежено изменение во времени изгибающих моментов в пластине. Показано, что с ростом времени контактные напряжения и изгибающий момент стремятся к соответствующим стационарным значениям [2] . Сделана попытка с помощью полученных графиков определить время установления процесса.

1. Крылов В.И., Скобля Н.С. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа. - М.: Наука, 1974, 224 с.

2. Пожуев В.И. Влияние величины постоянной скорости движения нагрузки на реакцию пластины, лежащей на упругом основании. - Изв. АН СССР, МТТ, 1981, № 6, с.112-118.